نشریه علمی مهندسی فناوری اطلاعات مکانی

سال دهم، شماره اول، بهار ۱۴۰۱

Vol.10, No.1, Spring 2022

۸۹ -۱۰۷

مقاله پژوهشی

DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]

[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]

[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

بررسی عملکرد معیارهای اعوجاجی از مقیاس نقطه‌ای و محدود در سیستم‌های تصویر مرکاتور معکوس(*TM*) و مرکاتور معکوس جهانی(*UTM*) (منطقه مطالعاتی ایران)

فاطمه اسماعیلی[۱]، حمید مهرابی[۲]*، وهاب نفیسی[۲]

۱- دانشجوی دکتری ژئودزی، گروه مهندسی نقشه‌برداری، دانشکده عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان

۲- استادیار، گروه مهندسی نقشه‌برداری، دانشکده عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱۱/۱۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۲/۱۷

چکیده

انتخاب معیار مناسب به منظور سنجش عملکرد سیستم‌های تصویر، همواره یکی از مسائل مطرح در علوم مکانی بوده است. برآورد اعوجاجات سیستم‌های تصویر می‌تواند در مقیاس نقطه‌ای و مقیاس محدود انجام شود. معیارهای نقطه‌ای که می‌توانند اعوجاجات زاویه و مساحت را بر اساس شاخص‌های تیسوت اندازه‌گیری کنند و معیارهای از مقیاس محدود که اعوجاجات شکل و مساحت را براساس المان‌بندی منطقه برآورد می‌کنند. در این پژوهش، المان بندی ثابت، جایگزین المان‌بندی تصادفی در الگوریتم محاسباتی معیارهای اعوجاجی از مقیاس محدود شد و عملکرد معیارهای اعوجاجی در سیستم‌های تصویر مرکاتور معکوس (*TM*) و مرکاتور معکوس جهانی (*UTM*) برای منطقه ایران از مقیاس نقطه‌ای و محدود مورد بررسی قرار گرفت. اگرچه انتخاب المان‌های ثابت، محدودیت‌های المان‌های تصادفی در تکرارناپذیر بودن محاسبات و کمبود تراکم در نواحی مرزی را برطرف می‌کند، اما نتایج این پژوهش، عدم وابستگی معیارهای از مقیاس محدود را به ویژگی‌های سیستم تصویر در نقشه‌های منطقه‌ای نشان می‌دهند. در میانگین‌گیری از مقادیر عددی معیارهای اعوجاجی به منظور ارائه یک شاخص عددی برای مقایسه اعوجاجات سیستم‌های تصویر، این شاخص‌ها در مشخص کردن اعوجاجات سیستم‌های تصویر، کارآمد عمل نکردند. بنابراین استفاده از تنها یک شاخص عددی، برای بررسی اعوجاجات سیستم‌های تصویر در نقشه‌های منطقه‌ای معنادار نیست. در مقابل، بررسی الگو تغییرات عددی معیارهای اعوجاجی از مقیاس نقطه‌ای، در مشخص کردن ویژگی‌های اعوجاجی سیستم‌های تصویر، مؤثر عمل کرد. بر اساس نتایج حاصل از این پژوهش بازه عددی مربوط به اعوجاجات مساحت از مقیاس نقطه‌ای در سیستم تصویر *TM* تا ده برابر بزرگ‌تر از سیستم *UTM* است.

کلید واژه‌ها : اعوجاجات سیستم‌های تصویر، سیستم تصویر مرکاتور معکوس، سیستم تصویر مرکاتور معکوس جهانی.

* نویسنده مکاتبه کننده: دانشگاه اصفهان، دانشکده عمران و حمل و نقل، گروه نقشه‌برداری.

تلفن: ۰۳۱۳۷۹۳۵۲۹۷

Email: h.mehrabi@eng.ui.ac.ir

۱- مقدمه

نزدیک‌ترین شکل هندسی به شکل پیچیده زمین، بیضوی به عنوان یک شکل هندسی غیرقابل گسترش است. بنابراین وقوع اعوجاج در فرآیند تصویر کردن کل و یا بخشی از زمین بر روی صفحه نقشه اجتناب‌ناپذیر است. انتخاب یک سیستم تصویر مناسب که در فرآیند تصویر کردن بخشی از کره زمین اعوجاجات را به حداقل برساند همواره موضوع بحث پژوهشگران علوم مکانی بوده است. اعوجاجات سیستم‌های تصویر را می‌توان به سه گروه تقسیم‌بندی کرد که عبارت‌اند از اعوجاجات مقیاس، زاویه‌ای و مساحت که در بین آن‌ها اعوجاج مقیاس به اعوجاج زاویه و مساحت وابسته است. این مسئله که چگونه اعوجاج‌های مختلف را در سیستم‌های تصویر بررسی کنیم، به عوامل مختلفی بستگی دارد. موقعیت جغرافیایی منطقه موردمطالعه، هدف نقشه و معیارهای اعوجاجی مورد استفاده، از مهم‌ترین این عوامل هستند. معیارهای اعوجاجی بر اساس مقیاس آن‌ها، به دو گروه اصلی معیارهای از مقیاس نقطه‌ای[۱] و معیارهای اعوجاجی در مقیاس محدود[۲] تقسیم می‌شوند[۱].

تیسوت[۳] (۱۸۸۱) یکی از اولین دانشمندانی بود که سعی کرد اعوجاج سیستم‌های تصویر را به صورت عددی بیان کند[۲]. شاخص‌های تیسوت می‌توانند اعوجاج نقشه را در مقیاس نقطه‌ای از دید زاویه‌ای و مساحت نشان دهند. از سال ۱۸۸۱ تلاش‌های زیادی به منظور ارائه شاخص‌هایی برای بررسی اعوجاجات در سیستم‌های تصویر صورت گرفته است. ازجمله این پژوهش‌ها می‌توان به پژوهش رابینسون (۱۹۹۵) اشاره کرد که سعی دارد، اعوجاجات را به صورت نقشه‌های ایزولاین[۴] نمایش دهد[۳]. این نقشه‌ها در نمایش الگو مکانی اعوجاجات مؤثر عمل‌کردند و به طور وسیعی در این حوزه استفاده می‌شوند. یان و همکارانش (۲۰۲۱) نیز روشی تصویرمبنا [۵] برای برآورد اعوجاجات زاویه‌ای در سیستم‌های تصویر ارائه می‌کنند[۴]. یکی دیگر از رویکردهای استفاده از معیارهای تیسوت در مطالعات، استفاده از شاخص‌های آماری بر روی این شاخص‌ها بود. از جمله اولین پژوهش‌ها در این زمینه می‌توان به پژوهش کریملینگ و همکارانش (۱۹۹۵) اشاره کرد[۵]. در سال‌های اخیر نیز کراکویتس (۲۰۲۰)، به توسعه روش‌های آماری به منظور میانگین‌گیری از اعوجاجات سیستم‌های تصویر در یک منطقه مشخص می‌پردازد[۶]. در این پژوهش معیار اعوجاجی "ایری-کاوارایسکی[۶]" به عنوان یک پارامتر ساده، کاندید مناسبی برای استانداردسازی سیستم‌های تصویر معرفی می‌شود. اگرچه اکثر معیارهای پیشنهادی بر اساس روش‌های آماری، نمی‌توانند انواع مختلف اعوجاج‌ها را به طور مستقل بررسی کنند [۷].

در مقابل شاخص‌های استفاده شده توسط تیسوت، شاخص‌های در مقیاس محدود، برای اولین بار توسط پیترز (۱۹۷۵) پیشنهاد شد[۸]. در سال ۲۰۰۲، کانترز این ایده را با "شاخص اعوجاج شکل" که توسط رویس و کلارک (۱۹۶۴) پیشنهاد شده بود[۹]، توسعه داد و اعوجاج فاصله، مساحت و شکل را در سیستم‌های تصویر مختلف برای تصویر کردن المان‌های تصادفی در کل کره زمین برآورد کرد[۱]. او همچنین در کتاب خود بیان می‌کند که یک رابطه معکوس بین اعوجاج شکل و مساحت در مقیاس محدود وجود دارد که مشابه رابطه بین اعوجاج زاویه‌ای و مساحت در مقیاس

[۱] *Infinitesimal criteria*
[۲] *Finite criteria*
[۳] *Tissot*
[۴] *Isoline*
[۵] *Image-Based*
[۶] *Airy-Kavrayskiy*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

نقطه‌ای است. کریستیان[1] در پژوهش اخیر خود، وجود وابستگی خطی بین اعوجاجات از مقیاس نقطه‌ای و محدود را تأیید کرد و افزود که این وابستگی زمانی که منطقه موردمطالعه بخشی از کره زمین است به طور قابل توجهی متفاوت است. این موضوع زمانی مشخص شد که روش فواصل محدود برای بهینه‌سازی یک نقشه در منطقه اقیانوس اطلس ناکارآمد عمل کرد. در این پژوهش مشکل اصلی در محاسبات مربوط به معیارهای از مقیاس محدود، انتخاب تصادفی المان‌های محاسباتی بیان‌شده است، چرا که در این حالت تراکم المان‌ها در مناطق مرکزی بیشتر از مناطق نزدیک به مرزها خواهد بود[۱۰].

در ایران، سعادت‌سرشت (۲۰۰۲) روشی هوشمند بر اساس الگوریتم ژنتیک به منظور بهینه‌سازی اعوجاجات هندسی در سیستم‌های اطلاعات جغرافیایی *(GIS)*[2] ارائه می‌دهد[۱۱]. این روش مستقل از نوع سیستم تصویر، پارامترهای سیستم تصویر را بهینه می‌کند. هلالی و همکارانش (۲۰۰۵) به ارائه مفهوم چند سیستم تصویری می‌پردازد و بر اساس آن نرم‌افزاری را توسعه می‌دهد که قابلیت انتخاب هوشمند سیستم تصویر را دارا است[۱۲]. در این پژوهش انتخاب سیستم تصویر مناسب بر اساس پارامترهای مقیاس، موقعیت و سایر ویژگی‌های سیستم تصویر است. راست‌بود (۲۰۱۴) نیز با استفاده از مفاهیم تغییر شکل، دو پارامتر انبساط[3] و بیشترین کرنش برشی[4] را در بررسی عملکرد سیستم‌های تصویر در منطقه ایران ارائه می‌دهد[۱۳]. نتایج این پژوهش الگو تغییرات مشابهی را برای این پارامترها و معیارهای اعوجاجی از مقیاس نقطه‌ای نشان می‌دهند.

در پژوهش پیش‌رو، تشکیل المان‌های مثلثی شکل ثابت بر اساس موقعیت ایستگاه‌های سیستم تعیین موقعیت جهانی[5] *(GPS)* در منطقه مطالعاتی، جایگزین انتخاب تصادفی المان‌ها در محاسبات مربوط به معیارهای از مقیاس محدود شد. تفاوت عملکرد دو دسته معیارهای اعوجاجی در مقیاس نقطه‌ای و مقیاس محدود و همچنین بررسی معناداری اعوجاجات زاویه، شکل و مساحت در سیستم‌های تصویر بر اساس روش‌های محاسباتی این معیارها، از موضوعات پراهمیت در انتخاب سیستم تصویر مناسب برای تصویر کردن ناحیه‌ای از زمین بر روی صفحه نقشه است. به همین منظور این پژوهش، به بررسی عملکرد معیارهای نقطه‌ای و در مقیاس محدود برای برآورد اعوجاج‌های مساحت، زاویه و شکل در سیستم تصویر مرکاتور معکوس و مرکاتور معکوس جهانی پرداخته است، بر همین اساس منطقه مطالعاتی در این پژوهش، محدوده جغرافیایی کشور ایران انتخاب شد.

۲- منطقه مطالعاتی

منطقه مورد مطالعه بین طول‌های جغرافیایی $(43^{\circ}E - 63^{\circ}E)$ و عرض‌های جغرافیایی $(24^{\circ}N - 40^{\circ}N)$ قرار دارد. یک روش ابتدایی در دسته‌بندی سیستم‌های تصویر، بر اساس ساختار هندسی آن‌ها است که سیستم‌های تصویر را به سه دسته اساسی سیستم‌های آزیموتی[6]، مخروطی[7] و استوانه‌ای[8] تقسیم‌بندی می‌کند[۱۴]. بر اساس این دسته‌بندی سیستم‌های تصویر استوانه‌ای برای تصویر کردن نواحی از کره زمین که فاصله کمی با استوا دارند مناسب‌تراند[۱]. با توجه به این موضوع منطقه ایران را می‌توان به عنوان یک نمونه مناسب در بررسی

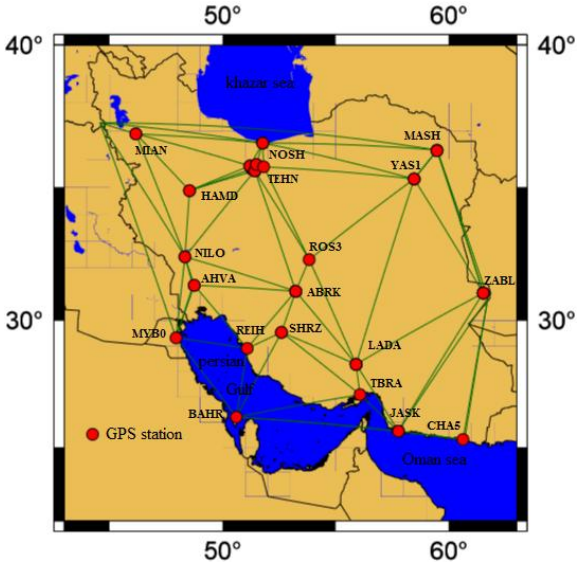
[1] *Krisztián*
[2] *Geographic Information System*
[3] *dilatation*
[4] *Maximum shear strain*
[5] *Global Positioning System*
[6] *azimuthal*
[7] *conical*
[8] *cylindrical*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

سیستم‌های تصویر استوانه‌ای در نظر گرفت. دو سیستم تصویر متداول و پرکاربرد برای منطقه ایران، سیستم‌های تصویر استوانه‌ای مرکاتور معکوس (*Transverse Mercator*(*TM*)) و مرکاتور معکوس جهانی (*Universal Transverse Mercator*(*UTM*)) هستند. در این پژوهش،روابط مربوط به این دو سیستم تصویر، برای زمین بیضوی شکل در نظر گرفته‌شده‌اند. محاسبات ریاضی مربوط به سیستم تصویر*UTM*، مشابه با سیستم *TM* است، با این تفاوت که در سیستم *UTM* طول جغرافیایی نصف‌النهار مرکزی و ضریب مقیاس در راستای آن، برای هر زون مختصاتی ثابت و تعریف‌شده است. کشور ایران در زون‌های مختصاتی شماره ۳۸،۳۹،۴۰،۴۱ سیستم تصویر*UTM* واقع‌شده است. در مورد استفاده از سیستم تصویر *TM* در منطقه ایران، طول جغرافیایی ۵۳ درجه شرقی به عنوان نصف‌النهار مرکزی و ضریب مقیاس ثابت $K_0 = ۰/۹۹۹۶$ در راستای آن در نظر گرفته شد.

۲-۱- پراکندگی ایستگاه‌های *GPS* در منطقه مطالعاتی

به منظور مثلث‌بندی منطقه مطالعاتی بر اساس موقعیت ایستگاه‌های *GPS* در منطقه (بخش ۳-۲)، موقعیت ۳۰ ایستگاه *GPS* در منطقه مطالعاتی در نظر گرفته شد. جدول(۵) در بخش ضمیمه، شامل نام ایستگاه‌ها و موقعیت جغرافیایی آن‌ها در منطقه مطالعاتی است. تعداد ۵۴ المان مثلثی شکل بر اساس موقعیت این ایستگاه‌ها تشکیل شد (شکل(۱)). اساس مثلث‌بندی بر روی موقعیت ایستگاه‌ها بر اساس روش مثلث‌بندی دلونی (*delaunay*) است که در این روش کمینه زاویه‌های مثلث‌ها به بیشترین مقدار ممکن می‌رسد[۱۵].



شکل ۱: پراکندگی ایستگاه‌های *GPS* و نحوه مثلث‌بندی برای منطقه ایران

۳- روش تحقیق

به منظور روشن شدن تفاوت محاسباتی معیارهای اعوجاجی در مقیاس نقطه‌ای و محدود، در ادامه در بخش (۳-۱) نحوه محاسبه پارامترهای اعوجاجی در مقیاس نقطه‌ای و در بخش (۳-۲) محاسبه پارامترهای اعوجاجی در مقیاس محدود بیان می‌شود.

۳-۱- پارامترهای اعوجاجی در مقیاس نقطه‌ای

تیسوت یک دایره بی‌نهایت کوچک روی سطح زمین در نظر گرفت و این دایره را بر اساس فرمول ریاضی یک سیستم تصویر بر روی صفحه نقشه تصویر کرد. او

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

متوجه شد این دایره به شکل یک بیضی با نظر گرفتن ویژگی‌های سیستم تصویر مورد استفاده، روی سطح نقشه تصویر می‌شود[۲]. اگر نصف‌النهارات و مدارات را در راستای قطرهای این بیضی در نظر بگیریم که در مرکز بیضی یکدیگر را قطع می‌کنند. اندازه طول این قطرها، نماینده ضرایب مقیاس هستند. این ضرایب مقیاس، در عموم پژوهش‌های این حوزه با نمادهای h و k شناخته می‌شوند. این پارامترها با مشتق‌گیری از رابطه سیستم تصویر نسبت به طول و عرض جغرافیایی به‌دست می‌آیند. سیستم‌های تصویر استوانه‌ای عموماً به صورت معادلات پارامتریک در سیستم مختصات کارتزین بیان می‌شوند. بنابراین ضرایب مقیاس برای آن‌ها از روابط (۱)و(۲) محاسبه می‌شوند[۱۴].

رابطه(۱)
$$h=\frac{((\frac{\partial x}{\partial \varphi})^2+(\frac{\partial y}{\partial \varphi})^2)^{\frac{1}{2}}(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}}{a(1-e^2)}$$

رابطه(۲)
$$k=\frac{((\frac{\partial x}{\partial \lambda})^2+(\frac{\partial y}{\partial \lambda})^2)^{\frac{1}{2}}(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{1}{2}}}{a\cos\varphi}$$

در روابط (۱)و(۲)، x,y مختصات‌های کارتزین بر روی صفحه نقشه هستند. φ,λ پارامترهای طول و عرض جغرافیای بر روی سطح زمین هستند. در این روابط زمین به عنوان یک بیضوی با قطر اطول a و خروج از مرکزیت e در نظر گرفته‌شده است.

به منظور محاسبه یک معیار اعوجاج مساحت، ایری(۱۸۶۱) یک روش ساده پیشنهاد کرد. در این روش، ضرب مقادیر عددی ضرایب مقیاس از عدد یک کم می‌شود و بعد از آن مربع عدد حاصل، به منظور حذف اعداد منفی، محاسبه می‌شود[۱۶]. در روش پیشنهادی توسط این پژوهش اعوجاجات بزرگ‌تر وزن بیشتری نسبت به اعوجاجات کوچک‌تر می‌گرفتند، بنابراین به صورت مساوی با این اعوجاجات برخورد نمی‌شد. کاوارایسکی (۱۹۳۴)، استفاده از لگاریتم طبیعی را به جای کم کردن از عدد یک پیشنهاد داد [۱۷]. حسن استفاده از تابع لگاریتم در این است که به اعوجاجات شدید (نزدیک به بی‌نهایت)، مقدار عددی بالایی اختصاص می‌یابد که به درستی می‌تواند نماینده آن‌ها باشد. بر همین اساس، در پژوهش پیش‌رو، از شاخص پیشنهاد شده توسط کریملینگ و همکارانش (۱۹۹۵) برای محاسبه اعوجاج مساحت در نقاط بر روی شبکه منظم در سراسر منطقه مطالعاتی استفاده شد و این اعوجاجات به صورت یک سطح پیوسته برای کشور ایران مشخص شدند[۵].

در رابطه(۳)، E_p معیار محاسبه اعوجاج مساحت در مقیاس نقطه‌ای است. بر همین اساس برای شاخص نماینده اعوجاج زاویه‌ای E_a با استفاده از لگاریتم طبیعی، در رابطه (۴) مشخص شد. مشابه با شاخص اعوجاج مساحت، شاخص اعوجاج زاویه نیز برای نقاط روی شبکه‌بندی منظم محاسبه شد و در بخش نتایج به صورت یک سطح پیوسته نمایش داده‌شده است.

رابطه(۳)
$$E_p=\ln^2(hk)$$

رابطه(۴)
$$E_a=\ln^2\left(\frac{h}{k}\right)$$

میانگین دو شاخص انتخاب‌شده برای نمایندگی اعوجاجات مساحت و زاویه در این تحقیق به عنوان پارامتر معنادار E_k مشخص می‌شود و نماینده اعوجاج خطی در سیستم‌های تصویر است. همان‌طور که از رابطه(۵) برمی‌آید این پارامتر مشابه با پارامتر "ایری-کاوارایسکی" [۱۷] است که در $\sqrt{2}$ ضرب شده است.

رابطه(۵)
$$E_K=\sqrt{\frac{(\ln^2(hk))^2+(\ln^2\left(\frac{h}{k}\right))^2}{2}}=\sqrt{E_p^2+E_a^2}$$

۳-۲- پارامترهای اعوجاجی در مقیاس محدود

به منظور اندازه‌گیری اعوجاجات سیستم‌های تصویر مختلف، کانترز (۲۰۰۲) المان‌هایی تصادفی را بر روی کل سطح کره زمین در نظر گرفت [۱]. او نسبت مساحت هر المان را به مساحت تصویرش روی سطح زمین محاسبه کرد و فاکتور مساحت نسبی پیشنهاد

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

شده توسط تابلر[۱] [۱۸] را برای محاسبه اعوجاج مساحت استفاده کرد. گودنبرگ و گات (۲۰۰۷) معیار جدیدی برای محاسبه اعوجاج مساحت در مقیاس محدود ارائه دادند که مزیت آن نسبت به معیار استفاده شده توسط تابلر عدم وابستگی به مقیاس عددی نقشه بود در این پژوهش شکل هندسی مثلث را برای المان‌های تصادفی در نظر گرفته شد[۱۹].

در رابطه(۶)، A_j مساحت بر روی سطح کره زمین و A'_j مساحت صفحه‌ای روی نقشه برای هر یک از المان‌های مثلثی و n تعداد المان‌ها است.

$$E'_p = \sqrt{\frac{1}{n}\left(\ln\frac{A'_j}{A_j} - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\ln\frac{A'_j}{A_j}\right)^2} \qquad \text{رابطه(۶)}$$

در پژوهش [۱۹] از رابطه مشابه با رابطه (۶) برای محاسبه معیار اعوجاج فاصله در مقیاس محدود استفاده می‌شود (رابطه(۷)).

$$E'_d = \sqrt{\frac{1}{n}\left(\ln\frac{d'_j}{d_j} - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\ln\frac{d'_j}{d_j}\right)^2} \qquad \text{رابطه(۷)}$$

در رابطه (۷)، d_j فاصله دو رأس المان مثلثی بر روی سطح کره زمین است و d'_j فاصله مستقیم متناظر با آن بر روی صفحه نقشه است. در این رابطه n تعداد اضلاع در همه مثلث‌ها است.

اگر اضلاع المان‌های مثلثی شکل تصادفی را بر روی سطح کره زمین a_i, b_i, c_i در نظر بگیریم و اضلاع متناظر با این سه ضلع را بر روی نقشه با a'_i, b'_i, c'_i نشان دهیم، معیار اعوجاج شکل را برای همه المان‌های مثلثی می‌توان از رابطه (۸) محاسبه کرد.

رابطه(۸)

$$E'_s = \frac{1}{n}\sqrt{\left(\ln^2\frac{a'_i}{a_i u_i} + \ln^2\frac{b'_i}{b_i u_i} + \ln^2\frac{c'_i}{c_i u_i}\right)}$$

در رابطه (۸) پارامتر، u_i از معادله مشخص‌شده از رابطه (۹) محاسبه می‌شود.

رابطه(۹)

$$u_i = 3\sqrt{\frac{a'_i}{a_i}.\frac{b'_i}{b_i}.\frac{c'_i}{c_i}}$$

در تمام پژوهش‌هایی که از معیارهای معرفی‌شده برای محاسبه معیارهای اعوجاج در مقیاس محدود استفاده کرده‌اند، المان‌های هندسی، در منطقه مطالعاتی و یا در کل کره زمین به صورت تصادفی انتخاب‌شده‌اند. کریستیان (۲۰۱۹) انتخاب تصادفی المان‌ها در محاسبه این معیارها را دارای یک اشکال مهم می‌داند. هنگامی‌که تعداد زیادی نقطه تصادفی در یک محدوده مستطیل شکل انتخاب می‌شود، تراکم این نقاط در مناطق مرکزی بیشتر از مناطق نزدیک به مرزها خواهد بود[۱۰]. پژوهش [۲۰] این پدیده را "اثر گوشه‌ای[۲]"می‌نامد. در پژوهش پیش‌رو، به منظور رفع این مشکل نقاط مبنا برای تشکیل المان‌های مثلثی به صورت تصادفی انتخاب‌نشده‌اند بلکه موقعیت ایستگاه‌های *GPS* در منطقه مطالعاتی، به عنوان مبنا المان‌بندی منطقه در نظر گرفته شده‌است. استفاده از موقعیت ایستگاه‌های *GPS*، به جای نقاط تصادفی به دلیل عدم پراکندگی همگن این ایستگاه‌ها در کل کره زمین، برای محاسبه معیارهای اعوجاجی محدود در نقشه‌های جهانی مناسب نیست. اما در مورد محاسبه معیارهای اعوجاجی محدود در نقشه‌های منطقه‌ای با پراکندگی تقریباً همگن ایستگاه‌های *GPS* مفید خواهد بود.

معیارهای مربوط به برآورد اعوجاجات زاویه‌ای در مقیاس محدود در عموم پژوهش‌های حوزه کارتوگرافی، به صورت یک مقدار واحد عددی برای هر سیستم تصویر، در نقشه‌های جهانی و یا نقشه‌های محلی نمایش داده می‌شود. در این پژوهش به منظور بررسی بهتر رفتار این پارامترها در سراسر منطقه مطالعاتی دو پارامتر e'_s, e'_p بر اساس روابط (۱۰) و (۱۱) از معادلات روابط(۸) و(۶) استخراج شدند.

[۱] *Tobler*

[۲] *Edge effect*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

$$e'_p = (\ln\frac{A'_j}{A_j} - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\ln\frac{A'_j}{A_j})^2 \qquad \text{رابطه(۱۰)}$$

$$e'_s = (\ln^2\frac{a'_i}{a_i u_i} + \ln^2\frac{b'_i}{b_i u_i} + \ln^2\frac{c'_i}{c_i u_i}) \qquad \text{رابطه(۱۱)}$$

مؤلفه‌های به کار رفته در روابط (۱۱)و(۱۰) دقیقاً مشابه با مؤلفه‌های متناظر آن‌ها در روابط(۸) و(۶) تعریف می‌شوند. الگوریتم مشخص شده در شکل(۲)، نمایش‌دهنده مراحل مربوط به محاسبه معیارهای شکل، مساحت و فاصله از مقیاس محدود براساس المان‌بندی ثابت مثلثی در منطقه مطالعاتی است. بر اساس همین الگوریتم در پژوهش پیش رو، المان‌های مثلثی در منطقه ایران بر اساس موقعیت ایستگاه‌های *GPS* تشکیل شدند و اعوجاجات مساحت، شکل و فاصله در مقیاس محدود برای هرکدام از سیستم‌های تصویر محاسبه شدند.

شکل ۲: الگوریتم محاسبه معیارهای اعوجاجی در مقیاس محدود

۴- نتایج

به منظور بررسی الگو مکانی تغییرات عددی مربوط به معیارهای از مقیاس نقطه‌ای، تغییرات عددی مربوط به این معیارها در بخش (۴-۱) برای منطقه ایران ارائه شدند. الگو مکانی تغییرات عددی معیارهای از مقیاس محدود، بر اساس مثلث‌بندی منطقه ایران در بخش (۴-۲) مشخص شدند. مقایسه شاخص‌های عددی معیارهای اعوجاجی از مقیاس نقطه‌ای و محدود در بخش (۴-۳) انجام شد.

۴-۱- نتایج مربوط به مقیاس نقطه‌ای

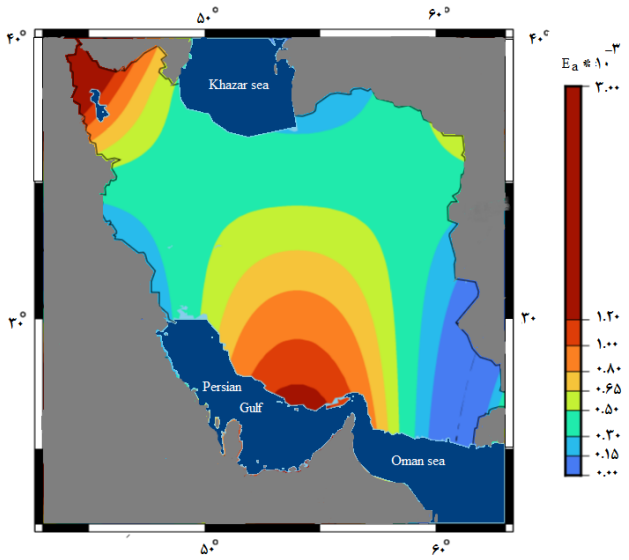
در این تحقیق، به منظور برآورد اعوجاجات زاویه و مساحت در مقیاس نقطه‌ای برای سیستم‌های تصویر *UTM*و *TM*، پارامترهای E_p, E_a مطابق روابط (۳) و (۴)، برای نقاط واقع بر یک شبکه‌بندی منظم در سراسر منطقه مطالعاتی محاسبه شدند. مقادیر عددی به‌دست‌آمده به صورت یک رویه برای منطقه ایران، در شکل‌های (۳)،(۴)،(۵)،(۶) نمایش داده‌شده‌اند.

شکل‌های (۳) و(۴) تغییرات پارامتر اعوجاج زاویه E_a را برای سیستم تصویر *TM* و *UTM* نمایش می‌دهند. با

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

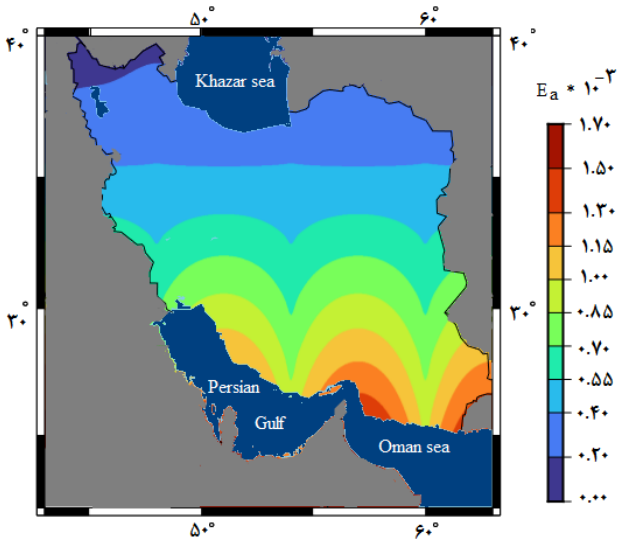
توجه به شکل (۳)، تغییرات عددی پارامتر E_a در سیستم تصویر *TM* تابعی از تغییرات طول و عرض جغرافیایی نسبت به موقعیت نصف‌النهار مرکزی است. در طول‌های جغرافیایی نزدیک به ۵۳ درجه شرقی، با افزایش عرض جغرافیایی اعوجاج زاویه‌ای کاهش می‌یابد. این در حالی است که با فاصله گرفتن از نصف‌النهار مرکزی، در عرض‌های جغرافیایی بالاتر شاهد اعوجاجات زاویه‌ای خارج از کنترل هستیم (نواحی شمال شرقی). به‌این‌ترتیب به نظر می‌رسد در سیستم تصویر *TM* موقعیت انتخابی مربوط به نصف‌النهار مرکزی، در بهینه‌سازی تغییرات عددی اعوجاجات زاویه‌ای از مقیاس نقطه‌ای نقش مؤثری دارد.

با توجه به شکل (۴)، بازه عددی مربوط به مقادیر معیار اعوجاج زاویه‌ای در سیستم تصویر *UTM* نسبت به سیستم تصویر *TM* بازه کوچک‌تری است و تغییرات عددی این معیار در سیستم تصویر *UTM* منظم‌تر و پیش‌بینی‌شده‌تر از سیستم *TM* اتفاق می‌افتد. علت این امر را می‌توان در طراحی سیستم تصویر *UTM* دانست. در این سیستم تصویر نصف‌النهارات مرکزی و حدود دامنه هر یک از زون‌های مختصاتی، به منظور کنترل اعوجاجات سیستم تصویر ثابت هستند، اگرچه همین امر سبب شده است که این سیستم تصویر انعطاف‌پذیری لازم را جهت بهینه‌سازی اعوجاجات در ناحیه‌ای دلخواه نداشته باشد.



شکل ۳: الگو تغییر اعوجاجات زاویه‌ای سیستم تصویر *TM* در مقیاس نقطه‌ای برای منطقه ایران

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]



شکل ۴: الگو تغییر اعوجاجات زاویه‌ای سیستم تصویر *UTM* در مقیاس نقطه‌ای برای منطقه ایران

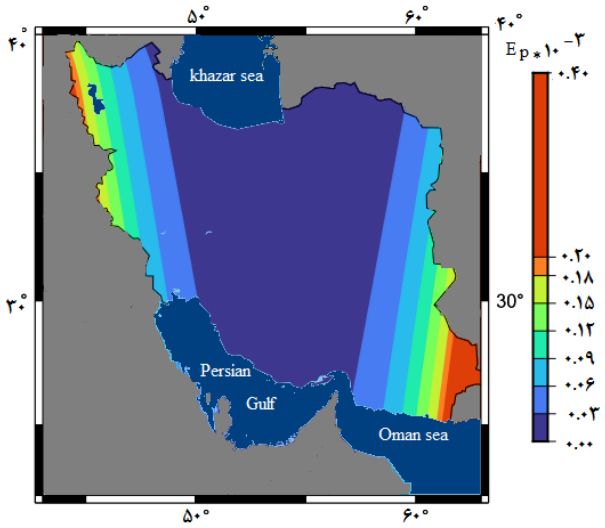
مقادیر عددی پارامتر اعوجاج مساحت E_p برای سیستم‌های تصویر *TM, UTM* در شکل‌های (۶)و(۵) نمایش داده‌شده‌اند.

با توجه به شکل (۵)، در سیستم تصویر *TM*، تغییرات عددی پارامتر E_p تابعی از تغییرات طول جغرافیایی نسبت به نصف‌النهار مرکزی است. در نواحی با فاصله کمتر از ۵ درجه از نصف‌النهار مرکزی، تغییرات اعوجاجات مساحت بسیار محدود است و با فاصله گرفتن هرچه بیشتر از این محدوده، اعوجاجات مساحت بزرگ‌تری را شاهد هستیم (شکل(۵)). بنابراین در این سیستم تصویر با تغییر موقعیت نصف‌النهار مرکزی و یا ضریب مقیاس در راستای این نصف‌النهار امکان کنترل کردن اعوجاجات مساحت وجود دارد، این قابلیت خصوصاً در مواردی که هدف کنترل اعوجاجات در ناحیه خاصی از منطقه است می‌تواند مؤثر واقع شود.

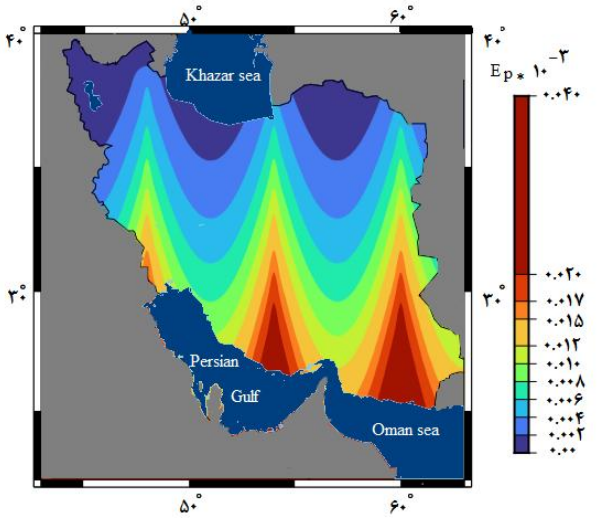
در مورد سیستم تصویر *UTM*، در هر زون مختصاتی با فاصله گرفتن از نصف‌النهار مرکزی مربوط به آن زون، اعوجاجات زاویه افزایش می‌یابند و به همین دلیل در نواحی مرزی بین دو زون مختصاتی، شاهد بیشترین اعوجاجات مساحت هستیم (شکل(۶)). اگرچه این افزایش در بالاترین مقدار خود در مقابل اعوجاجات مساحت در سیستم تصویر *TM* ناچیز است (شکل(۵)).

در طراحی سیستم تصویر *UTM* ، انتخاب محدوده ۶ درجه‌ای در اطراف نصف‌النهار مرکزی هر زون به کنترل اعوجاجات مساحت کمک شایانی کرده است. به طوری که بازه عددی مربوط به اعوجاجات مساحت در تصویر کردن کل منطقه ایران، برای سیستم تصویر *TM*، ۱۰ برابر بزرگ‌تر از سیستم تصویر *UTM* است (شکل(۵) و (۶)). اگرچه از محدودیت‌های انتخاب ۶ درجه‌ای زون‌های مختصاتی در این سیستم تصویر می‌توان به یک‌پارچه نبودن دامنه مختصات‌ها در سراسر منطقه موردمطالعه اشاره کرد.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]



شکل ۵: الگو تغییر اعوجاجات مساحت سیستم تصویر *TM* در مقیاس نقطه‌ای برای منطقه ایران



شکل ۶: الگو تغییر اعوجاجات مساحت سیستم تصویر *UTM* در مقیاس نقطه‌ای برای منطقه ایران

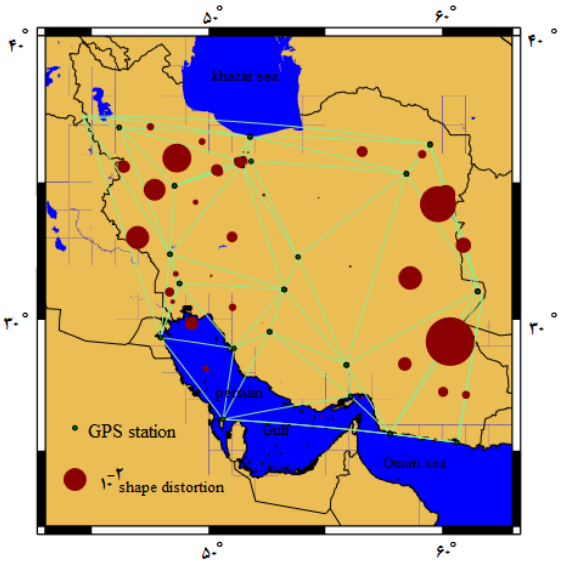
۴-۲- نتایج مربوط به مقیاس محدود

مقادیر پارامترهای e'_p, e'_s برای هریک از المان‌های مثلثی، مطابق روابط(۱۰)و(۱۱) محاسبه و در شکل‌های(۷)، (۸)،(۹)،(۱۰) نمایش داده‌شده‌اند. در شکل‌های (۸)و(۷)، مقدار عددی پارامتر e'_s به عنوان نماینده‌ای از اعوجاج شکل، برای هر یک از المان‌های مثلثی، با شعاع دایره‌های قرمزرنگ مشخص‌شده در مثلث‌ها متناسب است. با توجه به مقدار عددی منتسب به دایره‌های مشخص‌شده در این دو شکل، مقادیر عددی پارامتر اعوجاج شکل در سیستم تصویر *TM* بزرگ‌تر از همین مقادیر برای سیستم تصویر *UTM* است.

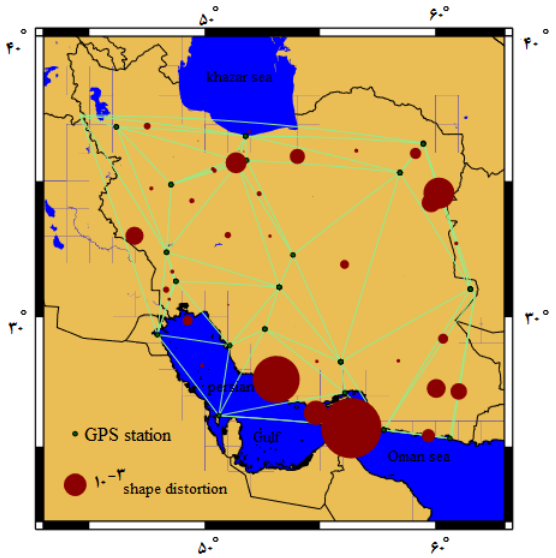
با توجه به شکل(۷)، در مورد سیستم تصویر *TM* با فاصله گرفتن مثلث‌ها از نصف‌النهار مرکزی، مقدار اعوجاج شکل در آن‌ها افزایش می‌یابد. در نواحی نزدیک به نصف‌النهار مرکزی، اعوجاجات شکل برای المان‌های مثلثی مستقل از شکل و مساحت مثلث‌ها، است. بنابراین اعوجاجات شکل در مقیاس محدود برای سیستم تصویر *TM* مستقل از نحوه المان‌بندی و وابسته به موقعیت نصف‌النهار مرکزی است.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

برخلاف الگو مشاهده‌شده برای سیستم تصویر *TM*، در مورد سیستم تصویر *UTM* الگو تغییرات اعوجاجات شکل در المان‌های مثلثی با دامنه زون‌های مختصاتی و موقعیت نصف‌النهارات مرکزی در این سیستم تصویر رابطه‌ای ندارد، شکل(۸). با توجه به الگو تغییرات اعوجاج شکل در المان‌های مثلثی در شکل(۸)، این تغییرات وابسته به شکل و اندازه مثلث‌ها نیز نیستند. بنابراین در مورد سیستم تصویر *UTM*، الگو رفتاری معیار اعوجاجات شکل را نه‌تنها می‌توان مستقل از نحوه المان‌بندی دانست بلکه این تغییرات مستقل از خصوصیات و پارامترهای سیستم تصویر نیز هستند. به نظر می‌رسد با محدود شدن دامنه عملکرد معیار اعوجاجی e's به زون‌های ۶ درجه‌ای در سیستم تصویر *UTM*، الگو معناداری برای تغییرات این پارامتر وجود ندارد.



شکل ۷: الگو تغییر اعوجاجات شکل سیستم تصویر *TM* در مقیاس محدود برای منطقه ایران

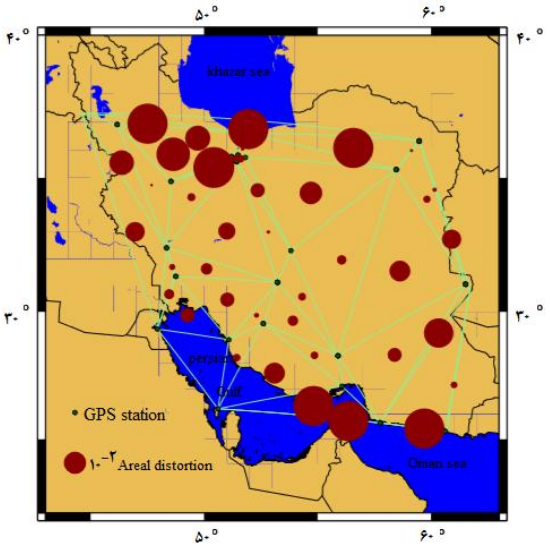


شکل ۸: الگو تغییر اعوجاجات شکل سیستم تصویر *UTM* در مقیاس محدود برای منطقه ایران

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

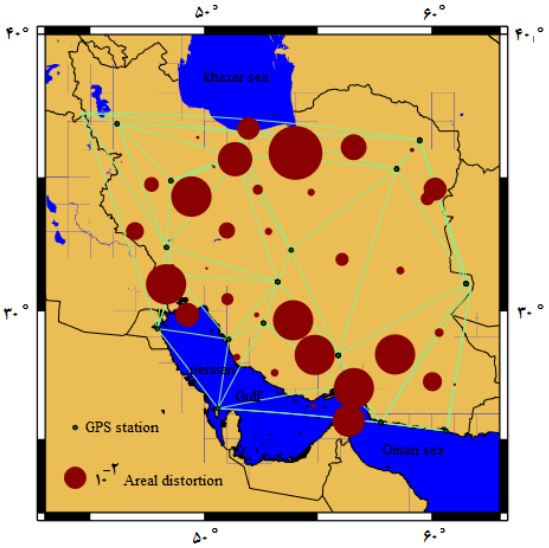
مقدار عددی پارامتر e'p به‌عنوان نماینده‌ای از اعوجاج مساحت، برای هر یک از المان‌های مثلثی، با شعاع دایره‌های مشخص‌شده در مثلث‌های شکل‌های(۹) و(۱۰) متناسب است. بازه مقادیر عددی پارامتر اعوجاج مساحت در مقیاس محدود در هر دو سیستم‌های تصویر مشابه است. در بررسی الگو رفتاری اعوجاجات مساحت در سیستم تصویر *TM*، تغییرات عددی پارامتر e'p بیش از آن‌که به موقعیت المان‌های مثلثی و پارامترهای سیستم تصویر وابسته باشد به شکل و اندازه مثلث‌ها وابسته است (شکل (۹)). در این سیستم تصویر مثلث‌های نزدیک به مثلث متساوی‌الاضلاع اعوجاجات مساحت کمتری را تجربه می‌کنند، در مقابل مثلث‌هایی با طول اضلاع کشیده‌تر، به نسبت افزایش مساحت المان، اعوجاجات مساحت بزرگ‌تری را تجربه می‌کنند (شکل (۹)).

با توجه به شکل (۱۰)، در مورد سیستم تصویر *UTM*، تغییرات عددی پارامتر اعوجاج مساحت e'p وابسته به محدوده زون‌های مختصاتی و موقعیت آن‌ها نیست. در این سیستم تصویر نیز، مشابه با سیستم تصویر *TM*، مثلث‌هایی که تفاوت طول سه ضلع در آن‌ها ناچیز است اعوجاج مساحت کم‌تری را به نسبت اندازه مثلث نشان می‌دهند. بنابراین الگو تغییرات اعوجاج مساحت را در مقیاس محدود می‌توان وابسته به نحوه المان‌بندی منطقه دانست. اگرچه، المان‌بندی ثابت و غیر تصادفی در محاسبات معیارهای محدود، ضعف این المان‌ها را در تکرارناپذیر بودن محاسبات جبران می‌کند اما همچنان نمی‌توان رفتار عددی اعوجاج مساحت در سیستم‌های تصویر براساس این معیارها را تحت تأثیر ویژگی‌های سیستم تصویر دانست.



شکل ۹: الگو تغییر اعوجاجات مساحت سیستم تصویر *TM* در مقیاس محدود برای منطقه ایران

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]



شکل ۱۰: الگو تغییر اعوجاجات مساحت سیستم تصویر *UTM* در مقیاس محدود برای منطقه ایران

۴-۳- مقیاس نقطه‌ای در مقابل مقیاس محدود

محاسبه یک شاخص عددی واحد که بتواند اعوجاجات سیستم‌های تصویر را در مقایسه با هم خلاصه کند، همواره موردعلاقه پژوهش‌گران علم کارتوگرافی بوده است. در مقیاس نقطه‌ای متداول‌ترین روش برای محاسبه این شاخص عددی، میانگین‌گیری از مقادیر عددی در سراسر منطقه مطالعاتی است [۲۱]. بر همین اساس در این پژوهش، به منظور برآورد عملکرد اعوجاجی دو سیستم تصویر *TM,UTM* بر اساس معیارهای اعوجاجی در مقیاس نقطه‌ای، از مقادیر عددی این معیارها در سراسر منطقه مطالعاتی میانگین‌گیری کردیم. جدول(۱) مشخص‌کننده نتایج حاصل از این محاسبات است. در مقایسه شاخص اعوجاج زاویه در دو سیستم تصویر، برای سیستم تصویر *TM*، مقدار عددی این شاخص از سیستم تصویر *UTM* کوچک‌تر است. این امر را می‌توان در الگو تغییرات معیار اعوجاج زاویه‌ای (E_a) در منطقه ایران توجیه کرد. با توجه به شکل‌های(۳) و (۴)، در مورد سیستم تصویر *TM*، نواحی وسیعی از منطقه ایران اعوجاجات زاویه نزدیک به صفر را تجربه می‌کنند و اگرچه مقدارحداکثر اعوجاج زاویه‌ای در سیستم تصویر *TM* بزرگ‌تر از سیستم *UTM* است، اما این مقدار حداکثری تنها در نواحی محدودی اتفاق می‌افتد. بنابراین در میانگین‌گیری عددی از معیار اعوجاج زاویه، سیستم تصویر *TM* مقدار عددی کوچک‌تری نسبت به سیستم *UTM* به خود اختصاص داده است (جدول(۱)). در مورد میانگین‌گیری از معیار اعوجاج مساحت، باتوجه به شکل‌های (۵) و (۶) بازه عددی مربوط به این معیار در سیستم *TM* حدود ۱۰ برابر بزرگ‌تر از سیستم *UTM* است، بنابراین مقدار عددی شاخص مربوط به این اعوجاج تحت تأثیر نحوه توزیع اعوجاجات در منطقه مطالعاتی نیست. بنابراین در مورد شاخص اعوجاج مساحت، سیستم تصویر *TM* مقدار عددی بزرگ‌تری نسبت به سیستم *UTM* به خود اختصاص داده است (جدول(۱)).

شاخص اعوجاج خطی E_k به عنوان یک کمیت وابسته به اعوجاجات مساحت و زاویه در مقیاس نقطه‌ای بر اساس رابطه (۵)، برای دو سیستم تصویر محاسبه شد. با توجه به بزرگ بودن مقدار عددی شاخص اعوجاج زاویه نسبت به شاخص اعوجاج مساحت، مقدار عددی شاخص اعوجاج خطی E_k برای دو سیستم تصویر موردمطالعه در منطقه ایران بیشتر تحت تأثیر شاخص

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

اعوجاج زاویه است، جدول(۱)، خصوصاً در مورد سیستم تصویر *UTM* کوچک بودن اعوجاجات مساحت در این سیستم، تأثیر ناچیزی بر شاخص اعوجاج خطی دارد. بنابراین در مقایسه سیستم‌های تصویر در نقشه‌های منطقه‌ای از مقیاس نقطه‌ای، به نظر می‌رسد در نظر گرفتن تنها یک شاخص عددی واحد، بدون توجه به رفتار اعوجاجات و بازه‌های عددی مربوط به آن‌ها، نتایج معتبر و صحیحی را در اختیار کاربر قرار نخواهد داد.

شاخص‌های $E'p, E's, E'd$ در مقیاس محدود، بر اساس روابط (۶)و(۷) ،(۸) برای سیستم‌های تصویر *UTM,TM* محاسبه شدند و جدول(۲) نتایج حاصل از این محاسبات را نمایش می‌دهد. بر اساس مقادیر عددی این جدول، شاخص‌های اعوجاج در مقیاس محدود برای سیستم تصویر *UTM* مقادیر عددی بزرگ‌تری را مشخص می‌کنند. اگرچه پژوهش [۱] از این شاخص‌ها برای مقایسه عملکرد سیستم‌های تصویر در کل کره زمین استفاده می‌کند و مقدار عددی آن‌ها را مشخص‌کننده نحوه عملکرد سیستم‌های تصویر در تصویر کردن کل کره زمین می‌داند، اما مقایسه تنها یک شاخص عددی واحد برای بررسی عملکرد سیستم‌های تصویر در نقشه‌های منطقه‌ای با توجه به نتایج مراحل قبل چندان معنادار به نظر نمی‌رسد. ناکارآمدی شاخص‌های اعوجاج در مقیاس محدود برای نقشه‌های منطقه‌ای در پژوهش [۱۰] نیز تأییدشده است.

جدول ۱ : شاخص‌های اعوجاج در مقیاس نقطه‌ای برای دو سیستم تصویر *TM,UTM*

سیستم تصویر	شاخص اعوجاج زاویه‌ای (*Ea*)	شاخص اعوجاج مساحت (*Ep*)	شاخص اعوجاج خطی (*Ek*)
سیستم تصویر *TM*	$۱۰^{-۵}\times۵/۰۲$	$۱۰^{-۵}\times۱/۰۶$	$۱۰^{-۵}\times۵/۱۲$
سیستم تصویر *UTM*	$۱۰^{-۵}\times۷/۲۷$	$۱۰^{-۷}\times۹/۵۰$	$۱۰^{-۵}\times۷/۲۷$

۴-۴- المان‌بندی تصادفی و المان‌بندی ثابت در معیارهای از مقیاس محدود

در این پژوهش، در محاسبات مربوط به معیارهای اعوجاجی از مقیاس محدود، المان‌بندی مثلثی بر اساس موقعیت ایستگاه‌های *GPS* در منطقه ایران مبنا قرار گرفت (بخش ۲-۱) . به منظور بررسی تأثیر المان‌بندی ثابت بر مقدار عددی شاخص‌های اعوجاجی $E'p, E's, E'd$ در مقیاس محدود، تمامی محاسبات مربوط به این شاخص‌های اعوجاجی برای المان‌های تصادفی تکرار شد. در این محاسبات موقعیت ۳۰ نقطه به صورت تصادفی در منطقه مطالعاتی ایران تولید شد و مبنا مثلث‌بندی قرار گرفت. در این حالت ۴۷ المان مثلثی شکل بر اساس موقعیت نقاط تولیدشده و روش مثلث‌بندی دلونی در منطقه شکل گرفت. لازم به ذکر است که با توجه به تصادفی بودن موقعیت نقاط تولید شده، تعداد المان‌های مثلثی در سایر تکرارها در این روش، ممکن است متفاوت باشد. درنهایت شاخص‌های $E'p, E's, E'd$ در مقیاس محدود، بر اساس روابط (۶)،(۷)،(۸) برای سیستم‌های تصویر *UTM,TM* از این روش محاسبه شدند. جداول (۳)و(۴) مقادیر عددی این شاخص‌ها را برای دو سیستم تصویر، در حالت المان‌بندی تصادفی و المان‌بندی ثابت مقایسه می‌کند.

بر اساس جداول (۳)و (۴) مقادیر مطلق عددی شاخص‌های از مقیاس محدود، تحت تأثیر نحوه المان‌بندی در منطقه مطالعاتی است. اگرچه در مقایسه دو سیستم تصویر *UTM,TM* بر اساس این شاخص‌ها، روش المان‌بندی تصادفی و المان‌بندی ثابت نتایج یکسانی را در اختیار کاربر قرار می‌دهند، اما با توجه به الگو تغییرات این اعوجاجات در منطقه مطالعاتی، (شکل‌های (۷)،(۸)،(۹)،(۱۰))، نمی‌توان این نتایج را

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

معتبر دانست. ضمن این‌که با توجه به تفاوت مقادیر مطلق عددی برای این شاخص‌ها در حالت تصادفی و ثابت، نتایج مشابهی در بررسی تعداد بیشتری از سیستم‌های تصویر پیش‌بینی نمی‌شود.

جدول ۲: شاخص‌های اعوجاج در مقیاس محدود برای دو سیستم تصویر *TM,UTM*

سیستم تصویر	شاخص اعوجاج شکل (*E's*)	شاخص اعوجاج مساحت (*E'p*)	شاخص اعوجاج خطی (*E'd*)
سیستم تصویر *TM*	۰٫۰۱۱۱۰۷۲۳۶	۰٫۲۶۹۷۷۴۵۱۲	۰٫۰۱۶۹۵۲۳۷۹
سیستم تصویر *UTM*	۰٫۰۵۲۷۷۰۹۶۸	۰٫۶۶۶۲۷۵۸۷۲	۰٫۰۶۱۱۷۸۶۲۸

جدول ۳: شاخص‌های اعوجاج در مقیاس محدود از روش المان‌بندی تصادفی و ثابت برای سیستم تصویر *TM*

سیستم تصویر	شاخص اعوجاج شکل (*E's*)	شاخص اعوجاج مساحت (*E'p*)	شاخص اعوجاج خطی (*E'k*)
المان‌های مثلثی تصادفی	۰٫۰۱۶۳۷۸۷۷۶	۰٫۲۲۰۱۱۱۸۲۲	۰٫۰۲۲۰۳۲۸۶۴
المان‌های مثلثی ثابت	۰٫۰۱۱۱۰۷۲۳۶	۰٫۲۶۹۷۷۴۵۱۲	۰٫۰۱۶۹۵۲۳۷۹

جدول ۴: شاخص‌های اعوجاج در مقیاس محدود از روش المان‌بندی تصادفی و ثابت برای سیستم تصویر *UTM*

سیستم تصویر	شاخص اعوجاج شکل (*E's*)	شاخص اعوجاج مساحت (*E'p*)	شاخص اعوجاج خطی (*E'k*)
المان‌های مثلثی تصادفی	۰٫۰۴۷۵۹۴۲۳۸	۰٫۶۰۱۹۲۳۸۸۱	۰٫۰۵۸۳۳۹۶۰۷
المان‌های مثلثی ثابت	۰٫۰۵۲۷۷۰۹۶۸	۰٫۰۶۶۶۲۷۵۸۷۲	۰٫۰۶۱۱۷۸۶۲۸

۵- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

یکی از اهداف اصلی این پژوهش مشخص کردن کاربرد و نقش معیارهای نقطه‌ای و در مقیاس محدود، برای بررسی اعوجاجات سیستم‌های تصویر *TM* و*UTM* در منطقه ایران بود. در بررسی الگو تغییرات عددی معیارهای اعوجاجی از مقیاس نقطه‌ای، هر دو معیار اعوجاج زاویه و مساحت، بازه عددی محدودتری را در سیستم تصویر *UTM* نسبت به سیستم تصویر *TM* مشخص می‌کنند. این امر را می‌توان در طراحی سیستم تصویر *UTM* توجیه کرد. در سیستم تصویر *UTM* ثابت بودن نصف‌النهارات مرکزی و ضریب مقیاس در راستای آن‌ها و همچنین محدود بودن محدوده جغرافیایی در هر زون مختصاتی، در محدود کردن بازه عددی اعوجاجات نقش اساسی دارد. به طوری که در مورد بازه تغییرات عددی اعوجاجات مساحت از مقیاس نقطه‌ای، در سیستم تصویر *TM* ده برابر بزرگ‌تر از همین بازه برای سیستم تصویر *UTM* است. اگرچه همین موضوع، موجب محدودیت در انعطاف‌پذیری سیستم تصویر *UTM*به منظور بهینه‌سازی در یک ناحیه خاص شده است.

در این پژوهش، الگوریتم محاسبه معیارهای اعوجاجی از مقیاس محدود، که در پژوهش‌های گذشته بر اساس انتخاب المان‌های تصادفی بناشده بود، با المان‌بندی بر اساس موقعیت ایستگاه‌های *GPS* در منطقه مطالعاتی جایگزین شد و به دنبال آن معیارهای اعوجاجی شکل و مساحت از مقیاس محدود برای سیستم‌های *TM* و *UTM* محاسبه شدند. انتخاب المان‌های ثابت در

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

محاسبات مربوط به معیارهای از مقیاس محدود، مشکلات تکرارناپذیر بودن محاسبات و کاهش تراکم المان‌ها در نواحی مرزی را برطرف می‌کند. در بررسی الگو تغییرات عددی معیار اعوجاجات شکل برای المان‌های منطقه مطالعاتی، در خصوص سیستم تصویر *UTM*، با فاصله گرفتن از موقعیت نصف‌النهار مرکزی، افزایش اعوجاجات در المان‌های مثلثی اتفاق افتاد. اگرچه در مورد نتایج حاصل از سیستم تصویر *TM* عدم وابستگی معیارهای اعوجاجی از مقیاس محدود به ویژگی‌های سیستم تصویر مشخص شد. در مقایسه دو حالت المان‌بندی تصادفی و ثابت، مقادیر عددی مربوط به شاخص‌های اعوجاج شکل، مساحت و اعوجاج خطی به صورت محسوسی تغییر کرد (جداول (۳)و (۴)). بنابراین وابستگی معیارهای اعوجاجی در مقیاس محدود، به نحوه المان‌بندی منطقه و شکل المان‌ها تاییدشد. این امر می‌تواند نشان‌دهنده عدم اعتبار معیارهای از مقیاس محدود برای بررسی رفتار اعوجاجات در نقشه‌های منطقه‌ای باشد. معنادار نبودن معیارهای از مقیاس محدود در حالت المان‌بندی تصادفی، برای نقشه‌های منطقه‌ای، پیش‌تر در پژوهش [۱۰] نیز بیان‌شده بود.

به منظور مقایسه اعوجاجات سیستم‌های تصویر، بر اساس یک شاخص عددی واحد، از مقادیر عددی معیارهای اعوجاجی در مقیاس نقطه‌ای و محدود میانگین‌گیری شد. با بررسی مقادیر عددی شاخص‌ها از مقیاس نقطه‌ای برخلاف نتایج مشاهده‌شده در خصوص الگو تغییرات عددی برای کل منطقه، در مورد سیستم تصویر *UTM*، شاخص اعوجاج زاویه‌ای بزرگ‌تر از همین شاخص برای سیستم *TM* بود (جدول(۱))، این در حالی است محدود بودن دامنه زون‌های مختصاتی در این سیستم تصویر موجب کنترل دامنه عددی اعوجاجات زاویه و مساحت شده است. بنابراین به نظر می‌رسد بررسی الگو تغییرات عددی معیارهای نقطه‌ای در منطقه مطالعاتی، روش کارآمدتری نسبت به انتخاب یک عدد واحد در مشخص‌کردن رفتارهای اعوجاجی یک سیستم تصویر باشد. بهینه‌سازی الگو تغییرات عددی معیارهای نقطه‌ای در نقشه‌های منطقه‌ای با کاربردهای متفاوت، می‌تواند موضوع پژوهش‌های آینده در بحث اعوجاجات سیستم‌های تصویر قرار بگیرد.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

۶- ضمیمه

جدول۵: لیست ایستگاه‌های *GPS* مورد استفاده درالمان‌بندی منطقه به همراه موقعیت جغرافیایی آن‌ها

نام ایستگاه *GPS*	طول جغرافیایی (درجه)	عرض جغرافیایی (درجه)
ABRK	*53.2264805*	*31.12046152*
AHVA	*48.6844282*	*31.33964556*
AHVZ	*48.7443505*	*31.34386603*
BAHR	*50.6081464*	*26.20914184*
CHA5	*60.6937599*	*25.29957986*
DA01	*51.4864168*	*35.81535585*
HAMD	*48.5343072*	*34.86908323*
JASK	*57.7639005*	*25.64948918*
LADA	*55.8946743*	*28.29401358*
M020	*51.4247525*	*35.58867281*
M022	*51.2050154*	*35.7632666*
M318	*51.2982237*	*35.64593981*
M804	*51.5851856*	*35.73451069*
MASH	*59.4703933*	*36.30884537*
MIAN	*46.1621242*	*36.90836814*
MRIA	*51.8121354*	*35.73035517*
MSHN	*59.4798184*	*36.33472455*
MYB0	*47.9365054*	*29.32975105*
NILO	*48.3358225*	*32.41770643*
NOSH	*51.7679642*	*36.58566984*
REIH	*51.08171*	*28.91899775*
ROS3	*53.8222779*	*32.31305478*
SHRZ	*52.6025849*	*29.54436901*
TBCH	*60.6244347*	*25.31406895*
TBRA	*56.0732597*	*27.10246035*
TEHN	*51.3340934*	*35.69728233*
TMIC	*51.4116983*	*35.71772382*
YAS1	*58.4636027*	*35.29267435*
ZBL3	*61.5173619*	*31.04939259*
ZABL	*61.7159206*	*30.84127902*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

مراجع

[1] F. Canters, Small-scale map projection design. CRC Press, 2002.

[2] A. Tissot, "Mémoire sur la représentation des surfaces et les projections des cartes géographiques," Nouvelles annales de mathématiques: journal des candidats aux écoles polytechnique et normale, vol. 17, pp. 145-163, 1878.

[3] A. H. Robinson, Kimerling, A, Elements of cartography vol. 526, p. 4, 1995.

[4] J. Yan, T. Xu, N. Li, and G. Gong, "Image-Based Angular Distortion Metric of Map Projections by Using Surface Fitting for Noise Reduction," ISPRS International Journal of Geo-Information, vol. 11, no. 1, p. 1, 2021.

[5] J. A. Kimerling, S. W. Overton, and D. White, "Statistical comparison of map projection distortions within irregular areas," Cartography and Geographic Information Systems, vol. 22, no. 3, pp. 205-221, 1995.

[6] K. Kerkovits, "A statistical reinterpretation and assessment of criteria used for measuring map projection distortion," Cartography and Geographic Information Science, vol. 47, no. 6, pp. 481-491, 2020.

[7] M .Basaraner and S. Cetinkaya, "New measures for analysis and comparison of shape distortion in world map projections," Cartography and Geographic Information Science, vol. 46, no. 6, pp. 518-531, 2019.

[8] A. B. Peters, "Wie man unsere Weltkarten der Erde ähnlicher machen kann," Kartographische Nachrichten, vol. 25, no. 5, pp. 173-183, 1975.

[9] R. R. Boyce and W. A. Clark, "The concept of shape in geography," Geographical review, vol. 54, no. 4, pp. 561-572, 1964.

[10] K. Krisztián, "Comparing finite and infinitesimal map distortion measures," International Journal of Cartography, vol. 5, no. 1, pp. 3-22, 2019.

[11] s. a. sersht.M, "Optimization of geometric distortion of projection systems by genetic algorithms," Geomatics conference, 2002.

[12] H. Helali, Aliasghar alsheikh, B Voosoghi, , "Classification and modeling of multi-image system parameters in spatial databases " Geomatics conference, 2005.

[13] A. Rastbood, "Strain Analysis of Common Map Projections in Iran Using Continuum Mechanics Concepts ",def, vol. 2, no. 2, p. 2, 2014 .

[14] J. P. Snyder, Map projections--A working manual. US Government Printing Office, 1987.

[15] B. Delaunay and S. Vide, "A la mémoire de Georges Voronoï," Bulletin de l'Académie des Sciences de l'URSS, Classe des sciences mathématiques et naturelles, vol. 6, pp. 793-800, 1934.

[16] G. B. Airy, "LIII. Explanation of a projection by balance of errors for maps applying to a very large extent of the earth's surface; and comparison of this projection with other projections ",The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, vol. 22, no. 149, pp. 409-421, 1861.

[17] V. V. Kavrayskiy, "Matematicheskaya kartografiya. Redbaza Goskartotresta," Moscow & Leningrad., 1934.

[18] W. R. Tobler, "GEOGRAPHICAL COORDINATE COMPUTATIONS. PART II. FINITE MAP PROJECTION DISTORTIONS," MICHIGAN UNIV ANN ARBOR DEPT OF GEOGRAPHY 1964.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

[19] *D. M. Goldberg and J. R. Gott III, "Flexion and skewness in map projections of the earth," Cartographica: The International Journal for Geographic Information and Geovisualization, vol. 42, no. 4, pp. 297-318, 2007.*

[20] *P. Laskowski, "Part 1: Distortion-spectrum fundamentals a new tool for analyzing and visualizing map distortions," Cartographica: The International Journal for Geographic Information and Geovisualization, vol. 34, no. 3, pp. 3-18, 1997.*

[21] *G. A. Meshcheryakov, Teoreticheskie osnovy matematicheskoy kartografii. Moscow: Nedra. , 1968.*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]

K. N. TOOSI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
FACULTY OF GEODESY AND GEOMATICS ENGINEERING

Journal of Geospatial Information Technology
Vol.10, No.1, Spring 2022

Research Paper

Investigation of infinitesimal and finite distortions criteria in the use of Transverse Mercator and Universal Transverse Mercator map projections (Case study: Iran region)

Fateme Esmaeili [1], Hamid Mehrabi [2]*, Vahab Nafisi [2]

1- Ph.D. candidate of geodesy in Department of Geomatics, faculty of civil and transportation engineering, University of Isfahan
2- Assistant professor in Department of Geomatics, faculty of civil and transportation engineering, University of Isfahan

Abstract

Selection of a proper criterion to evaluate map projections' distortions has always been one of the important issues in the field of cartography. One of the classifications for distortions criteria is based on their computational scale. On one hand infinitesimal scale criteria estimate angular and areal distortions based on Tissot indicators, on the other hand finite scale criteria assess shape and areal distortions based on region discretization. In this research, random discretization was replaced with fixed discretization in the computational algorithm of finite scale criteria and the performance of distortions criteria of infinitesimal and finite scale in TM systems and UTM in the study of Iran region was investigated. Although fixed elements remove the limitations of random elements like unrepeatable calculations and lower elements' density in border areas, the results of this study indicate that finite scale criteria are independent of the map projections' characteristics. In order to provide a numerical index for comparing distortions of map projections by averaging the numerical values of criteria, these indexes did not work efficiently in determining the distortions of the projections. Therefore, using only one numerical index to map projections' distortions in regional maps is not significant and it is more reliable to study the pattern of numerical changes of infinitesimal scale criteria to evaluate map projections' distortions in regional maps. According to the results of this study, the numerical range of areal distortions of infinitesimal in the TM projection is up to ten times larger than the UTM system.

Key words: *Map projection distortions, Transverse Mercator, Universal Transverse Mercator, Iran region map.*

Correspondence Address *: Faculty of Civil and Transportation Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran.*
Tel*: +98 31 37935297.*
Email*: h.mehrabi@eng.ui.ac.ir*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1401.10.1.6.0]
[DOI: 10.52547/jgit.10.1.89]