نشریه علمی مهندسی فناوری اطلاعات مکانی

سال دوازدهم، شماره نخست، بهار ۱۴۰۳

Vol.12, No.1, Spring 2024

۹۵ -۱۱۳

مقاله پژوهشی

موقعیت‌یابی دریایی مستقل از سامانه‌های ماهواره‌ای با استفاده از دو ارتفاع متوالی از خورشید

سعید علیپور گیلده[1*]، علی محمدی[2]، احمد ذادق آبادی[3]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت دریایی، دانشکده ناوبری و فرماندهی کشتی، دانشگاه علوم دریایی امام خمینی(ره) نوشهر

۲- استادیار گروه مدیریت دریایی، دانشکده ناوبری و فرماندهی کشتی، دانشگاه علوم دریایی امام خمینی(ره) نوشهر

۳- استاد گروه مدیریت دریایی، دانشکده ناوبری و فرماندهی کشتی، دانشگاه علوم دریایی امام خمینی(ره) نوشهر

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۱۰/۳۰ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۰۴/۲۳

چکیده

دریانوردی اقیانوسی وابستگی زیادی به تعیین موقعیت واحدهای شناور دارد، از گذشته که ناوبری ماهواره‌ای وجود نداشت تمامی واحدهای شناور که در اقیانوس دریانوردی می‌کردند، با استفاده از اجرام سماوی و خورشید موقعیت خود را محاسبه می‌نمودند. با ظهور ناوبری ماهواره‌ای، تعیین موقعیت با استفاده از اجرام سماوی کم رنگ شده و فقط منحصر به موارد اضطراری که واحد شناور قادر به استفاده از تجهیزات ماهواره‌ای نیست، شده است. از طرفی می‌دانیم یکی از بزرگترین نقطه ضعف‌ها در تعیین موقعیت نجومی در روش تقاطع و سایر روشهای برداری و ترسیمی، وابسته به موقعیت تقریبی یا حداقل به عرض جغرافیایی تقریبی است. در این پژوهش الگوریتم تعیین موقعیت یک ناظر متحرک یا ثابت با اندازه‌گیری دو ارتفاع متوالی از خورشید توسعه داده شده است. از نکات بارز در این الگوریتم این است که برای محاسبه موقعیت، نیازی به موقعیت تقریبی یا اولیه ناظر نیست. از طرفی وجه تمایز این پژوهش با پژوهش‌های مشابه، نحوه محاسبه و میزان دقت موقعیت خورشید می‌باشد. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد با تعیین زمان‌بندی مناسب بین دو ارتفاع متوالی در حدود ۱۰ الی ۲۰ دقیقه می‌توان بهترین نتیجه از تعیین موقعیت را بدست آورد و دقت این روش در حدود $^{-1}$ ۱۰ دقیقه است. در صورت استفاده از روش نظری بکارگرفته شده و افزایش دقت محاسبات مکان خورشید، می‌توان به دقت‌های مطلوبی در ناوبری نجومی رسید، که راهگشای تحقیقات آینده در برداشت ارتفاع خورشید با روش‌های بسیار دقیق (به جز سکستانت) است.

کلیدواژه‌ها : تعیین موقعیت، ناوبری اقیانوسی، خورشید، ارتفاع.

[*] نویسنده مکاتبه کننده: نوشهر، خیابان شهید کرمی، دانشگاه علوم دریایی امام خمینی (ره).

تلفن: ۰۱۱۵۲۳۵۳۰۹۱

Email: saidalipoor19@gmail.com

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

۱- مقدمه

امروزه استفاده از سامانه‌های ماهواره‌ای ناوبری جهانی[۱] *(GNSS)* موجب کاهش استفاده از روش سنتی و روابط ریاضی شده است. با این حال در مواردی مانند، فقدان گیرنده جی پی اس *(GPS)*[۲] یا عدم دسترسی به ماهوارها به دلیل وجود شراره‌های خورشیدی، طوفان‌های مغناطیسی یا دلایل دیگر (نظیر ایجاد عمدی اختلال در دسترسی به سیگنال‌های این سامانه) که استفاده از *GPS* عملا امکان پذیر نیست، استفاده از ناوبری نجومی اجتناب ناپذیر است. در ناوبری نجومی با استفاده از ارتفاع اجرام سماوی (زاویه بین جرم سماوی و افق) که با استفاده از سکستانت اندازه‌گیری می‌شود، موقعیت واحد شناور محاسبه خواهد شد. بهترین روش در حال حاضر در ناوبری نجومی روش تقاطع است که در این روش یک موقعیت تقریبی با استفاده از ناوبری تخمینی در نظر گرفته می‌شود. سپس ارتفاع جرم سماوی در آن موقعیت تقریبی ابتدا اندازه‌گیری و سپس محاسبه می‌شود. اختلاف این دو ارتفاع اندازه‌گیری و محاسبه شده تحت عنوان تقاطع[۳]نامیده شده و موقعیت صحیح واحد شناور از نقطه تقریبی در جهت سمت جرم سماوی به اندازه اختلاف ارتفاع به دست می‌آید. این روش امروزه همچنان در واحدهای شناور آموزش داده شده و مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای افزایش دقت موقعیت واحد شناور، روش تقاطع برای سه جرم سماوی به صورت هم زمان محاسبه شده و نتیجه آن سه خط مکان می‌باشد، که موقعیت دقیق واحد شناور از محل برخورد این سه خط مکان تعیین می‌شود. از معایب این روش این است که دقت معمول آن در بهترین شرایط حدود یک مایل است ولی عموما دریانوردان خطایی در حدود چند مایل را تجربه خواهند کرد *[۱]*. این روش جدای از اندازه‌گیری ارتفاع حداقل دو جرم سماوی با سکستانت، نیاز به ثبت زمان دقیق توسط یک زمان‌سنج، استفاده از تقویم نجومی دریایی برای پیدا کردن زاویه ساعتی گرینویچ[۴] *(GHA)* و زاویه میل[۵] *(DEC)* اجرام مذکور و همچنین دانستن موقعیت فرضی یا تقریبی ناظر دارد. در ناوبری تخمینی موقعیت کشتی در طول مسیر حرکت آن با استفاده از ثبت و بروزرسانی موقعیت براساس سرعت و سمت یا آزیموت مسیر کشتی پیش‌بینی می‌شود. در ناوبری تخمینی، ناظر معمولا ً موقعیت دقیق را با ترسیم خطوط موقعیت روی نقشه پیدا می‌کند. روش‌هایی که به طور تاریخی عمدتا ً توسط سامنر (۱۸۳۷) و سنت هیلایر (۱۸۷۵) معرفی شده‌اند *[۲]*. لازم به ذکر است که ناوبری تخمینی و روش‌های ترسیمی مستعد خطا بوده و گاهی برای کاربر تازه کار چالش برانگیز هستند.

در مورد محاسبه یک نقطه دقیق با استفاده از روش‌های کاملا ریاضی (غیر ترسیمی) و تحلیلی، منابع قابل‌توجهی وجود دارد [۳،۴،۵،۶،۷،۸،۹و۱۰]. روش تقاطع دو خط مکان نجومی روی کره زمین در مختصات دکارتی از مهم‌ترین روش‌های تحلیلی است *[۱۱]*. همچنین روش برداری جامعی وجود دارد که تقاطع خطوط مکان نجومی را روی کره زمین به صورت برداری محاسبه می‌کند *[۱۲]*. برخی از این

[۱] *Global Navigation Staellite System*

[۲] *Global Positioning System*

[۳] *Intrecept Method*

[۴] *Greenwich Hour Angle*

[۵] *Declination*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

روش‌ها به موقعیت تقریبی نیاز ندارند، در حالی که برخی دیگر به یک موقعیت تقریبی یا حداقل عرض جغرافیایی تقریبی نیاز دارند. از این عرض جغرافیایی برای انتقال خط مکان استفاده می‌شود.

هوکستابل (۲۰۰۶) با استفاده از مثلثات کروی، نقطه تقاطع بین دو خط مکان نجومی روی کره زمین را محاسبه کرد [۱۳]. روش نوآورانه او به دلیل استفاده از مثلثات کروی برای دریانوردان ملموس تر بوده و بیشتر مورد توجه قرار گرفت. پیروس (۲۰۱۸) با استفاده از ایده هوکستابل (۲۰۰۶) و دوبه (۱۹۷۹) و همچنین استفاده از یک روش تکراری، موفق به حل مسئله انتقال خطوط مکان نجومی شد [۵،۱۳و۱۴]. انتقال خطوط مکان نجومی در گذشته فقط با استفاده از روش های ترسیمی مورد استفاده قرار می‌گرفت و محاسبات ریاضی منحصرا به محاسبه خط مکان می‌پرداختند.

ناوبری نجومی به روش پیروس (۲۰۱۸) به شکل زیر انجام می‌شود: الف) برای یک ناظر ساکن، به طور مستقیم و به صورت تحلیلی دو نقطه دقیق ممکن را محاسبه می‌کند (این دو نقطه فاصله زیادی از یکدیگر داشته و افسر ناوبر با استدلال می‌تواند یکی را حذف کرده و نقطه درست را انتخاب کند). ب) موقعیت یک ناظر متحرک با استفاده از انتقال خط مکان و روش عددی تکراری، بدون نیاز به موقعیت تقریبی حاصل می‌شود. برای شروع الگوریتم تکرار، این روش به دو حدس اولیه برای عرض جغرافیایی نیاز دارد که البته این حدس‌های اولیه لازم نیست چندان دقیق باشند و این حدس‌ها با اطلاعات قبلی که در بین چه عرض هایی دریانوردی صورت گرفته، قابل دست‌یابی است. ولی پیروس (۲۰۱۸) با استفاده از روش ناظر ساکن عرض جغرافیایی نسبتا درست ناظر را محاسبه کرده و از آن برای حدس اولیه برای ناظر متحرک استفاده نمود و عملا پیش فرض حدس اولیه برای شروع الگوریتم را نیز حذف کرد [۱۴]. مزایای این روش عبارتند از:

الف) سادگی نسبی ریاضیاتی و حل مستقیم بدون هیچ پیش فرضی، که حتی با یک ماشین حساب غیر قابل‌برنامه‌ریزی (حداقل برای حالت ناظر ساکن) هم امکان پذیر است. ب) نیازی به انتخاب اجرام سماوی خاصی نیست و به عنوان مثال هر جرمی که در دو نیم‌کره شرقی و غربی نسبت به نصف‌النهار ناظر، قرار داشته باشد در این روش قابل استفاده است.

ج) استفاده از معادله و روابط برای محاسبه موقعیت اجرام سماوی منجر به حذف ضرورت استفاده از تقویم نجومی دریایی در محاسبه موقعیت اجرام می گردد.

د) دقت در محاسبه نقطه نجومی بستگی به خطای سکستانت دارد و روش پیروس (۲۰۱۸) خطایی را به مسئله تحمیل نمی‌کند. ه) در مورد مسئله انتقال خط مکان، استفاده از روش تکراری نیوتن و ادغام با روش ناظر ساکن نیاز به عرض جغرافیایی تقریبی را حذف کرده و به طور قابل‌توجهی تعداد دفعات تکرار مورد نیاز را کاهش می‌دهد، بنابراین بدست آوردن جواب را به راحتی با یک ماشین‌حساب غیر قابل‌برنامه‌ریزی امکان‌پذیر می‌سازد.

در این پژوهش با استفاده از روش پیروس (۲۰۱۸)، ناوبری نجومی با اندازه‌گیری دو خط ارتفاع از خورشید با اختلاف زمانی مشخص انجام می‌شود [۱۴]. بخش متمایز این پژوهش با روش پیروس (۲۰۱۸) تمرکز بر جنبه دقیق‌سازی موقعیت محاسبه شده و کاهش خطای آن است. پیروس موقعیت خورشید را بر مبنای روش‌های ساده که عموما در تقویم های نجومی دریایی یافت می‌شوند، به دست آورده بود در صورتی که

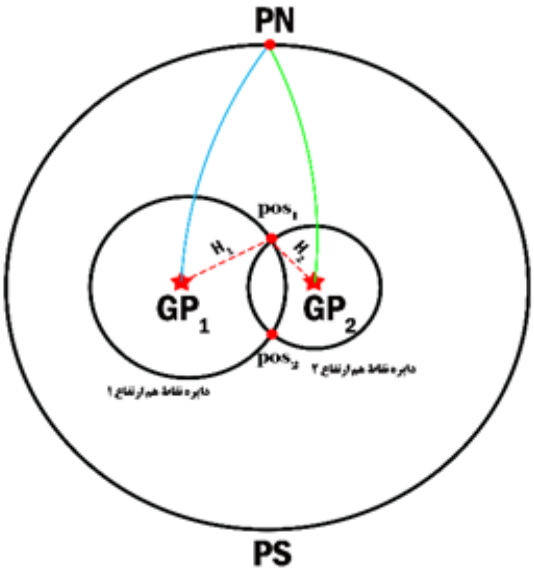
[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

استفاده از روش‌های دقیق‌تر می‌تواند نتایج بهتری را به دنبال داشته باشد. از طرف دیگر اختلاف زمانی بین رصدهای خورشید از دیگر مواردی است که می‌تواند در دقت حل مسئله تاثیرگذار باشد. لذا در این پژوهش از دو روش دقیق میچالسکی (۱۹۸۸) و جین میوس (۱۹۹۸) برای محاسبه موقعیت خورشید در آسمان استفاده شده است [۱۵و۱۶]. ضمنا این دو روش دقیق با نتایج حاصل از اپلیکیشن آستُرکلکیولیتور[۱] از شرکت دی بی‌جی‌کلکیولیتور[۲] مقایسه شده است. در بخش بعدی مبانی نظری روش تکراری برای انتقال خط مکان خورشید و در ادامه خطای حاصل از محاسبه موقعیت مکانی مورد بحث قرار می‌گیرد.

۲- مبانی نظری

در ناوبری نجومی زمین کاملا کروی فرض می‌شود. برای هر ارتفاعی از یک جرم سماوی، با موقعیت جغرافیایی[۳] *(GP1)*، که توسط زاویه ساعتی نجومی[۴] *(GHA1)* و زاویه میل *Dec1* تعیین می‌شود، تعداد نامحدودی از موقعیت‌های نجومی وجود دارند که فاصله یکسانی از *GP1* دارند. مرکز این دایره روی *GP1* است و شعاع آن (در اصطلاح مثلثات کروی) برابر با فاصله سمت الراس جرم *Z* (که *Z1=90°-H1* و *H1* ارتفاع جرم سماوی شماره یک) است. هر ناظر در طول محیط این دایره، بدون توجه به موقعیت خود در دایره، این ارتفاع ثابت را اندازه‌گیری خواهد کرد. این دایره خط مکان نجومی با ارتفاع یکسان است. در شکل (۱) ابتدا ناظر ما در موقعیت *Pos1* روی سطح زمین، یک جرم سماوی را در *GP1* با ارتفاع *H1* رصد می‌نماید، از اینرو برای بدست آوردن نقطه دقیق خود، باید یک جرم سماوی دیگری را در همان زمان در *GP2* با مختصات (*Dec2*،*GHA2* و *H2*) رصد کند. بنابراین دو دایره برای دو جرم با ارتفاع *H1* و *H2* و به مرکزیت *GP1* و *GP2* با شعاع *Z1=90°-H1* و *Z2=90°-H2* رسم می‌گردد. مشخصا دو دایره یکدیگر را قطع می‌کنند که موقعیت ناظر، یکی از دو نقطه تقاطع *(Pos1)* و *(Pos2)* است، بنابراین ناظر باید بتواند نقطه صحیح را از روش‌های دیگر تعیین کند.



شکل ۱: دو دایره با ارتفاع یکسان برای اجرام سماوی با موقعیت‌های جغرافیایی *GP1* و *GP2* از قطب شمال[۵] *(PN)* و قطب جنوب[۶] *(PS)*

یکی از روش‌های تعیین موقعیت ناظر در طول روز، اندازه‌گیری ارتفاع خورشید با استفاده از روش انتقال

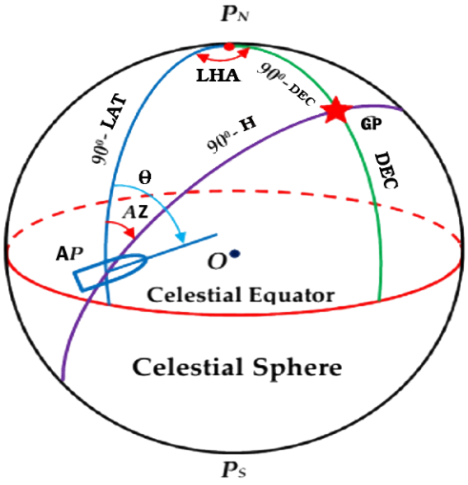
[۱] *Astro Calculator*
[۲] *DBG Calculator*
[۳] *Geographic Position*
[۴] *Greenwich Hour Angle*
[۵] *Pole North*
[۶] *Pole South*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]
[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

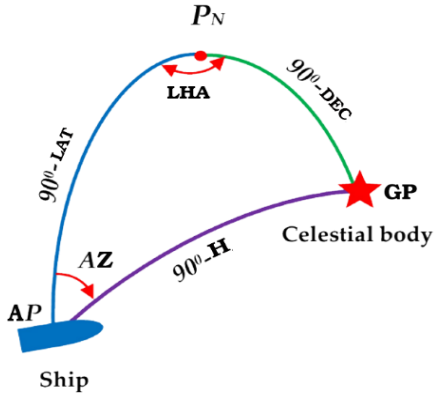
خط مکان می‌باشد. در این روش در زمان جهانی[1] *(UTC1)* ارتفاع خورشید اندازه‌گیری می‌شود و سپس ارتفاع دیگری از خورشید با اختلاف زمانی ΔT که $UTC2=UTC1+\Delta T$ اندازه‌گیری می‌گردد. حال می‌بایست دایره مکان در زمان *UTC1* را به اندازه مسافت پیموده شده توسط ناظر در جهت حرکت یا آزیموت مسیر شناور انتقال داد. در نتیجه دو خط مکان در زمان *UTC2* حاصل می‌شود که یکی مستقیماً اندازه‌گیری شده و دیگری از زمان *UTC1* انتقال داده شده است. محل تقاطع این دو دایره با یکدیگر موقعیت ناظر را تعیین می‌کند. در این پژوهش با استفاده از روش انتقال خط مکان خورشید در طول روز موقعیت واحد شناور محاسبه می‌شود. در ادامه روابط مورد استفاده برای انتقال خط مکان روی کره زمین بحث می‌شود.

۳- روش تحقیق

برای حل موقعیت روی کره زمین از مثلث کروی و روابط ریاضی حاکم بر مثلث کروی استفاده می‌شود. این مثلث به گونه‌ای است که یک گوشه آن قطب شمال *(PN)*[2] گوشه دیگر نقطه فرض[3] *(AP)* که نقطه انتخابی شناور بوده و گوشه سوم محل قرار گرفتن جرم سماوی *(GP)* است. این مثلث در شکل (۲) آورده شده است. اجزای این مثلث از سه ضلع تشکیل شده است که عبارتست از متمم عرض جغرافیایی(ضلع *APPN* در شکل (۲))، متمم ارتفاع جرم سماوی (ضلع *APGP*) و متمم *DEC* برابر (ضلع *PNGP*) و همچنین سه زاویه که به ترتیب عبارتند از زاویه ساعتی محلی[4] *(LHA)*، زاویه آزیموت جرم سماوی *(AZ)* و زاویه بین ناظر و قطب با محوریت جرم سماوی است. این مثلث همراه با اجزای آن شامل اضلاع و زاویا به صورت مستقل در شکل(۳) نشان داده شده است. در این پژوهش زاویه آزیموت، زاویه بین نصف النهار عبوری از قطب و نصف‌النهار ناظر در جهت عقربه‌های ساعت است.



شکل ۲: روابط بین موقعیت واحد شناور و جرم سماوی در مثلث نجومی *[۱۷]*



شکل ۳: مثلث کروی برای بدست آوردن موقعیت کشتی *[۱۷]*

[1] *Universal Time Coordinated*

[2] *Pole North*

[3] *Assumed Position*

[4] *Local Hour Angle*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

LHA ناظر از رابطه (۱) یا (۲) محاسبه می‌شود:

رابطه(۱) $GHA + Lon \leq 180^o$ سپس $LHA = GHA + Lon$

رابطه(۲) $GHA + Lon > 180^o$ سپس $LHA = GHA + Lon - 360^o$

هنگامی که زاویه ساعتی محلی بین نصف‌النهار عبوری از جرم و ناظر کمتر از ۱۸۰° شود یعنی اینکه جرم در غرب ناظر و هنگامی که این زاویه بیشتر از ۱۸۰° شود یعنی جرم در شرق ناظر قرار گرفته است. لذا زمانی که جرم در شرق ناظر قرار می‌گیرد (رابطه(۲))، مقدار زاویه ساعتی از ۳۶۰° کم می‌شود. همچنین قراردادهای زیر اعمال می‌شوند:

الف) طول جغرافیایی شرقی: مثبت، ب) طول جغرافیایی غربی: منفی، ج) عرض جغرافیایی شمالی: مثبت، د) عرض جغرافیایی جنوبی : منفی، ه) زاویه نصف‌النهاری شرقی : منفی، و) زاویه نصف‌النهاری غربی : مثبت، ن) میل شمالی : مثبت، ی) میل جنوبی : منفی.

قانون کسینوس‌ها یکی از مهمترین روابط حاکم در مثلث کروی است که کسینوس یک ضلع به صورت رابطه (۳) برحسب اضلاع دیگر بیان می‌شود.

رابطه(۳)

$$\cos(a) = \cos(b)\cos(c) + \sin(b)\sin(c)\cos(A)$$

در رابطه (۳) اضلاع مثلث کروی a،b،c (*a=90°-H1*، *b=90°-Lat1* و *c=90°-Dec1*) است و زاویه *A (A=LHA)* روبرو به ضلع a است. با استفاده از قانون کسینوس‌ها می‌توان موقعیت یک ناظر متحرک را محاسبه کرد. برای این کار فرض می‌شود، یک ناظر در مختصات (*Lat1* ، *Lon1*) روی یک کشتی متحرک با یک سرعت ثابت نسبت به زمین به مقدار V گره دریایی و آزیموت مسیر شناور θ (از شمال به سمت شرق، از ۰° تا ۳۶۰°) حرکت می‌کند. در زمان *UTC1*، او ارتفاع *H1* مربوط به یک جرم سماوی با مختصات *GHA1* و *Dec1* را اندازه می‌گیرد. سپس در زمان *UTC2* در موقعیت *Lat2* و *Lon2* ارتفاع *H2* مربوط به همین جرم یا جرم دیگر را با مختصات *GHA2* و *Dec2* اندازه می‌گیرد. چنانچه قانون کسینوس‌ها برای ضلع H در دو اندازه‌گیری استفاده شود، روابط (۴) و (۵) به دست می‌آیند.

با جایگذاری روابط (۱) و (۲) در رابطه های (۴) و (۵)، روابط (۶) و (۷) حاصل می‌شود.

همچنین با مقداری عملیات ریاضی، طول جغرافیایی ناظر در هنگام رصد دوم برابر رابطه(۸) محاسبه می‌شود:

رابطه(۴) $$\sin H1 = \cos(90 - Lat1)\cos(90 - Dec1) + \sin(90 - Lat1)\sin(90 - Dec1)\cos(LHA1)$$

رابطه(۵) $$\sin H2 = \cos(90 - Lat2)\cos(90 - Dec2) + \sin(90 - Lat2)\sin(90 - Dec2)\cos(LHA2)$$

رابطه(۶) $$\sin H1 = \sin Lat1 \sin Dec1 + \cos Lat1 \cos Dec1 \cos(GHA1 + Lon1)$$

رابطه(۷) $$\sin H2 = \sin Lat2 \sin Dec2 + \cos Lat2 \cos Dec2 \cos(GHA2 + Lon2)$$

رابطه(۸) $$Lon2 = S.a\cos\left(\frac{\sin H2 - \sin Lat2 \sin Dec2}{\cos Lat2 \cos Dec2}\right) - GHA2$$

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

در صورتی که جرم در شرق نصف‌النهار ناظر رصد شود مقدار S برابر است با ۱- و در غیر این صورت ۱+ خواهد بود (مربوط به استدلال روابط (۱) و (۲) که زاویه ساعتی کوچکتر یا بزرگتر از 180° می‌شود). همچنین روابط (۹)، (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) را برای حرکت واحد شناور داریم.

با فرض ثابت بودن V و θ در بازه زمانی $UTC1$ تا $UTC2$ ، انتگرال رابطه (۱۲) را می‌توان به صورت تحلیلی، طبق رابطه (۱۳) حل نمود *[۵]*.

اگر $|Lat2| < 90 - \frac{19}{12}V(UTC2 - UTC1)$ باشد، خطای ناشی از تقریب کم‌تر از $0.1'$ است، *[۱۴]*. کسر رابطه (۶) از رابطه (۷) منجر به رابطه(۱۴) خواهد شد:

رابطه(۹) $$\mathrm{Lat1} = \mathrm{Lat2} - \Delta\mathrm{Lat}$$

رابطه(۱۰) $$\Delta\mathrm{Lat} = \frac{\mathrm{V}\cos\theta(\mathrm{UTC2}-\mathrm{UTC1})}{60}$$

رابطه(۱۱) $$\mathrm{Lon1} = \mathrm{Lon2} - \Delta\mathrm{Lon}$$

رابطه(۱۲) $$\Delta\mathrm{Lon} = \frac{1}{60}\int_{\mathrm{UTC1}}^{\mathrm{UTC2}} \frac{\mathrm{V}\sin\theta.\mathrm{dt}}{\cos\mathrm{LAT}}$$

رابطه(۱۳) $$\Delta\mathrm{Lon} = \frac{\mathrm{V}\sin\theta(\mathrm{UTC2}-\mathrm{UTC1})}{60\cos\mathrm{Lat2}}$$

رابطه(۱۴)
$$\sin \mathrm{L\,at1}\sin \mathrm{D\,ec1} - \sin \mathrm{L\,at2}\sin \mathrm{D\,ec2} + \cos \mathrm{L\,at1}\cos \mathrm{D\,ec1}\cos(\mathrm{GHA1} + \mathrm{Lon1}) - \cos \mathrm{L\,at2}\cos \mathrm{D\,ec2}\cos(\mathrm{GHA2} + \mathrm{Lon2}) - \sin \mathrm{H\,1} + \sin \mathrm{H\,2} = 0$$

با جایگذاری $Lon2$ از رابطه (۸)، $Lat1$ از روابط (۹) و (۱۰) و $Lon1$ از روابط (۱۱) و (۱۲)، عبارت رابطه(۱۴) تابعی از F برمبنای $Lat2$ برابر رابطه (۱۵) حاصل می‌گردد:

رابطه(۱۵) $$F(Lat2) = 0$$

ما می‌توانیم با استفاده از تکرار روش نیوتن، ریشه عددی ($X = Lat2$) را طبق رابطه (۱۶) بیابیم:

رابطه(۱۶)
$$x_n = x_{n-1} - F(x_{n-1})\frac{x_{n-1} - x_{n-2}}{F(x_{n-1}) - F(x_{n-2})}$$

وقتی که $|x_n - x_{n-1}|$ کم‌تر از 0.0001° شود محاسبات پایان می‌یابد. سپس می‌توان $Lon2$ را از رابطه (۸) محاسبه کرد. الگوریتم و فلوچارت روش در ضمیمه نشان‌داده شده است.

برای محاسبه رابطه (۱۶) به دو مقدار اولیه X_1 و X_0 نزدیک به ریشه نیاز است. این حدس اولیه عدم نیاز به یک موقعیت فرضی (یا به طور دقیق‌تر فقط عرض جغرافیایی) را به خطر نمی‌اندازد، زیرا :

الف) در روش نیوتن، انتخاب مقادیر اولیه معقول و بسیار دور از ریشه حقیقی صحت نتیجه را تحت تاثیر قرار نمی‌دهد و فقط تنها تعداد تکرار در محاسبات افزایش می‌یابد.

ب) می‌توان با استفاده از روش تقاطع بین خطوط مکان و با در نظر گرفتن ناظر به صورت ثابت، اولین مقدار اولیه را بدون استفاده از ناوبری تخمینی پیدا کرد

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

و سپس دومین مقدار اولیه را می‌توان در نزدیکی اولی انتخاب نمود.

همچنین تعیین S در رابطه (۸) به یک موقعیت فرضی نیاز ندارد زیرا :

الف) یک ناوبر به احتمال زیاد موقعیت نسبی نصف‌النهار خودش را نسبت به شرق و غرب خورشید می‌داند.

ب) حتی اگر چنین نباشد، این را می‌توان به روش‌های مختلفی استنتاج کرد (برای مثال، با مشاهده عبور خورشید از نصف‌النهار ناظر).

ج) اگر ناوبر، S را در رابطه (۸) اشتباه انتخاب کند، روش یا همگرا نخواهد شد یا یک موقعیت اشتباه آشکار حاصل می‌شود که تشخیص اشتباه بودن آن به سادگی امکان پذیر است. سپس می‌تواند روش را با S صحیح تکرار کند. با این حال، ناظر باید از اجرام سماوی نزدیک به نصف‌النهار محلی‌اش (زاویه محلی ساعتی جرم نزدیک به صفر) اجتناب کند، زیرا این امر ممکن است به یک راه حل نادرست یا بدون راه حل منجر شود *[۸]*.

۴- داده‌ها و مورد مطالعاتی

در این پژوهش به دلیل اهمیت ناوبری نجومی در دریانوردی اقیانوسی، موقعیت‌یابی واحدهای شناور در طول روز مطالعه شده است. در این روش با استفاده از دو ارتفاع اندازه‌گیری شده متوالی از خورشید می‌توان موقعیت ناظر را تعیین نمود. مبنای این روش انتقال خط مکان و محاسبه نقطه تقاطع آن با خط مکان دوم است. این الگوریتم اولین بار در پژوهش پیروس (۲۰۱۸) معرفی شده است، ولی مورد تجزیه و تحلیل خطا قرار نگرفته است *[۱۴]*. خطای ناشی از موقعیت‌یابی از مهمترین نکات مورد نظر در محاسبه موقعیت است. روش‌های موقعیت‌یابی در اقیانوس که دارای خطای زیادی می‌باشند، مورد استقبال قرار نگرفته و رها می‌شوند. از اینرو ابتدا در این پژوهش مثال حل شده در مقاله پیروس (۲۰۱۸) با حالت‌های گوناگون برای کاهش خطا مورد ارزیابی قرار می‌گیرد *[۱۴]*. سپس برای انجام آزمایش واقعی طرحواره عددی از یک خودرو در یک مسیر جاده ای(اتوبان همت) برابر سناریوی طرح‌ریزی شده استفاده می‌گردد. بدین منظور در تاریخ ۲۷ ماه می ۲۰۲۳، ابتداء در ساعت ۰۶:۴۴:۴۷/۶ به وقت گرینویچ در ورودی اتوبان همت با اپلیکیشن اَستُرکلکیولیتور متعلق به شرکت دی بی‌جی‌کلکیولیتور، موقعیت جغرافیایی ناظر (موقعیت جغرافیایی برای راستی آزمایی ثبت شده است که این اپلیکیشن نیز موقعیت را از ردیاب ماهواره‌ای گوشی دریافت می‌کند) ثبت می‌گردد. این اپلیکیشن که برای مقاصد ناوبری نجومی در دریا نوشته شده است از الگوریتم جین میوس (۱۹۹۸) برای محاسبه موقعیت خورشید در فضا استفاده می‌کند *[۱۶]*، لذا این اپلیکیشن دارای دقت مناسبی در محاسبات است و تنها نقطه ضعف آن در داده های خروجی با دو رقم اعشار است.

نکته بسیار مهم برای استفاده از این اپلیکیشن این است که دو جزء بسیار مهم برای انجام این آزمایش یعنی موقعیت و زمان را با دقت مطلوب محاسبه و سپس با استفاده از زمان و موقعیت دریافتی از طریق دستگاه موبایل، موقعیت خورشید در فضا را بدست آورده و در اختیار کاربر قرار می‌دهد. بنابراین ترکیب اپلیکیشن و سنسورهای موبایل وسیله ای مناسب برای آزمایش عملی این طرحواره می‌باشد.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

در نهایت تعیین موقعیت برای ناظر ثابت با استفاده از طرحواره معرفی شده، مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در این حالت ناظر ثابت دو ارتفاع از خورشید در فاصله زمانی کمتر از یک ساعت را اندازه‌گیری کرده و در نهایت موقعیت را محاسبه می‌کند. این حالت برای مواردی که ناظر ثابت است و حرکتی ندارد مناسب می‌باشد.

۵- بحث و نتایج

بمنظور آزمایش طرحواره مورد استفاده به بیان مثال حل شده در مقاله پیروس (۲۰۱۸) می‌پردازیم *[۱۴]*. در این مثال یک واحد شناور به فاصله نیم ساعت دو ارتفاع متوالی از خورشید را در بعدازظهر رصد نموده و موقعیت واحد شناور محاسبه می‌شود، مثال مذکور به شرح ذیل می‌باشد.

مثال(۱): در تاریخ ۱۸ ماه می ۲۰۱۶ یک شناور با سرعت ۲۰ گره و آزیموت مسیر $^{\circ}$ ۲۲۵ در ساعت ۱۸:۰۰:۰۰در موقعیت $^{\circ}$۴۵ شمالی و $^{\circ}$۰۴۵ غربی، ارتفاع خورشید را (زاویه ساعتی نجومی خورشید برابر با $^{\circ}$۰۹۰ و$^{'}$۵۳، میل خورشید برابر با $^{\circ}$۱۹و$^{'}$ ۴۵٫۵) $^{\circ}$۴۴ و $^{'}$۳۶٫۶ اندازه‌گیری می‌کند، سپس در ساعت ۱۸:۳۰:۰۰ خورشید را در غرب نصف النهار خود با ارتفاع (S =+1، زاویه ساعتی نجومی خورشید برابر با $^{\circ}$۰۹۸ و$^{'}$۲۳ و میل خورشید برابر با $^{\circ}$۱۹و $^{'}$۴۵٫۸) $^{\circ}$۳۹ و $^{'}$۳۸ رصد می‌نماید. با استفاده از روابط بیان شده ما تخمین می‌زنیم در زمان مشاهده دوم، کشتی باید در موقعیت $^{\circ}$۴۴ و $^{'}$۵۲٫۹ شمالی و $^{\circ}$۰۴۵ و $^{'}$۱۰ غربی باشد.

با بکارگیری روش پیروس (۲۰۱۸)، به حل مجدد مثال ارائه شده می‌پردازیم. با تعیین مقادیر اولیه $Lat21=46^{\circ}N$، $Lat2_0=45^{\circ}N$ و $S=+1$، نتایج حاصل در جدول (۱) گزارش شده است.

جدول ۱: محاسبه طول و عرض جغرافیایی شناور به همراه میل و زاویه ساعتی گرینویچ خورشید توسط برنامه نوشته شده

روش	*Dec1*	*Dec2*	*GHA1*	*GHA2*	*Lat2*	*Long2*
پیروس (۲۰۱۸)	*19° 45.5′ N*	*19° 45.8′ N*	*90° 53.0′*	*98° 23.0′*	*44° 53′ N*	*045°9.9′ W*
میچالسکی (۱۹۸۸)	*19° 45.62′ N*	*19°45.88′ N*	*90°53.02′*	*98° 23.01′*	*44° 53.04′ N*	*045° 9.8′ W*
جین میوس (۱۹۹۸)	*19°45.46′ N*	*19°45.73′ N*	*90°53.20′*	*98° 23.18′*	*44° 52.9′ N*	*045°10.13′ W*

مطابق جدول (۱)، طرحواره حل عددی بعد از ۳ بار تکرار همگرا شده و نقطه *Lat2* (عرض جغرافیایی در ساعت ۱۸:۳۰:۰۰) محاسبه شده است. با استفاده از *Lat2* می توان *Long2* (طول جغرافیایی در ساعت ۱۸:۳۰:۰۰) را نیز بدست آورد.

نقطه واقعی واحد شناور در مثال(۱) در ساعت۱۸:۳۰:۰۰، $^{\circ}$۴۴ و$^{'}$ ۵۲٫۹ شمالی و $^{\circ}$۰۴۵و $^{'}$۱۰ غربی می‌باشد. از اینرو مقدار خطای موقعیت محاسبه شده توسط روش پیروس (۲۰۱۸)، $^{'}$۰٫۱ در طول و عرض جغرافیایی است که در انطباق کامل با پژوهش مذکور است. بنابراین این طرحواره توسعه یافته در قالب این پژوهش از صحت لازم برخوردار است.

در این مقاله از دو الگوریتم بسیار دقیق میچالسکی (۱۹۸۸) و جین میوس (۱۹۹۸) جهت تعیین موقعیت

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

خورشید در فضا (محاسبه*GHA* و *Dec*) استفاده شده است[۱۵و۱۶]. نکته قابل توجه در الگوریتم بکار رفته در مقاله پیروس (۲۰۱۸)، موقعیت خورشید و کمیت-های *Dec* و*GHA* است که نقش بسیار مهمی در افزایش دقت محاسبات و در نتیجه در صحت موقعیت شناور دارند، مورد بحث قرار نگرفته است[۱۴].

حل مثال (۱) با استفاده از الگوریتم محاسبه دقیق خورشید یعنی الگوریتم میچالسکی (۱۹۸۸) و جین میوس (۱۹۹۸) نیز در جدول (۱) گزارش شده است. بر این اساس *Dec* و *GHA* خورشید در روش میچالسکی (۱۹۸۸) به ترتیب اختلافی در حدود ′۰٫۱۲ و ′۰٫۰۲ و در روش جین میوس (۱۹۹۸) به ترتیب اختلافی در حدود ′۰٫۰۴ و ′۰٫۲ با مقادیر بکار رفته در پیروس (۲۰۱۸) دارند. مقدار خطای موقعیت محاسبه شده با استفاده از دو الگوریتم میچالسکی (۱۹۸۸) و جین میوس (۱۹۹۸) با موقعیت مورد انتظار°۴۴ و ′۵۲٫۹ شمالی و °۰۴۵ ′۱۰ غربی)، به ترتیب اختلافی برابر ۰٫۱۹و ۰٫۱۳ مایل را نشان می‌دهد.

حال نتایج حاصل از آزمایش مجدد طرحواره را در سناریوی طرحریزی شده جاده‌ای مورد بررسی قرار می‌دهیم. در جدول (۲) اطلاعات مختصات خورشید (زاویه *GHA* و *Dec*) از این اپلیکیشن برای نقاط شرق به غرب اتوبان همت با اختلاف تقریبی ۱۰ دقیقه زمانی از یکدیگر، نشان داده شده است. هرچند این اپلیکیشن مقدار مختصات خورشید در مکان‌های مورد آزمایش در جدول (۲) را در اختیار کاربر قرار می‌دهد ولی در این پژوهش از دو الگوریتم میچالسکی (۱۹۸۸) و جین میوس (۱۹۹۸) برای محاسبه موقعیت خورشید استفاده شده است و از این اپلیکیشن تنها زمان رصد، ارتفاع خورشید و موقعیت ناظر اخذ گردیده است. هدف از بکارگیری این بسته نرم افزاری فقط دریافت خروجی سنسورهای تلفن همراه بوده است.

جدول ۲: اطلاعات موقعیت خورشید برگرفته از نرم افزار اینترنتی آستُرکلکیولیتور

نقطه	زاویه ساعتی محلی خورشید (LHA)	میل خورشید (DEC)	ارتفاع خورشید (H)	طول و عرض جغرافیایی GPS	زمان UTC
۱	*LHA=333°24.3′*	*Dec=21°15.9′N*	*H=62°38.6′*	*35°45.3′N.051°29.4′E*	*UTC:06:44:47.3*
۲	*LHA=335°53.4′*	*Dec=21°15.9′N*	*H=64°27.0′*	*35°45.4′N.051°28.3′E*	*UTC:06:54:48.2*
۳	*LHA=338°12.9′*	*Dec=21°16.0′N*	*H=66°05.4′*	*35°45.4′N.051°27.5′E*	*UTC:07:04:9.6*
۴	*LHA=340°40.0′*	*Dec=21°16.1′N*	*H=67°45.3′*	*35°45.0′N.051°23.9′E*	*UTC:07:14:12.1*
۵	*LHA=342°59.5′*	*Dec=21°16.1′N*	*H=69°15.0′*	*35°45.2′N.051°18.6′E*	*UTC:07:23:51.4*
۶	*LHA=345°24.6′*	*Dec=21°16.2′N*	*H=70°43.4′*	*35°43.7′N.051°15.2′E*	*UTC:07:33:45.4*
۷	*LHA=347°44.1′*	*Dec=21°16.3′N*	*H=72°01.7′*	*35°41.7′N.051°12.4′E*	*UTC:07:43:14.7*
۸	*LHA=352°11.8′*	*Dec=21°16.4′N*	*H=74°01.3′*	*35°43.3′N.051°10.7′E*	*UTC:08:01:12.6*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

در جدول (۳) محاسبات طرحواره عددی برای زمان و نقاط اندازه‌گیری شده در این آزمایش آورده شده است. در هر ردیف، ۲ نقطه مبدأ و مقصد برای محاسبه نیاز است که در ستون مسیر درج گردیده است. نحوه محاسبه بدین ترتیب است که با حرکت از نقطه مبدأ به مقصد، مختصات جغرافیایی نقطه مقصد توسط طرحواره عددی مورد محاسبه قرار می‌گیرد و با مقدار واقعی آن مقایسه می‌شود.

جدول۳: محاسبه طول و عرض جغرافیایی ناظر با روش جین میوس(۱۹۹۸)

ردیف	مسیر	اختلاف زمانی بین مبدا و مقصد (دقیقه)	عرض نقطه مقصد محاسبه شده (درجه)	طول نقطه مقصد محاسبه شده (درجه)	خطای عرض نقطه مقصد (دقیقه)	خطای طول نقطه مقصد (دقیقه)	فاصله بین نقطه مقصد و نقطه محاسبه شده (دقیقه)
۱	۱ به ۲	*10.015000′*	*35.754581°*	*51.468615 °*	*0.125122′*	*0.183110′*	*0.194390′*
۲	۲ به ۳	*9.356667′*	*35.753827°*	*51.454778°*	*0.170361′*	*0.213298′*	*0.243032′*
۳	۳ به ۴	*10.041667′*	*35.744537°*	*51.392774°*	*0.327777′*	*0.333586′*	*0.243032′*
۴	۴ به ۵	*9.655000′*	*35.755637°*	*51.311178°*	*0.138239′*	*0.070651′*	*0.149759′*
۵	۵ به ۶	*9.900000′*	*35.722599°*	*51.246283°*	*0.344052′*	*0.423049′*	*0.486459′*
۶	۶ به ۷	*9.488333′*	*35.691734°*	*51.202628°*	*0.195965′*	*0.242349′*	*0.277931′*
۷	۷ به ۸	*17.965000′*	*35.724651°*	*51.183445°*	*0.179041′*	*0.306678′*	*0.306874 ′*

برای مثال با حرکت از مسیر ۱ به ۲ برابر جدول (۳) که اختلاف زمانی بین این دو نقطه در حدود ′۱۰می باشد، طول و عرض جغرافیایی محاسبه شده توسط الگوریتم جین میوس (۱۹۹۸) برای این مسیر به ترتیب°۵۱٫۴۶۸۶۱۵ و °۳۵٫۷۵۴۵۸۱ و خطای طرحواره برای محاسبه طول و عرض جغرافیایی برابر′۰٫۱۸۳۱۱۰ و ′۰٫۱۲۵۱۲۲ و در نتیجه فاصله نقطه محاسبه شده توسط طرحواره با نقطه واقعی حدود ′۰٫۱۹۴۳۹۰ می‌باشد. برای مابقی موارد نیز به همین ترتیب مسیرهای دو به دو به صورت متوالی(برای مثال۲به۳،۳به ۴،.....إلی ۷ و ۸) آورده شده است. گفتنی است حداقل خطای فاصله بین نقطه واقعی و نقطه محاسبه شده برای مسیر۴ به ۵ برابر ′۰٫۱۴۹۷۵۹ و حداکثر خطا برای مسیر ۵ به ۶ با اختلاف ′۰٫۴۸۶۴۵۹ می باشد. در جدول (۴) طول و عرض جغرافیایی نقاط جدول(۲) با استفاده از الگوریتم میچالسکی (۱۹۸۸) مانند جدول (۳) آورده شده است، که برای مسیر۵ به ۶ بیشترین خطا با مقدار′ ۰٫۶۱۷۵۵۷و کمترین خطا مربوط به مسیر۴ به ۵ با مقدار ′۰٫۰۱۸۶۹۹ می‌باشد.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

جدول۴: محاسبه طول و عرض جغرافیایی ناظر با روش میچالسکی(۱۹۸۸)

ردیف	مسیر	اختلاف زمانی بین مبدا و مقصد (دقیقه)	عرض نقطه مقصد محاسبه شده (درجه)	طول نقطه مقصد محاسبه شده (درجه)	خطای عرض نقطه مقصد (دقیقه)	خطای طول نقطه مقصد (دقیقه)	فاصله بین نقطه مقصد و نقطه محاسبه شده (دقیقه)
۱	۱ به ۲	10.015000′	35.752768°	51.468015°	0.233916′	0.219079′	0.294009′
۲	۲ به ۳	9.356667′	35.751889°	51.454097°	0.286653′	0.254169′	0.353389′
۳	۳ به ۴	10.041667′	35.742496°	51.392016°	0.450234′	0.379013′	0.545652′
۴	۴ به ۵	9.655000′	35.753491°	51.310331°	0.009463′	0.019855′	0.018699′
۵	۵ به ۶	9.900000′	35.720355°	51.245337°	0.478700′	0.479776′	0.617557′
۶	۶ به ۷	9.488333′	35.689361°	51.201526°	0.338354′	0.308410′	0.421263′
۷	۷ به ۸	17.965000′	35.72204°	51.182236°	0.032219′	0.234150′	0.192938′

اختلاف زمانی بین نقاط در جدول (۲)، در حدود ′۱۰ است. برای محاسبه نقش اختلاف زمانی و دقت طرحواره لازم است آزمایش دیگری با اختلاف زمانی از′۱۰ إلی تقریبا ′۸۰ برابر جدول (۵) انجام گردد. از اینرو جدول (۵) از همان نقاط جدول (۲) حاصل شده است، با این تفاوت که برای ایجاد اختلاف زمانی متفاوت، نقطه اول با نقاط بعدی (برای مثال۱به۲، ۱به۳،.....إلی ۱به۸) برای هر مسیر مورد استفاده قرار گرفته است.

جدول۵: محاسبه طول و عرض جغرافیایی ناظر با روش جین میوس(۱۹۹۸)

ردیف	مسیر	اختلاف زمانی بین مبدا و مقصد (دقیقه)	عرض نقطه مقصد محاسبه شده (درجه)	طول نقطه مقصد محاسبه شده (درجه)	خطای عرض نقطه مقصد (دقیقه)	خطای طول نقطه مقصد (دقیقه)	فاصله بین نقطه مقصد و نقطه محاسبه شده (دقیقه)
۱	۱به۲	10.015000′	35.754581°	51.468615°	0.125122′	0.183110′	0.194390′
۲	۱به۳	19.371667′	35.754185°	51.455047°	0.148929′	0.197166′	0.218736′
۳	۱به ۴	29.413333′	35.746320°	51.394335°	0.220800′	0.239922′	0.294593′
۴	۱به ۵	39.068333′	35.751597°	51.307044°	0.104181′	0.177339′	0.177789 ′
۵	۱ به۶	48.968333′	35.725430°	51.249728°	0.174222′	0.216333′	0.247545′
۶	۱ به ۷	58.456667′	35.692042°	51.203080°	0.177500′	0.215181′	0.249260′
۷	۱ به۸	76.421667′	35.721672°	51.176351°	0.000299′	0.118939′	0.096628′

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

در جدول (۵) با حرکت از مسیر۱ به ۳ برابر نقاط جدول (۲)، طول و عرض جغرافیایی محاسبه شده توسط الگوریتم جین میوس (۱۹۹۸) برای این مسیر به ترتیب °۵۱٫۴۵۵۰۴۷ و °۳۵٫۷۵۴۱۸۵ و خطای طرحواره برای محاسبه طول و عرض جغرافیایی برابر ′۰٫۱۹۷۱۶۶ و ′۰٫۱۴۸۹۲۹ و در نتیجه فاصله نقطه محاسبه شده توسط طرحواره با نقطه واقعی حدود ′۰٫۲۱۸۷۳۶ می‌باشد. گفتنی است حداقل خطای فاصله بین نقطه واقعی و نقطه محاسبه شده برای مسیر۱ به ۸ برابر ′۰٫۰۹۶۶۲۸ و حداکثر خطا برای مسیر ۱ به ۴ با اختلاف ′۰٫۲۹۴۵۹۳ می‌باشد.

همینطور درجدول (۶) طول و عرض جغرافیایی نقاط جدول (۲) با استفاده از الگوریتم میچالسکی (۱۹۸۸) مانند جدول (۵) آورده شده است، که برای مسیر۱ به ۴ بیشترین خطا با مقدار′۰٫۴۰۷۲۱۳ و کمترین خطا مربوط به مسیر ۱ به ۸ با مقدار ′۰٫۱۹۵۹۶۶ می‌باشد.

جدول۶: محاسبه طول و عرض جغرافیایی ناظر با روش میچالسکی(۱۹۸۸)

ردیف	مسیر	اختلاف زمانی بین مبدا و مقصد (دقیقه)	عرض نقطه مقصد محاسبه شده (درجه)	طول نقطه مقصد محاسبه شده (درجه)	خطای عرض نقطه مقصد (دقیقه)	خطای طول نقطه مقصد (دقیقه)	فاصله بین نقطه مقصد و نقطه محاسبه شده (دقیقه)
۱	۱به۲	*10.015000′*	*35.752768°*	*51.468015°*	*0.233916′*	*0.219079′*	*0.294009′*
۲	۱به۳	*19.371667′*	*35.752306°*	*51.454411°*	*0.261661′*	*0.235357′*	*0.324173′*
۳	۱به ۴	*29.413333′*	*35.744376°*	*51.393663°*	*0.337439′*	*0.280249′*	*0.407213′*
۴	۱به ۵	*39.068333′*	*35.749587°*	*51.306337°*	*0.224754′*	*0.219759′*	*0.287112′*
۵	۱ به ۶	*48.968333′*	*35.723350°*	*51.248982°*	*0.299022′*	*0.261061′*	*0.366759′*
۶	۱ به ۷	*58.456667′*	*35.689879°*	*51.202290°*	*0.307239′*	*0.262628′*	*0.374273′*
۷	۱ به ۸	*76.421667′*	*35.719367°*	*51.175481°*	*0.137987′*	*0.171163′*	*0.195966′*

در ادامه با استفاده از طرحواره معرفی شده، به بررسی نتایج خطای تعیین موقعیت برای ناظر ثابت خواهیم پرداخت. برای این منظور فرض می‌شود ناظری در تاریخ ۰۳ ماه آگوست ۲۰۲۳ در موقعیت °۲۷و ′۱۰٫۵ شمالی و °۰۵۶و ′۱۲/۹ شرقی، ثابت است. در جدول(۷) اطلاعات استخراج شده از اپلیکیشن اَستُرکلکیولیتور آورده شده است که با فرض قرار داشتن خورشید در غرب نصف النهار ناظر (S=+۱) می‌توان دو الگوریتم میچالسکی (۱۹۸۸) و جین میوس (۱۹۹۸) را برای محاسبه موقعیت ناظر به کار برد. با توجه به اینکه ناظر ثابت است، انتظار می‌رود طول و عرض نقطه محاسبه شده توسط دو الگوریتم همان موقعیت اولیه یعنی °۲۷ و ′۱۰٫۵ شمالی و °۰۵۶و ′۱۲٫۹ شرقی را نشان دهد.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

جدول ۷: اطلاعات موقعیت خورشید برگرفته از اپلیکیشن اَستُرکلکیولیتور

نقطه	زاویه ساعتی محلی خورشید (*LHA*)	میل خورشید (*DEC*)	ارتفاع خورشید (*H*)	طول و عرض جغرافیایی *GPS*	زمان *UTC*
۱	*LHA=006°06.2′*	*Dec=17°31.6′N*	*H=78°49.7′*	*27°10.5′N.056°12.9′E*	*UTC:08:45:48.0*
۲	*LHA=008°46.2′*	*Dec=17°31.5′N*	*H=77°24.2′*	*27°10.5′N.056°12.9′E*	*UTC:08:56:28.2*
۳	*LHA=011°38.4′*	*Dec=17°31.4′N*	*H=75°33.5′*	*27°10.5′N.056°12.9′E*	*UTC:09:07:56.8*
۴	*LHA=014°34.3′*	*Dec=17°31.3′N*	*H=73°26.7′*	*27°10.5′N.056°12.9′E*	*UTC:09:19:40.4*
۵	*LHA=017°35.7′*	*Dec=17°31.1′N*	*H=71°06.7′*	*27°10.5′N.056°12.9′E*	*UTC:09:31:45.8*
۶	*LHA=020°22.1′*	*Dec=17°31.0′N*	*H=68°52.3′*	*27°10.5′N.056°12.9′E*	*UTC:09:42:51.6*
۷	*LHA=023°34.8′*	*Dec=17°30.9′N*	*H=66°12.2′*	*27°10.5′N.056°12.9′E*	*UTC:09:55:42.4*
۸	*LHA=031°04.3′*	*Dec=17°30.6′N*	*H=59°46.6′*	*27°10.5′N.056°12.9′E*	*UTC:10:25:40.2*

در جدول (۸) محاسبات طرحواره عددی در تعیین موقعیت ناظر برای زمان و نقاط جدول (۷) آورده شده است. طول و عرض جغرافیایی محاسبه شده توسط الگوریتم جین میوس (۱۹۹۸) برای زمان ۱ به ۲ به ترتیب ۵۶/۲۱۹۹۷۰° و ۲۷٫۱۷۱۴۳۶° و همچنین فاصله نقطه محاسبه شده توسط طرحواره با نقطه اولیه حدود ′۰٫۳۴۰۹۸۸ می‌باشد. کمترین فاصله نقطه محاسبه شده مربوط به زمان ۳ به ۴ (با اختلاف زمانی ′۱۱٫۷۲۶۶۶۷) و بیشترین فاصله نقطه محاسبه شده مربوط به زمان ۷ به ۸ (با اختلاف زمانی ′۲۹٫۹۶۳۳۳۳) به ترتیب برابر با ′۰٫۰۹۱۵۵۳ و ′۰٫۶۱۸۹۴۱ می‌باشد.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

جدول۸: محاسبه طول و عرض جغرافیایی ناظر با روش جین میوس(۱۹۹۸)

ردیف	زمان	اختلاف زمانی (دقیقه)	عرض نقطه محاسبه شده (درجه)	طول نقطه محاسبه شده (درجه)	خطای عرض نقطه محاسبه شده (دقیقه)	خطای طول نقطه محاسبه شده (دقیقه)	فاصله بین نقطه اولیه و نقطه محاسبه شده (دقیقه)
۱	۱به۲	*10.670000′*	*27.171436°*	*56.219970°*	*0.213848′*	*0.298215′*	*0.340988′*
۲	۲به۳	*11.476667′*	*27.181208°*	*56.207690°*	*0.372455′*	*0.438583′*	*0.539759′*
۳	۳ به ۴	*11.726667′*	*27.175166°*	*56.213296°*	*0.009946′*	*0.102235′*	*0.091553′*
۴	۴ به ۵	*12.090000′*	*27.177341°*	*56.211729°*	*0.140472′*	*0.196242′*	*0.224227′*
۵	۵ به ۶	*11.096667′*	*27.171708°*	*56.214966°*	*0.197499′*	*0.002040′*	*0.197640′*
۶	۶ به ۷	*12.846667′*	*27.172716°*	*56.214487°*	*0.137050′*	*0.030798′*	*0.139856′*
۷	۷ به ۸	*29.963333′*	*27.164934°*	*56.217498°*	*0.603983′*	*0.149864′*	*0.618941′*

همینطور درجدول (۹) طول و عرض جغرافیایی نقاط جدول (۷) با استفاده از الگوریتم میچالسکی (۱۹۸۸) مانند جدول (۸) آورده شده است که برای زمان ۷ به ۸ بیشترین فاصله نقطه محاسبه شده با مقدار ′۰٫۶۸۹۶۸۳ و کمترین فاصله نقطه محاسبه شده مربوط به زمان۳ به ۴ با مقدار ′۰٫۲۲۵۶۹۴ می‌باشد.

جدول۹: محاسبه طول و عرض جغرافیایی ناظر با روش میچالسکی(۱۹۸۸)

ردیف	زمان	اختلاف زمانی (دقیقه)	عرض نقطه محاسبه شده (درجه)	طول نقطه محاسبه شده (درجه)	خطای عرض نقطه محاسبه شده (دقیقه)	خطای طول نقطه محاسبه شده (دقیقه)	فاصله بین نقطه اولیه و نقطه محاسبه شده (دقیقه)
۱	۱ به ۲	*10.670000′*	*27.169260°*	*56.218161°*	*0.344400′*	*0.189660′*	*0.383770′*
۲	۲ به ۳	*11.476667′*	*27.179094°*	*56.205803°*	*0.245626′*	*0.551826′*	*0.549296′*
۳	۳ به ۴	*11.726667′*	*27.173137°*	*56.211330°*	*0.111801′*	*0.220185′*	*0.225694′*
۴	۴ به ۵	*12.090000′*	*27.175416°*	*56.209688°*	*0.024984′*	*0.318704′*	*0.284814′*
۵	۵ به ۶	*11.096667′*	*27.169901°*	*56.212858°*	*0.305937′*	*0.128542′*	*0.326831′*
۶	۶ به ۷	*12.846667′*	*27.171042°*	*56.212315°*	*0.237488′*	*0.161108′*	*0.277573′*
۷	۷ به ۸	*29.963333′*	*27.163515°*	*56.215228°*	*0.689111′*	*0.013651′*	*0.689683′*

اختلاف زمانی ما بین نقاط در جدول‌های(۸) و (۹)، در حدود ′۱۰ است. برای محاسبه نقش اختلاف زمانی و دقت طرحواره، لازم است آزمایش دیگری با اختلاف زمانی از′۱۰ إلی تقریبا ′۱۰۰ برابر جدول‌های(۱۰) و (۱۱) انجام گردد.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

جدول۱۰: محاسبه طول و عرض جغرافیایی ناظر با روش جین میوس(۱۹۹۸)

ردیف	زمان	اختلاف زمانی (دقیقه)	عرض نقطه محاسبه شده (درجه)	طول نقطه محاسبه شده (درجه)	خطای عرض نقطه محاسبه شده (دقیقه)	خطای طول نقطه محاسبه شده (دقیقه)	فاصله بین نقطه اولیه و نقطه محاسبه شده (دقیقه)
۱	۱ به ۲	*10.670000′*	*27.171436°*	*56.219970°*	*0.213848′*	*0.298215′*	*0.340988′*
۲	۱ به ۳	*22.146667′*	*27.174999°*	*56.213450°*	*0.000033′*	*0.092981′*	*0.082773′*
۳	۱ به ۴	*33.873333′*	*27.175030°*	*56.213394°*	*0.001828′*	*0.096389′*	*0.085826 ′*
۴	۱ به ۵	*45.963333′*	*27.175298°*	*56.213382°*	*0.017878′*	*0.125778′*	*0.113389′*
۵	۱ به ۶	*57.060000′*	*27.175037°*	*56.213643°*	*0.002192′*	*0.097056′*	*0.086429′*
۶	۱ به ۷	*69.906667′*	*27.174894°*	*56.213643°*	*0.006356′*	*0.081404′*	*0.072745′*
۷	۱ به ۸	*99.870000′*	*27.173976°*	*56.215323°*	*0.061418′*	*0.019389′*	*0.063838 ′*

در جدول (۱۰) برای زمان ۱ به ۳ برابر زمان‌های جدول(۷)، طول و عرض جغرافیایی محاسبه شده توسط الگوریتم جین میوس (۱۹۹۸) به ترتیب ۵۶٫۲۱۳۴۵۰° و ۲۷٫۱۷۴۹۹۹° و در نتیجه فاصله نقطه محاسبه شده توسط طرحواره با نقطه اولیه حدود ۰٫۰۸۲۷۷۳′ می‌باشد. کمترین فاصله نقطه محاسبه شده مربوط به زمان ۱به ۸ برابر با ۰٫۰۶۳۸۳۸′ و بیشترین فاصله نقطه محاسبه شده مربوط به زمان ۱ به ۲ برابر با ۰٫۳۴۰۹۸۸′ است.

همینطور درجدول (۱۱) طول و عرض جغرافیایی زمان‌های جدول (۷) با استفاده از الگوریتم میچالسکی (۱۹۸۸) مانند جدول (۱۰) آورده شده است، که برای زمان۱ به ۲ بیشترین خطا با مقدار ۰٫۳۸۳۷۷۰′ و کمترین خطا مربوط به زمان ۱ به ۸ با مقدار ۰٫۲۰۵۶۳۶′ می‌باشد.

با استفاده از الگوریتم های ارائه شده در کتاب جین میوس (۱۹۹۸)، میچالسکی (۱۹۸۸) و نرم افزار اَستُرکلکیولیتور (جهت استخراج موقعیت خورشید) برای راستی آزمایی و ارزیابی صحت خروجی‌ها چندین مرتبه ورودی های مورد نیاز برای تعیین موقعیت خورشید با کتاب‌های تقویم نجومی چاپ دانشگاه امام خمینی (ره) نوشهر، تقویم نجومی انگلستان و نرم افزار ذکر شده مقایسه گردید. اشکالات موجود مشخص و پس از بررسی‌های و تصحیحات لازم در برنامه‌های نوشته شده بازخورد مجدد گرفته شد. سپس با وارد نمودن زمان و روز میلادی و همچنین ارتفاع خورشید به برنامه نوشته شده به زبان متلب (یعنی بکارگیری روابط مثلثاتی و روش نیوتن)، محل تلاقی دو خط مکان روی کره زمین را که نشان‌دهنده موقعیت واقعی ناظر است، بدون نیاز به اینترنت می توان تعیین نمود.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

جدول۱۱: محاسبه طول و عرض جغرافیایی ناظر با روش میچالسکی(۱۹۸۸)

ردیف	زمان	اختلاف زمانی (دقیقه)	عرض نقطه محاسبه شده (درجه)	طول نقطه محاسبه شده (درجه)	خطای عرض نقطه محاسبه شده (دقیقه)	خطای طول نقطه محاسبه شده (دقیقه)	فاصله بین نقطه اولیه و نقطه محاسبه شده (دقیقه)
۱	۱ به ۲	*10.670000′*	*27.169260°*	*56.218161°*	*0.344400′*	*0.189660′*	*0.383770′*
۲	۱ به ۳	*22.146667′*	*27.172846°*	*56.211600°*	*0.129229′*	*0.204024′*	*0.222960′*
۳	۱ به ۴	*33.873333′*	*27.172900°*	*56.211500°*	*0.125979′*	*0.209975′*	*0.225462′*
۴	۱به ۵	*45.963333′*	*27.173192°*	*56.210967°*	*0.108503′*	*0.241976′*	*0.241229′*
۵	۱به ۶	*57.060000′*	*27.172952°*	*56.211406°*	*0.122882′*	*0.215646′*	*0.227978′*
۶	۱ به ۷	*69.906667′*	*27.172835°*	*56.211621°*	*0.129918′*	*0.202763′*	*0.222448′*
۷	۱به ۸	*99.870000′*	*27.171976°*	*56.213193°*	*0.181436′*	*0.108449′*	*0.205632 ′*

نتایج جدول‌های (۱۲) و (۱۳) نشان می‌دهد، بکارگیری از روش جین میوس(۱۹۹۸) با اختلاف زمانی متفاوت در راستای محاسبه میانگین خطای فاصله بین نقطه مقصد تا نقطه محاسبه شده در تست جاده‌ای (ناظر متحرک) و همچنین در زمانی که ناظر ثابت است (به ترتیب با مقدار ۰٫۲۰۴۹۴۶′ و ۰٫۱۲۰۸۵۵′)، نسبت به سایر روش‌های ذکر شده معقول می‌باشد.

جدول۱۲: میانگین خطای فاصله بین نقطه مقصد تا نقطه محاسبه شده در آزمایش تست جاده‌ای

روش	میانگین خطای فاصله بین نقطه مقصد تا نقطه محاسبه شده (دقیقه)
جین میوس (۱۹۹۸) با اختلاف زمانی مساوی در حدود ۱۰ دقیقه (جدول(۳))	۰٫۲۷۱۶۳۹′
میچالسکی (۱۹۸۸) با اختلاف زمانی مساوی در حدود ۱۰ دقیقه (جدول(۴))	۰٫۳۴۹۰۷۲′
جین میوس (۱۹۹۸) با اختلاف زمانی متفاوت (جدول(۵))	۰٫۲۰۴۹۴۶′
میچالسکی (۱۹۸۸) با اختلاف زمانی متفاوت (جدول(۶))	۰٫۳۲۱۳۵۷′

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

جدول ۱۳: میانگین خطای فاصله بین نقطه اولیه تا نقطه محاسبه شده توسط ناظر ثابت

روش	میانگین خطای فاصله بین نقطه اولیه و نقطه محاسبه شده (دقیقه)
جین میوس (۱۹۹۸) با اختلاف زمانی مساوی در حدود ۱۰ دقیقه (جدول(۸))	۰٫۳۰۷۵۶۶′
میچالسکی (۱۹۸۸) با اختلاف زمانی مساوی در حدود ۱۰ دقیقه (جدول(۹))	۰٫۳۹۱۰۹۴′
جین میوس (۱۹۹۸) با اختلاف زمانی متفاوت (جدول(۱۰))	۰٫۱۲۰۸۵۵′
میچالسکی (۱۹۸۸) با اختلاف زمانی متفاوت (جدول(۱۱))	۰٫۲۴۷۰۶۸′

۶- نتیجه گیری

در این پژوهش موقعیت خورشید در فضا و نقش آن در میزان دقت تعیین نقطه جغرافیایی ناظر مورد بحث قرار گرفته است. استفاده از ناوبری نجومی در طول روز با اندازه‌گیری ارتفاع خورشید مرسوم بوده و به عنوان یکی از مهمترین گزینه‌های ناوبری در اقیانوس مطرح است. ولی دریانوردان در بهترین شرایط می‌توانند دقت یک مایل را تجربه کنند. منابع خطا می‌تواند ناشی از خطای سکستانت (ابزار اندازه گیری ارتفاع خورشید) و موقعیت خورشید در تقویم نجومی دریایی و همچنین نحوه محاسبات باشد. این پژوهش به صورت نظری صورت گرفته و لذا سکستانت و خطای آن وجود ندارد. در واقع در این پژوهش محقق به دنبال آن است که درصورت حذف همه خطاها به جز خطای موقعیت خورشید، چقدر می‌توان دقت ناوبری نجومی را افزایش داد. آیا این روش ناوبری از لحاظ نظری می‌تواند خطایی در مرتبه $۱۰^{-۱}$ یا $۱۰^{-۲}$ دقیقه را داشته باشد.

در صورتی که روش نظری بکارگرفته شده خطایی در مرتبه $۱۰^{-۱}$ یا $۱۰^{-۲}$ دقیقه داشته باشد، با افزایش دقت محاسبات مکان خورشید، می‌توان به دقت‌های مطلوبی در ناوبری نجومی رسید که راهگشای تحقیقات آینده در برداشت ارتفاع خورشید با روش‌های بسیار دقیق و عدم استفاده از سکستانت است.

در این پژوهش برای کاهش خطا از روش تکراری نیوتن برای حل معادله مکان استفاده شده است. در این روش تکراری می‌توان خطای مکان را به عنوان شرط همگرایی انتخاب کرده و تا دقت مطلوب، محاسبات را ادامه داد. از طرفی در این پژوهش محققان قادر بودند تا با استفاده از موقعیت ماهواره‌ای، ارتفاع خورشید را با استفاده از روابط تا چند رقم اعشار محاسبه کنند، ولی به جهت واقعی‌تر شدن نتایج، کلیه داده‌های مورد استفاده برای آزمایش عددی از نرم افزار اَستُرکلکیولیتور استخراج شد، که این نرم افزار حداکثر تا یک رقم اعشار می‌تواند مقادیر عددی را در اختیار محقق قرار دهد تا شرایط با تقویم نجوم دریایی قابل مقایسه باشد. نتایج نشان داد در صورت استفاده از روابط دقیق برای موقعیت خورشید می‌توان با دقت دهم دقیقه در ارتفاع

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]
[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

خورشید به دقت هایی از مرتبه 10^{-1} دقیقه برای تعیین موقعیت رسید.

براساس نتایج حاصل از این پژوهش درصورت توسعه راهکار عملی برای اندازه‌گیری ارتفاع خورشید با ابزارهای دیگری به جز سکستانت (که دارای خطایی از مرتبه دقیقه است)، می‌توان موقعیت مکانی بسیار دقیقی را بدست آورد. محققان امیدوارند که انجام این پژوهش راهگشای محققان دیگر برای توسعه روش‌های اندازه‌گیری ارتفاع خورشید باشند تا بوسیله آن بتوان موقعیت واحدهای شناور در دریا را بدون نیاز به سیگنال‌های ماهواره‌ای با دقت‌هایی از مرتبه 10^{-1} دقیقه محاسبه نمود.

مراجع

[1] R. Malkin, "Understanding the accuracy of astro navigation", Journal of Navigation, vol. 67(1), pp. 63-81, 2014.

[2] H. Umland, "A short guide to celestial navigation", 2015.

[3] M. A'HEARN, and G. Rossano, "Two body fixes by calculator", Navigation, vol. 24(1), pp. 59-66, 1977.

[4] G. Bennett, "General conventions and solutions-their use in celestial navigation", Journal of the Institute of Navigation, vol. 26(4), pp. 275-280, 1979.

[5] C. Daub, "A completely programmable method of celestial navigation", Journal of the Institute of Navigation, vol.26(1), pp. 59-62, 1979.

[6] S. W. Gery, "The direct fix of latitude and longitude from two observed altitudes", Navigation, vol. 44(1), pp. 15-24, 1997.

[7] T. Kjer, "Unambiguous two body fix methods derived from crystallographic Principles", Navigation, vol. 28(1), pp. 52-54, 1981.

[8] S. Kotlaric, "K- 12 Method By Calculator: A Single Program For All Celestial Fixes, Directly or By Position Lines", Navigation, vol. 28(1), pp. 44-51, 1981.

[9] T. R. Metcalf, and F. T. Metcalf, "On the overdetermined celestial fix", Navigation, vol. 38(1), pp. 79-89, 1991.

[10] R. Ogilvie, "A new method of celestial navigation", Navigation, vol. 24(1), pp. 67-71, 1977.

[11] J. A. Van Allen, "An analytical solution of the two star sight problem of celestial navigation", Navigation, vol. 28(1), pp. 40-43, 1981.

[12] A. R. Gonzalez, "Vector solution for the intersection of two circles of equal altitude", Journal of Navigation, vol. 61(2), pp. 355-365, 2008.

[13] G. Huxtable, "Calculating the intersections of two circles on a sphere", 2006.

[14] F. Pierros, "Stand-alone celestial navigation positioning method", Journal of Navigation, vol. 71(6), pp. 1344-1362, 2018.

[15] J. J. Michalsky, "The astronomical almanac's algorithm for approximate solar position", Solar energy, vol. 40(3), pp. 227-235, 1988.

[16] Jean. Meeus, "Astronomical algorithm second edition", 1989.

[17] Van Suong. Nguyen, "A Theoretical Approach of Astronomical Ship Positioning Using a Single Celestial Body and Secant Technique", International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent System vol. 20(1), pp. 1-7, 2020.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]

K. N. TOOSI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
FACULTY OF GEODESY AND GEOMATICS ENGINEERING

Journal of Geospatial Information Technology
Vol.12, No.1, Spring 2024

Research Paper

Maritime positioning independent of satellite systems using two successive elevations of the Sun

Saeed Alipourgildeh [1*], Ali Mohammadi [2], Ahmad Zadeghabadi [3]

1- Master's student in Maritime Management, Faculty of Navigation and Ship Command, Imam Khomeini University of Maritime Sciences Nowshahr.
2- Assistant Professor of Marine Management Department, Faculty of Navigation and Ship Command, Imam Khomeini University of Marine Sciences Nowshahr.
3- Professor of Maritime Management Department, Faculty of Navigation and Ship Command, Imam Khomeini University of Maritime Sciences (RA) Nowshahr.

Abstract

Ocean navigation relies heavily on the determination of the position of the floating units. In the past, as there was no satellite navigation system, all the floating units in the ocean calculated their position using celestial bodies and the Sun. With the advent of the satellite navigation system, astronomical positioning using celestial bodies has faded and is only limited to the emergency cases where the floating units are unable to use the satellite equipment. On the other hand, we know that one of the biggest weaknesses in determining the astronomical position in the intersection method and the other vector and drawing methods is related to the approximate position or at least the approximate latitude. In this research, the algorithm for determining the position of a moving or stationary observer by measuring two consecutive heights from the Sun has been developed. One of the prominent points in this algorithm is that it does not need the approximate or initial position of the observer to calculate the position. On the other hand, the difference between this research and the other similar researches is how we calculate the Sun position and how accurate our calculation is. The results of this study show that the best results of positioning can be obtained by measuring two consecutive altitudes of the Sun in about 10 to 20 minutes, and the accuracy of this method is about 10-1 minutes. If the applied theoretical method is used and the accuracy of the calculations of the Sun location is increased, it is possible to achieve the optimal accuracy in the astronomical navigation, which paves the way for future research in obtaining the height of the Sun with very accurate methods (except for the sextant).

Key words : *Positioning, Ocean navigation, Sun, Elevation .*

Correspondence Address*: Nowshahr, Shahid Karami street, Imam Khomeini University of Maritime Sciences.*
Tel*: : +98 1152353091*
Email : *saidalipoor19@gmail.com*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-07]

[DOI: 10.61186/jgit.12.1.95]