مهندسی فناوری اطلاعات مکانی

سال یکم، شماره دوم، زمستان ۱۳۹۲
Vol.1, No.3, Winter 2014

پیشنهاد روشی جدید در آنالیز جابه‌جایی شبکه‌های ارتفاعی

غلامرضا رضایی جاوید[۱]، مسعود مشهدی حسینعلی[۲]*

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی ژئودزی، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
۲- استادیار گروه مهندسی ژئودزی، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۳/۲۵ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۲/۶/۲

چکیده

بررسی پایداری نقاط مرجع، از موضوعات عمده و اساسی در آنالیز تغییر شکل محسوب می‌شود، چرا که ناپایداری این نقاط می‌تواند به نتایجی اشتباه ـ و در نتیجه تفسیری نادرست ـ از فرایند تغییرشکل منتهی گردد. در این مقاله، پایداری نقاط مرجع یک شبکه ارتفاعی با استفاده از روش‌های آنالیز جابه‌جایی همانندی و کمینه (مینیمم)سازی نرم L_1 بردار جابه‌جایی بررسی می‌شود. مقایسه نتایج حاصل از این دو روش نشان می‌دهد که روش‌های مذکور نقاط پایدار مشابهی را شناسایی نمی‌کنند. با توجه به نتایج متفاوت این دو روش و همچنین نیاز به محاسبه و تعیین جابه‌جایی مطلق نقاط شبکه مورد بررسی، با بازنویسی معادلات مشاهدات اپک‌های مختلف در این مقاله، روش جدیدی پیشنهاد شده است که محاسبه جابه‌جایی‌های مطلق کلیه نقاط این شبکه را امکان‌پذیر می‌سازد. این روش ـ که روش اپک‌مرجع نامیده می‌شود ـ جابه‌جایی نقاط شبکه‌ای ارتفاعی را نسبت به وضعیت مرجع یا اولیه شبکه مورد نظر به دست می‌دهد.

کلیدواژه‌ها: آنالیز تغییر شکل، روش همانندی، روش مینیمم‌سازی نرم L_1 بردار جابه‌جایی، روش اپک‌مرجع.

* نویسنده مکاتبه‌کننده: تهران، خیابان ولیعصر، تقاطع میرداماد، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی. تلفن: ۸۸۸۸۴۴۵
Email: hossainali@kntu.ac.ir

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-15]

[DOI: 10.29252/jgit.1.2.81]

۱- مقدمه

در روش‌های هندسی آنالیز تغییر شکل، شبکه‌های ژئودزی به دو دستهٔ شبکه‌های مطلق و شبکه‌های نسبی تقسیم‌بندی می‌شوند. در شبکه‌های مطلق، برخی از نقاط شبکه یا خارج از حوزه تغییر شکل قرار دارند، و یا اینکه خارج از این حوزه فرض می‌شوند. از این نقاط به عنوان نقاط مبنا یا مرجع برای تعیین جابه‌جایی مطلق دیگر نقاط شبکه استفاده می‌شود [۱]. آن دسته از شبکه‌های ژئودتیک را که تمامی نقاط آنها در حوزهٔ تغییرشکل قرار دارند و در فاصلهٔ زمانی اپک‌های اندازه‌گیری مورد نظر ثابت نمی‌مانند، شبکه‌های نسبی می‌نامند. در شبکه‌های نسبی صرفاً تعیین جابه‌جایی نسبی نقاط شبکه امکان‌پذیر است.

برای شناسایی نقاط پایدار هر شبکه، روش‌های مختلفی شکل گرفته و پیشنهاد شده‌اند [۲]. روش‌های موجود غالباً بر آزمون‌های فرض در روش‌های پارامتریک آمار ریاضی مبتنی‌اند و ماهیت فیزیکی پدیدهٔ تغییر شکل را در نظر نمی‌گیرند. مینیمم‌سازی نرم L_1 بردار جابه‌جایی [۱] و روش همانندی [۳]، دو نمونه از روش یاد شده‌اند. همانند نبودن جواب حاصل از روش‌های آماری مختلف، تعیین جابه‌جایی مطلق نقاط شبکه پایش تغییر شکل را با چالشی جدی مواجه می‌سازد. در این مقاله روش جدیدی برای آنالیز جابه‌جایی نقاط شبکه‌های رفتارسنجی ارتفاعی پیشنهاد شده است که در آن بدون نیاز به شناسایی نقاط پایدار، جابه‌جایی مطلق نقاط شبکه را می‌توان محاسبه کرد. در این روش وضعیت نقاط یک شبکه رفتارسنجی (پایش) تغییر شکل ارتفاعی در نخستین مرحله از اندازه‌گیری آن به عنوان وضعیت وضعیت مرجع شبکه انتخاب می‌شود و جابه‌جایی تمامی نقاط شبکه، با توجه به این وضعیت محاسبه و تعیین می‌گردد. بدین لحاظ این روش را اپک‌مرجع می‌نامند. در این مقاله برای معرفی روش یاد شده، شبکهٔ پایش تغییر شکل ارتفاعی سازه‌های نیروگاه اتمی بوشهر مورد استفاده قرار گرفته است. برای این منظور و در نخستین بخش از این مقاله، سیستم مختصات در روش‌های هندسی آنالیز تغییر شکل بررسی می‌شود. در ادامه، ضمن معرفی مختصر روش‌های همانندی و مینیمم‌سازی نرم L_1 بردار جابه‌جایی، نتایج حاصل از این دو روش در آنالیز جابه‌جایی سازه‌های این نیروگاه مقایسه می‌گردند. در بخش بعدی این مقاله، ضمن معرفی روش اپک‌مرجع، نتایج حاصل از این روش در شبکه مذکور ارائه می‌شود.

۲- شبکه پایش نیروگاه

شبکهٔ نقاط ارتفاعی مورد استفاده در این مقاله شبکه‌ای متشکل از ۲۲۹ نقطه ارتفاعی است که در محوطهٔ ساختگاه نیروگاه اتمی بوشهر ـ و یا بر روی سازه‌های این نیروگاه ـ قرار دارند. از این میان، ۲۱۸ نقطه از نقاط این شبکه بر روی گروهی از سازه‌های این نیروگاه که اطمینان از ایمنی کارکرد آنها بسیار پراهمیت است، نصب شده‌اند. از نقاط باقی‌مانده از این شبکه، ۱۱ نقطه در محوطهٔ این نیروگاه ساختمان‌سازی می‌شوند و به لحاظ تیپ ساخت در گروه بنچ مارک‌های عمقی قرار می‌گیرند. نقاط مذکور در سه عمق ۱۲ و ۱۵ و ۲۲ متر ساختمان‌سازی می‌گردند.

این شبکه را در بیش از ۷ اپک، متخصصان ایرانی و پیمانکار پروژهٔ تکمیل این نیروگاه اندازه‌گیری کرده‌اند. آخرین مرحله اندازه‌گیری این شبکه را گروه مهندسی ژئودزی از دانشکده نقشه‌برداری دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی ـ و با فاصله زمانی ۸ سال از آخرین مرحله اندازه‌گیری شبکه به دست متخصصان ایرانی ـ انجام داده است. متأسفانه به دلیل عدم دسترسی به مشاهدات اندازه‌گیری‌های انجام شدهٔ پیمانکارِ پروژهٔ تکمیل این نیروگاه، در این مقاله صرفاً از مشاهدات انجام شدهٔ متخصصان ایرانی استفاده شده است. این اندازه‌گیری‌ها شامل چهار مرحله مشاهدات ترازیابی دقیق با فواصل زمانی ۵ ماه، ۶ ماه و ۸ سال بین اپک‌های مذکور است.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-15]

[DOI: 10.29252/jgit.1.2.81]

۳- نقش دیتوم در تعیین جابه‌جایی مطلق نقاط یک شبکه رفتارسنجی

مختصات نقاط شبکه، به دیتوم مورد استفاده در فرایند سرشکنی خطاهای اتفاقی مشاهدات آن بستگی می‌یابد، چرا که با تغییر دیتوم مورد استفاده در سرشکنی، ماتریس طراحی ـ و در نتیجه برآورد مختصات نقاط آن‌ـ تغییر می‌کند. از آنجا که جابه‌جایی نقاط از مقایسه مختصات حاصل از سرشکنی خطاهای اتفاقی مشاهدات اپک‌های مورد نظر محاسبه می‌شود، این بردار نیز به دیتوم مورد استفاده در فرایند سرشکنی بستگی دارد [۴]. به این ترتیب، محاسبه جابه‌جایی مطلق نقاط شبکه، مستلزم شناسایی مجموعه نقاطی است که در بازهٔ زمانی اپک‌های مورد نظر پایدارند و با استفاده از آنها می‌توان دیتوم مشابهی را به دستگاه‌های معادلات مشاهدات هر یک از اپک‌های اندازه‌گیری مورد نظر معرفی کرد.

بدین ترتیب ثابت می‌شود که میزان تغییر بردار جابه‌جایی بر اثر تغییر دیتوم مورد استفاده در سرشکنی را می‌توان به کمک روابطی که در ادامه ذکر می‌گردند، محاسبه کرد [۳]:

رابطه (۱)

$$\mathbf{T} = \mathbf{I} - \mathbf{s}\left(\mathbf{r}^T\mathbf{s}\right)^{-1}\mathbf{r}^T$$

در رابطه $\mathbf{s}$ و $\mathbf{r}$ بردارهایی ستونی‌اند که تعداد سطرهای آنها برابر تعداد نقاط مشترک شبکه در دو اپک مورد نظر است. عناصر بردار $\mathbf{s}$ برابر یک‌اند، مؤلفه‌های بردار $\mathbf{r}$ در سطرهای نظیر نقاطی از شبکه که دیتوم مبدأ یا دیتوم مورد استفاده در سرشکنی نخستین اپک از اپک‌های مورد نظر را تعریف می‌کنند نیز برابر ۱ هستند، و در سایر سطرها برابر صفرند. به این ترتیب، بردار جابه‌جایی و ماتریس کوواریانس آن در انتقال از دیتوم مبدأ i ($\mathbf{d}_i$ و $\mathbf{C}_i$) به دیتوم مقصد j ($\mathbf{d}_j$ و $\mathbf{C}_j$) ـ یا دیتومی که تعیین جابه‌جایی نسبت به آن مورد نظر است ـ از این روابط محاسبه می‌شوند [۵]:

رابطه (۲)

$$\mathbf{d}_j = \mathbf{T}\mathbf{d}_i$$

رابطه (۳)

$$\mathbf{C}_j = \mathbf{T}\mathbf{C}_i\mathbf{T}^T$$

۳-۱- آزمون همانندی

این آزمون از جمله روش‌های موجود برای شناسایی نقاط ثابت در شبکه پایش تغییر شکل است. این روش آماری مبتنی بر آزمون این فرضیهٔ آماری است که تمامی نقاط شبکه در فاصلهٔ زمانی دو اپک مورد نظر پایدار مانده‌اند، یا جابه‌جا نشده‌اند. این فرضیهٔ آماری را می‌توان در قالب فرض صفر یک آزمون فرض بدین صورت نوشت:

رابطه (۴-الف)

$$H_\circ : E\{\hat{\mathbf{x}}_1\} - E\{\hat{\mathbf{x}}_2\} = E\{\hat{\mathbf{d}}\} = \circ$$

درستی این فرضیهٔ آماری در برابر این فرض که برخی از نقاط شبکه در فاصلهٔ زمانی دو اپک مورد نظر جابه‌جا شده‌اند مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر، فرض مخالف یا فرض مقابل به کار رفته در این آزمون بدین صورت است:

رابطه (۴-ب)

$$H_a : E\{\hat{\mathbf{x}}_1\} - E\{\hat{\mathbf{x}}_2\} = E\{\hat{\mathbf{d}}\} \neq \circ$$

برای ارزیابی درستی یا نادرستی فرض صفر در آزمون مورد بحث، از این آماره استفاده می‌شود:

رابطه (۵)

$$\omega = \frac{\hat{\mathbf{d}}^T\mathbf{Q}_{\mathbf{d}}^{+}\hat{\mathbf{d}}}{h\hat{\sigma}_0^2} \sim F_{\alpha,h,df}\,, \quad \Omega = \hat{\mathbf{d}}^T\mathbf{Q}_{\mathbf{d}}^{+}\hat{\mathbf{d}}$$

در این آماره بردار $\hat{\mathbf{d}}$ بردار جابه‌جایی ظاهری حاصل از تفاضل برآورد مختصات نقاط مشترک شبکه در دو اپک اندازه‌گیری مورد نظر ($\hat{\mathbf{x}}_1$ و $\hat{\mathbf{x}}_2$) است. از آنجا که در غیاب شواهد فیزیکی معقول و مناسب و پیش از شناسایی نقاط ثابت، هیچ یک از نقاط شبکه رفتارسنجی را نمی‌توان پایدار در نظر گرفت. در این مرحله از محاسبات، مختصات نقاط شبکه به روش سرشکنی قیود داخلی و با مقادیر اولیهٔ مشابهی برای اپک‌های مورد نظر محاسبه می‌شود. به این ترتیب، در رابطهٔ (۵) ماتریس $\mathbf{Q}_{\mathbf{d}}$ ماتریس کوفاکتور بردار جابه‌جایی ظاهری و $\mathbf{Q}_{\mathbf{d}}^{+}$ شبه معکوس این ماتریس

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-15]
[DOI: 10.29252/jgit.1.2.81]

است. همان‌گونه که در رابطهٔ (۵) ملاحظه می‌شود، آمارهٔ این آزمون دارای توزیع فیشر با درجات آزادی h و df است. α سطح اعتبار آزمون، h مرتبه ماتریس $\mathbf{Q_d}$ و df درجهٔ آزادی سرشکنی در سرشکنی خطاهای اتفاقی مشاهدات به روش قیود داخلی‌اند. در رابطهٔ (۵) پارامتر $\hat{\sigma}_\circ^2$ با استفاده از فاکتور واریانس ثانویهٔ شبکه در سرشکنی خطاهای مشاهدات دو اپک مورد نظر ($\hat{\sigma}_{\circ k}^2$ و $\hat{\sigma}_{\circ k+1}^2$) و با استفاده از این رابطه محاسبه می‌شود:

رابطه (۶)

$$\hat{\sigma}_\circ^2 = (r_k \hat{\sigma}_{\circ k}^2 + r_{k+1}\hat{\sigma}_{\circ k+1}^2)/r$$

در این زمینه r_k و r_{k+1} به ترتیب معرف درجه آزادی اپک‌های k ام و $k+1$ام، و r مجموع درجات آزادی دو اپک مورد نظر است.

عدم تأیید فرض صفر در این آزمون به منزله جابه‌جایی دست‌کم یکی از نقاط شبکه در بازهٔ زمانی دو اپک مورد نظر است. در این صورت، گام بعدی در این روش شناسایی نقاط ثابت در شبکه و محاسبه جابه‌جایی دیگر نقاط نسبت به نقاط ثابت شبکه است. در این روش برای شناسایی نقاط پایدار از سهم هر یک از نقاط شبکه در آماره این آزمون استفاده می‌شود. به سادگی می‌توان نشان داد که سهم نقطهٔ pام از شبکه در فرم مربعی Ω از رابطهٔ (۵) را می‌توان با استفاده از این روابط ـ که در پی می‌آیند ـ محاسبه کرد:

رابطه (۷)

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_r \\ \mathbf{d}_p \end{bmatrix}, \mathbf{Q}_\mathbf{d}^+ = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_r & \mathbf{w}_{rp} \\ \mathbf{w}_{pr} & \mathbf{w}_p \end{bmatrix}$$

رابطه (۸)

$$\mathbf{d}'_j = \mathbf{w}_j^{-1}\mathbf{w}_{jr}\mathbf{d}_r + \mathbf{d}_j$$

رابطه (۹)

$$\Omega_j = \mathbf{d}_j'^T \mathbf{w}_j \mathbf{d}'_j$$

بعد از محاسبه سهم جابه‌جایی هر نقطه در فرم مربعی مذکور، نقطهٔ دارای بیشترین سهم در این فرم به عنوان نقطه‌ای که احتمالاً در فاصله زمانی بین دو اپک اندازه‌گیری جابه‌جا شده است منظور می‌گردد. سپس، با حذف این نقطه از تعریف دیتوم، بردار جابه‌جایی نقاط و ماتریس کوفاکتور آنها با استفاده از روش انتقال متشابه (روابط ۱، ۲ و ۳) در دیتوم جدیدی که با نقاط باقی‌مانده تعریف می‌گردد، محاسبه می‌شود. در این مرحله، آزمون همانندی با نقاط باقی‌مانده و دیتوم جدید تکرار می‌گردد. این فرایند تا زمان تأیید این آزمون ادامه می‌یابد [۳]. در صورتی‌که فرض صفر این آزمون در مورد تمامی نقاط شبکه رد شود، مشخص خواهد شد که شبکه مورد نظر شبکه‌ای نسبی است و محاسبه جابه‌جایی مطلق نقاط این شبکه امکان‌پذیر نخواهد بود. به‌منظور اطمینان از عدم ارتکاب خطای نوع نخست در آزمون همانندی و پس از شناسایی کلیه نقاط ثابت شبکه در صورت وجود، نقاط ثابت مشترک بین دو اپک در آزمون فرضی که در ادامه ذکر می‌گردد شرکت می‌کنند. آزمون یاد شده را آزمون نقطه منفرد[1] می‌نامند [۲]:

رابطه (۱۰-الف)
$$H_\circ : E(d_j) = \circ$$

رابطه (۱۰-ب)
$$H_a : E(d_j)^I \neq \circ$$

آماره آزمون از طریق این رابطه تعریف می‌گردد:

رابطه (۱۱)

$$\omega_j = \frac{\hat{\mathbf{d}}_j^T \mathbf{Q}_{\mathbf{d}_j}^+ \hat{\mathbf{d}}_j}{k\hat{\sigma}_\circ^2} \sim F_{\alpha,k,df}$$

اگر $\omega_j < F_{\alpha,k,df}$ باشد، آزمون در سطح اطمینان $1-\alpha$ پذیرفته می‌گردد و نقطه مورد نظر به عنوان نقطه پایدار شناخته می‌شود. در صورتی که $\omega_j > F_{\alpha,k,df}$ باشد، فرض صفر رد می‌گردد و نقطه مورد نظر ناپایدار در نظر گرفته می‌شود[۳].

۳-۲- روش مینیمم‌سازی نرم L_1 بردار جابه‌جایی

تنها در یکی از سیستم‌های مختصات یا دیتوم‌های سرشکنی است که نرم L_1 بردار جابه‌جایی مینیمم می‌شود. در روش مینیمم‌سازی نرم L_1 بردار جابه‌جایی،

1. Single point hypothesis test

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-15]
[DOI: 10.29252/jgit.1.2.81]

این دیتوم خاص برای شناسایی نقاط ثابت در یک شبکه رفتارسنجی ـ و در پی آن، تعیین جابه‌جایی مطلق نقاط در آن ـ مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱]. از آنجا که هیچ یک از نقاط شبکه را نمی‌توان پیشاپیش پایدار در نظر گرفت، در نخستین گام از این روش خطاهای اتفاقی مشاهدات اپک‌های مورد نظر به روش قیود داخلی سرشکن می‌شود. اگر $\hat{\mathbf{d}}$ بردار جابه‌جایی ظاهری نقاط حاصل از سرشکنی خطاهای اتفاقی مشاهدات به روش قیود داخلی فرض شود، برای رسیدن به دیتوم مذکور تابع این هدف مینیمم می‌گردد [۱]:

رابطه (۱۲)
$$\varphi = \|\mathbf{d}\|_1 \rightarrow \min$$

با توجه به تأثیر دیتوم مورد استفاده در سرشکنی در جابه‌جایی ظاهری حاصل از برآورد مختصات هر یک از اپک‌های اندازه‌گیری (ن.ک. روابط ۱، ۲ و ۳) تابع هدف یاد شده را می‌توان بدین صورت بازنویسی کرد:

رابطه (۱۳)
$$\varphi = \|\mathbf{d} - \mathbf{s}t\| \rightarrow \mathrm{Min}, \quad t = \left(\mathbf{r}^{\mathrm{T}}\mathbf{s}\right)^{-1}\mathbf{r}^{\mathrm{T}}\mathbf{d}$$

در این عبارت، اسکالر t چنان تعیین می‌شود که تابع هدف (۱۳) مینیمم گردد. برای این کار با مرتب کردن بردار جابه‌جایی به صورت صعودی، در صورت فرد بودن تعداد نقاط شبکه، میانه این دنباله ـ و در صورت زوج بودن تعداد نقاط آن متوسط دو مقدار میانی این دنباله به عنوان مقدار t انتخاب می‌شود [۱]. در هر یک از این دو حالت مجموعه نقاطی که در تعریف بردار ستونی $\mathbf{r}$ مشارکت دارند، سیستم مختصاتی را که در آن نرم L_1 بردار جابه‌جایی مینیمم می‌شود تعریف می‌کنند. در ادامه پس از محاسبه جابه‌جایی ظاهری نقاط در این دیتوم مشابه با روش همانندی، از آزمون نقطه منفرد برای شناسایی نقاط پایدار مشترک بین اپک‌های اندازه‌گیری مورد نظر استفاده می‌شود [۲].

۴- آنالیز جابه‌جایی به روش اپک مرجع

روش‌های همانندی و مینیمم‌سازی نرم L_1 بردار جابه‌جایی برای شناسایی نقاط ثابت یا پایدار شبکه رفتارسنجی نیروگاه اتمی بوشهر در فاصلهٔ زمانی اپک‌های اندازه‌گیری یکم، دوم، سوم و هفتم این شبکه به کار رفته‌اند. نتایج مربوط به این محاسبات در بخش ۵-۱ همین مقاله ارائه شده‌اند. بررسی این نتایج، مشخص می‌سازند که این روش‌ها به جواب واحدی منتهی نمی‌شوند. از طرف دیگر، غالباً شواهد مستقلی که درستآزمایی نتایج هر یک از این روش‌ها را امکان‌پذیر سازد، در دست نیست. این واقعیات از یک سو، و نیاز به محاسبه جابه‌جایی مطلق نقاط این شبکه به منظور کالیبره کردن پارامترهای طراحی سازه‌های نیروگاه اتمی بوشهر با استفاده از نتایج حاصل از آنالیز جابه‌جایی شبکه رفتارسنجی این نیروگاه از سوی دیگر، ایجاد و توسعه روشی را که بدون نیاز به شناسایی نقاط ثابت محاسبه جابه‌جایی مطلق نقاط شبکه را ممکن سازد، ضروری می‌گردانند.

ماهیت خطی معادلات مشاهدات در سرشکنی خطاهای اتفاقی مشاهدات شبکه‌های ترازیابی، بازنویسی این معادلات را برحسب وضعیت شبکه در نخستین مرحله از اندازه‌گیری آن امکان‌پذیر می‌کند. از این روی، با در نظر گرفتن وضعیت اولیه شبکه به عنوان وضعیت مرجع آن، می‌توان جابه‌جایی مطلق نقاط شبکه را در اپک‌های اندازه‌گیری بعد نسبت به نخستین مرحله از اندازه‌گیری آن یا وضعیت مرجع شبکه سنجید. بدین لحاظ، این روش در این مقاله روش اپک‌مرجع نام‌گذاری شده است. برای روشن شدن اساس کار در روش مذکور، دستگاه معادلات مشاهدات اپک $k+1$ام اندازه‌گیری یک شبکه ترازیابی دقیق را در نظر بگیرید:

رابطه (۱۴)
$$h_j^{k+1} - h_i^{k+1} = \Delta h_{ij}^{k+1} + v_{ij}^{k+1}$$

در این رابطه v_{ij}^{k+1} و Δh_{ij}^{k+1} به ترتیب تصحیح خطای اتفاقی و اختلاف ارتفاع اندازه‌گیری شده بین دو

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-15]
[DOI: 10.29252/jgit.1.2.81]

نقطه دلخواه i و j شبکه‌اند، h_i^{k+1} و h_j^{k+1} به ترتیب ارتفاع این نقاط را نشان می‌دهند. اگر جابه‌جایی این نقاط در فاصلهٔ زمانی دو اپک kام و $k+1$ ام به ترتیب با d_i و d_j نمایش داده شود، معادلهٔ مشاهدهٔ (۱۴) را می‌توان بدین صورت بازنویسی کرد:

رابطه (۱۵)

$$(h_j^k + d_j) - (h_i^k + d_i) = \Delta h_{ij}^{k+1} + v_{ij}^{k+1}$$

رابطه (۱۵) را به این صورت می‌توان بازنویسی کرد:

رابطه (۱۶-الف) $$d_j - d_i = \delta\Delta h_{ij}^{k,k+1} + v_{ij}^{k+1}$$

رابطه (۱۶-ب) $$\delta\Delta h_{ij}^{k,k+1} = \Delta h_{ij}^{k+1} - \underbrace{(h_j^k - h_i^k)}_{=\Delta h_{ij}^k}$$

در معادلات (۱۶)، مدل ریاضی (۱۴) برحسب جابه‌جایی نقاط شبکه نسبت به اپک k ام بازنویسی می‌شود. به علاوه، در این معادله مشاهدهٔ Δh_{ij}^{k+1} در دستگاه معادلات مشاهدات (۱۴) با شبه‌مشاهده $\delta\Delta h_{ij}^{k,k+1}$ در معادله (۱۶) جایگزین شده است. با استفاده از قانون انتشار خطاها، دقت این شبه‌مشاهده را می‌توان با بهره‌گیری از این رابطه محاسبه کرد [۶].

رابطه (۱۷)

$$\sigma^2_{\delta\Delta h_{ij}^{k+1}} = \sigma^2_{\Delta h_{ij}^{k+1}} + \sigma^2_{\Delta h_{ij}^{k}} - 2\mathrm{cov}(h_j^k, h_i^k)$$

برخلاف دستگاه معادلات (۱۴)، معادلات مشاهدات در دستگاه معادلات (۱۶) برحسب اختلاف مختصات نقاط شبکه (بردارهای جابه‌جایی d_i و d_j در این رابطه) فرموله شده است. به این ترتیب، تغییر شکل صلب شبکه در قالب انتقال یکنواخت نقاط آن، دوران شبکه و یا تغییر مقیاس در آن می‌تواند به برآوردی اریب از جابه‌جایی‌های نقاط بینجامد [۶]. از آنجا که مقیاس و توجیه شبکهٔ ترازیابی در جریان اندازه‌گیری حفظ می‌گردد و یا مقید می‌شود، جابه‌جایی‌های حاصل از حل دستگاه معادلات (۱۶) می‌توانند صرفاً تحت تأثیر انتقال یکنواخت تمامی نقاط شبکه قرار گیرند.

شناسایی نقطه یا نقاطی ثابت در فاصلهٔ زمانی بین اپک‌های اندازه‌گیری مورد نظر می‌تواند این مشکل را برطرف سازد. با این حال، این روش لزوماً تنها راه‌حل ممکن برای رسیدن به برآوردی ناریب از جابه‌جایی نقاط شبکه ارتفاعی پایش تغییر شکل محسوب نمی‌شود، زیرا با معرفی بردار انتقال ثابت c به دستگاه معادلات (۱۶) می‌توان جابه‌جایی صلب احتمالی موجود را به همراه فاصلهٔ اطمینان مربوط به آن محاسبه کرد. به عبارت دیگر، دستگاه معادلات (۱۶) را می‌توان بدین صورت بازنویسی کرد:

رابطه (۱۸-الف) $$d_j - d_i + c = \delta\Delta h_{ij}^{k,k+1} + v_{ij}^{k+1}$$

رابطه (۱۸-ب) $$\delta\Delta h_{ij}^{k,k+1} = \Delta h_{ij}^{k+1} - (h_j^k - h_i^k)$$

جابه‌جایی‌های حاصل از دستگاه معادلات (۱۸) تحت تأثیر جابه‌جایی احتمالی صلب شبکه نخواهد بود. با این حال، به همین ترتیب برای دستگاه معادلات (۱۴) نیز ماتریس ضرایب یک واحد کمبود مرتبه دارد. با فرض کوچک بودن جابه‌جایی نقاط در فاصلهٔ زمانی دو اپک اندازه‌گیری مورد نظر، مسیر حرکت نقاط شبکه را در این فاصلهٔ زمانی می‌توان با خط راست تقریب زد. در این شرایط، جابه‌جایی حاصل از حل دستگاه معادلات (۱۸) دارای طولی کمینه خواهد بود. برای تحمیل این شرط (با فرض برقراری آن) به جواب حاصل از دستگاه معادلات مذکور، می‌توان از این تابع هدف استفاده کرد [۷]:

رابطه (۱۹) $$\varphi = \mathbf{v}^T\mathbf{P}\mathbf{v} + \mathbf{d}^T\mathbf{W}\mathbf{d} \rightarrow \min$$

در این رابطه، $\mathbf{P}$ ماتریس وزن شبه‌مشاهدات $\delta\Delta h_{ij}^{k,k+1}$ و $\mathbf{W}$ ماتریسی قطری است که عناصر آن برای نقاطی که مشترک در دو اپک برابر یک و برای سایر نقاط صفر در نظر گرفته می‌شود. به سادگی می‌توان نشان داد که با استفاده از این تابع هدف، برآورد کمترین مربعات بردار جابه‌جایی نقاط، بردار باقی‌مانده‌ها و ماتریس‌های کوواریانس آنها را می‌توان از طریق روابطی که در پی می‌آیند محاسبه کرد [۸]:

رابطه (۲۰) $$\hat{\mathbf{d}} = (\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{W})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P}\delta\Delta\mathbf{h}^{k,k+1}$$

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-15]

[DOI: 10.29252/jgit.1.2.81]

رابطه (۲۱)

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}} = (\mathbf{A}^T\mathbf{PA}+\mathbf{W})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{PA}(\mathbf{A}^T\mathbf{PA}+\mathbf{W})^{-1}$$

رابطه (۲۲)

$$\hat{\mathbf{v}} = \left[\mathbf{A}\left(\mathbf{A}^T\mathbf{PA}+\mathbf{W}\right)^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P}-\mathbf{I}\right]\delta\Delta\mathbf{h}^{k,k+1}$$

رابطه (۲۳)

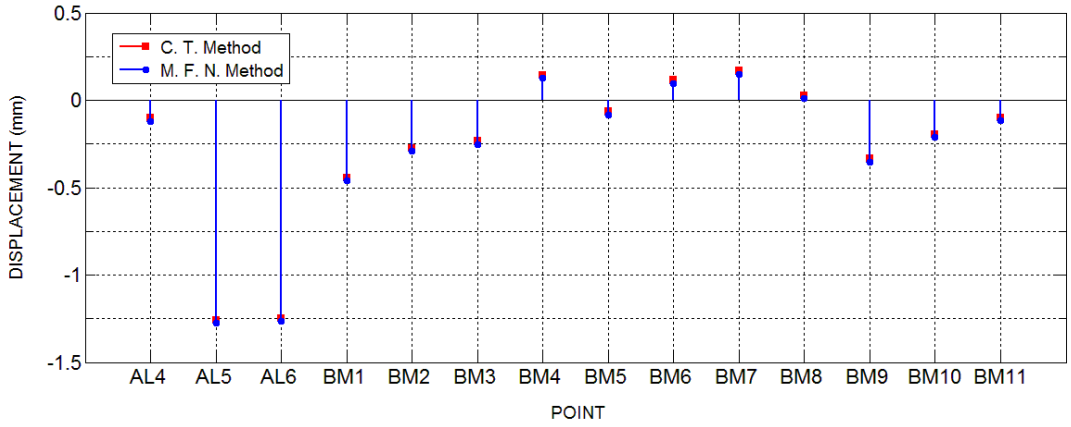
$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}} = \mathbf{A}(\mathbf{A}^T\mathbf{PA}+\mathbf{W})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{PA}(\mathbf{A}^T\mathbf{PA}+\mathbf{W})^{-1}\mathbf{A}^T - 2\mathbf{A}(\mathbf{A}^T\mathbf{PA}+\mathbf{W})^{-1}\mathbf{A}^T + \mathbf{C}_{\delta\Delta\mathbf{h}^{k,k+1}}$$

در روش اپک‌مرجع محاسبه ارتفاع نقاط در اپک نخست از طریق سرشکنی با قیود داخلی ـ و یا از طریق سرشکنی با حداقل قیود ـ امکان‌پذیر است.

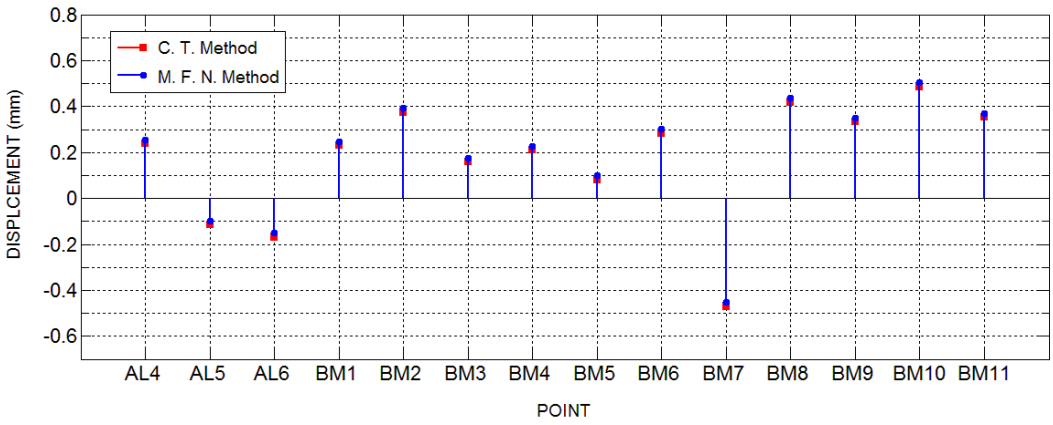
۵- نتایج عددی

۵-۱- مقایسه نتایج روش‌های همانندی و مینیمم‌سازی نرم L_1 بردار جابه‌جایی

در این مقاله جابه‌جایی‌های تمامی نقاط شبکه رفتارسنجی نیروگاه در فواصل زمانی بین اپک‌های «یکم و دوم»، «یکم و سوم»، و «یکم و چهارم» با استفاده از روش‌های همانندی و مینیمم‌سازی نرم L_1 بردار جابه‌جایی و در سطح اطمینان ۹۵ درصد محاسبه شده است. شکل‌های ۱، ۲ و ۳ نتایج حاصل از این محاسبات را صرفاً برای نقاط واقع در سازه‌های این نیروگاه نمایش می‌دهند. مقایسهٔ جابه‌جایی‌های محاسبه شده برای نقاط این شبکه با فواصل اطمینان مرتبط، معنی‌دار بودن نتایج حاصل را در سطح اطمینان یاد شده تأیید می‌کند.



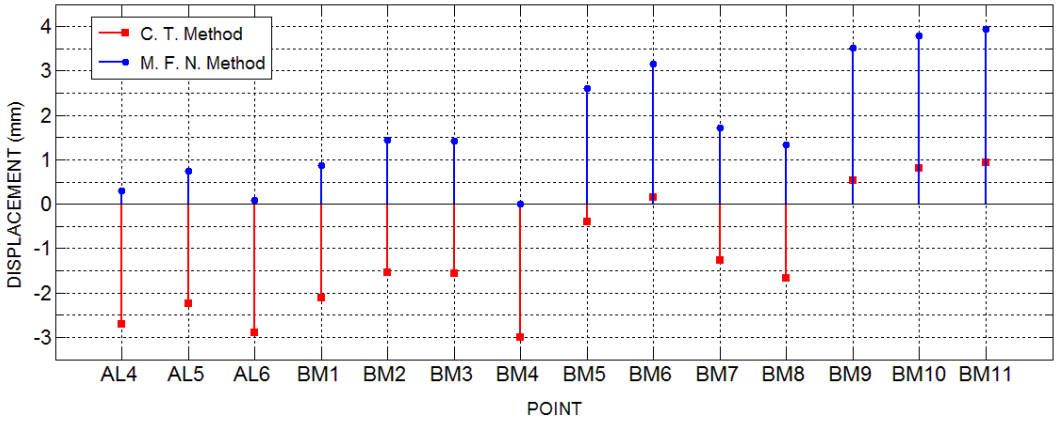
شکل ۱. جابه‌جایی نقاط مرجع بین اپک‌های یکم و دوم حاصل از روش‌های همانندی و مینیمم‌سازی نرم L_1 بردار جابه‌جایی



شکل ۲. جابه‌جایی نقاط مرجع بین اپک‌های یکم و سوم حاصل از روش‌های همانندی و مینیمم‌سازی نرم L_1 بردار جابه‌جایی

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-15]

[DOI: 10.29252/jgit.1.2.81]



شکل ۳. جابه‌جایی نقاط مرجع بین اپک‌های یکم و چهارم حاصل از روش‌های همانندی و مینیمم‌سازی نرم L_1 بردار جابه‌جایی

۵-۲- پایداری نقاط مرجع

وضعیت پایداری مجموعه نقاط مرجع در فواصل زمانی بین اپک‌های «یکم و دوم»، «یکم و سوم» و «یکم و چهارم» به دو روش همانندی و مینیمم‌سازی نرم L_1 بردار جابه‌جایی محاسبه گردیده و خلاصهٔ آن در جدول ۱ درج شده است. بررسی و مقایسهٔ این نتایج حاکی از آن‌اند که روش‌های یاد شده به نتایج واحدی نمی‌انجامند.

۵-۳- جابه‌جایی مطلق نقاط به روش اپک‌مرجع

جابه‌جایی مطلق نقاط شبکه، با استفاده از روشی که مؤلف آن را به وجود آورده است، و در بازه‌های زمانی بین اپک‌های «یکم و دوم»، «یکم و سوم» و «یکم و چهارم»، محاسبه شده است. شکل ۴ نتایج مربوط به این آنالیز را برای نقاط مرجع نمایش می‌دهد. مقایسهٔ جابه‌جایی‌های محاسبه شده برای نقاط این شبکه با فواصل اطمینان مربوط به آن، معنی‌دار بودن نتایج حاصل را در سطح اطمینان ۹۵ درصد تأیید می‌کند.

۶- نتیجه‌گیری

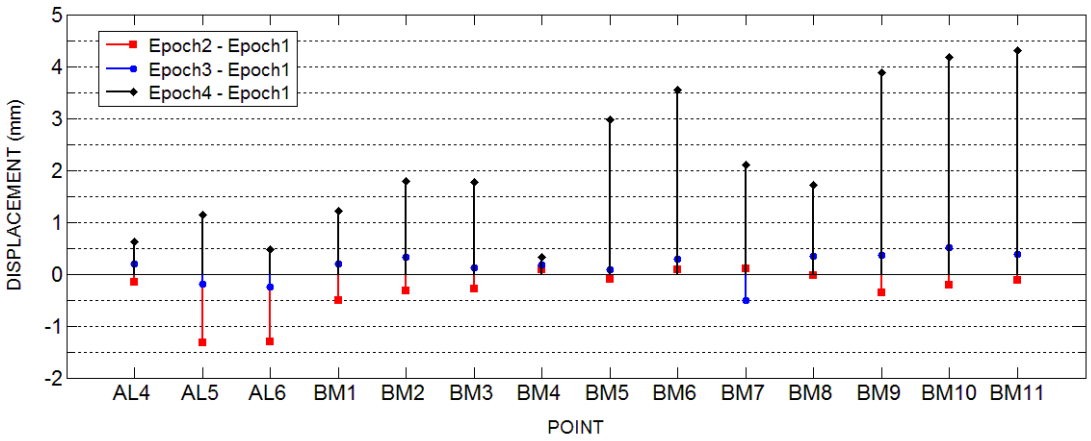
با توجه به محدودیت‌های موجود در روش ژئوتکنیک مورد استفاده برای تعیین پارامترهای پایهٔ طراحی سازه‌ها، رسیدن به برآوردی صحیح از این پارامترها ـ و در نتیجه اطمینان از ایمنی کارکرد سازه ـ مستلزم اندازه‌گیری و تعیین جابه‌جایی‌های مطلق سازه و مقایسهٔ آنها با مقادیری است که در مدل‌های پایه مورد استفاده در فرایند طراحی سازه پیش‌بینی می‌شود. تعیین میدان جابه‌جایی واقعی سازه‌ها و تفسیر درست از فرایند تغییرشکل به کمک آن، نیازمند شناسایی نقاط پایدار شبکه میکروژئودزی ارتفاعی نیروگاه اتمی بوشهر ـ به عنوان شبکه نمونه ـ استفاده شده است. نتایج به‌دست آمده از آنالیز داده‌های این شبکه، نشان از آن دارند که در روش‌های مذکور نقاط پایدار مشابهی پیشنهاد نمی‌شوند.

این موضوع، محاسبهٔ جابه‌جایی مطلق نقاط این شبکه ـ و در پی آن تحلیل کینماتیک این تغییرات ـ را ناممکن می‌سازد. این مشکل از یک سو، و توجه به اینکه تکنیک‌های مذکور بر روش‌های آمار ریاضی مبتنی‌اند و ماهیت فیزیکی پدیدهٔ مورد نظر را در نظر نمی‌گیرند از سوی دیگر، تکوین و توسعهٔ روش‌های جدیدی را که بتوانند جابه‌جایی مطلق نقاط را به‌دست دهند، اجتناب‌ناپذیر می‌نماید.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-15]
[DOI: 10.29252/jgit.1.2.81]

جدول ۱. نتایج آنالیز پایداری نقاط مرجع در شبکهٔ میکروژئودزی ارتفاعی نیروگاه اتمی بوشهر

نقاط	اپک یکم و دوم		اپک یکم و سوم		اپک یکم و چهارم	
	C. T. M.	M. F. N. M.	C. T. M.	M. F. N. M.	C. T. M.	M. F. N. M.
AL4	پایدار	پایدار	پایدار	پایدار	ناپایدار	پایدار
AL5	ناپایدار	ناپایدار	پایدار	پایدار	ناپایدار	ناپایدار
AL6	ناپایدار	ناپایدار	پایدار	پایدار	ناپایدار	پایدار
BM1	ناپایدار	ناپایدار	پایدار	پایدار	ناپایدار	ناپایدار
BM2	پایدار	پایدار	پایدار	پایدار	ناپایدار	ناپایدار
BM3	پایدار	پایدار	پایدار	پایدار	ناپایدار	ناپایدار
BM4	پایدار	پایدار	پایدار	پایدار	ناپایدار	پایدار
BM5	پایدار	پایدار	پایدار	پایدار	پایدار	ناپایدار
BM6	پایدار	پایدار	پایدار	پایدار	پایدار	ناپایدار
BM7	پایدار	پایدار	ناپایدار	پایدار	ناپایدار	ناپایدار
BM8	پایدار	پایدار	پایدار	پایدار	ناپایدار	ناپایدار
BM9	ناپایدار	ناپایدار	پایدار	پایدار	ناپایدار	ناپایدار
BM10	پایدار	ناپایدار	پایدار	پایدار	ناپایدار	ناپایدار
BM11	پایدار	پایدار	پایدار	پایدار	ناپایدار	ناپایدار



شکل ۴. جابه‌جایی مطلق نقاط مرجع شبکه میکروژئودزی ارتفاعی نیروگاه اتمی بوشهر، با استفاده از روش اپک‌مرجع

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-15]

[DOI: 10.29252/jgit.1.2.81]

در این مقاله، روش جدیدی برای حل این مشکل پیشنهاد شده است که محاسبه جابه‌جایی‌های مطلق تمامی نقاط این شبکه را نسبت به وضعیت اولیه یا وضعیت مرجع شبکه امکان‌پذیر می‌سازد. منظور از وضعیت اولیه یا مرجع شبکه، ارتفاع موقعیت یا وضعیت نقاط آن در نخستین مرحله اندازه‌گیری آن است. تنها فرض مورد استفاده در این روش، کوچک بودن جابه‌جایی نقاط است. برقراری این فرض در عمل مستلزم کوچک در نظر گرفتن فاصلهٔ زمانی بین اپک‌های اندازه‌گیری است.

در فاصلهٔ زمانی اپک‌های اندازه‌گیری مورد استفاده در این مقاله، پروژه تکمیل نیروگاه اتمی بوشهر با فازهای متعددی از خاک‌برداری، خاک‌ریزی برداشت قطعات بزرگ و سنگین بتن از برخی از سازه‌های نیروگاه، و بتن‌ریزی و نصب تجهیزات در آنها همراه بوده است. این موضوع خود از یک سو، و در اختیار نداشتن رکورد زمانی دقیقی از بازه‌های زمانی مرتبط با هر یک از فعالیت‌های عمرانی مذکور از سوی دیگر، ارائه تحلیلی از نتایج حاصل در این تحقیق را ناممکن ساخته است.

۷- منابع

[1] Chen Y.Q., Chrzanowski A. and Secord J. M., 1990. A Strategy for the Analysis of the Stability of Reference Points in Deformation Surveys, *CISM Journal ACSGS*, 44(2), 141-149.

[2] Chrzanowski A., Chrzanowski A.S., Bond J. and Wilkins R., 2007. Increasing Public and Environmental Safety Through Integrated Monitoring and Analysis of Structural and Ground Deformations, *Geomatics Solution Fordisaster Management*, 407-426.

[3] Cooper M.A.R., 1987. *Control Surveys in Civil Engineering.* William Collins Sons, Co.

[4] Krakiwsky E. J., 1975. *A Synthesis of Recent Advances in the Method of Least Squares, Canada:* The University of New Brunswick.

[5] Kuang, S., 1996. *Geodetic Network Analysis and Optimal Design: Concepts and Applications*, UK: Sams pubs.

[6] Mikhail E. M., Grace G., 1981. *Analysis and adjustment of survey measurements*, New york: Van Nostrand Reinhold Inc.

[7] Setan H. and Singh R., 2001. Deformation Analysis of Geodetic Monitoring, *Geomatica*, 55(3).

[8] Wells D.E. and Krakiwsky E.J., 1971. *The Method of Least Squares*. Canada: The University of New Brunswick.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-15]

[DOI: 10.29252/jgit.1.2.81]

K. N. TOOSI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
FACULTY OF GEODESY AND GEOMATICS ENGINEERING

Journal of Geospatial Information Technology
Vol.1, No.2, Winter 2014
81-90

A New Method for Deformation Analysis of Vertical Networks

Rezaee Javid G.R.[1], Mashadi Hossainali M.*[2]

1- M.Sc. Student in Geodesy, Faculty of Geodesy & Geomatics, K.N. Toosi University of Technology

2- Assistant Prof., Faculty of Geodesy & Geomatics Engineering, K.N. Toosi University of Technology

Abstract

Analyzing the stability of reference points is a key problem in deformation analysis. The reason is that the instability of these points results in the erroneous interpretation of the deformation process. In this paper, the stability of points in a vertical network has been analyzed, using the given methods of congruency and minimum-making the first norm. Comparison of the obtained results proves that the two methods do not provide a unique solution for the problem. Considering the obtained contrary results and the need for the estimation of the absolute displacements of the network points, a new method has been developed. Using the mentioned method, which is based on the reformulation of the corresponding observation equations, makes possible to compute the absolute displacements of the network points with respect to a reference measurement epoch.

Keywords: Deformation Analysis, Congruency Method, Minimum First Norm Method, Reference Epoch Method.

* Correspondence Address: 1346, Valiasr Street, Mirdamad intersection, Tehran, Iran. Tel: 021-88888445
Email: hossainali@kntu.ac.ir

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-15]

[DOI: 10.29252/jgit.1.2.81]