

## همگون سازی و مدل سازی چگالی خنثی ترموسفر با استفاده از مشاهدات ماهواره های LEO

غزاله قضوی<sup>۱</sup>، سعید فرزانه<sup>۲\*</sup>، محمدعلی شریفی<sup>۳</sup>

۱- کارشناس ارشد ژئودزی، دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، دانشکده فنی دانشگاه تهران، دانشگاه تهران

۲- دانشیار گروه ژئودزی، دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، دانشکده فنی دانشگاه تهران، دانشگاه تهران

۳- استاد گروه ژئودزی، دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، دانشکده فنی دانشگاه تهران، دانشگاه تهران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۰۲/۰۴ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۴/۰۹/۲۲

### چکیده

مدلسازی دقیق چگالی خنثی ترموسفر (*TND*) برای تحلیل نیروهای غیر گرانشی مؤثر بر ماهواره های مدار پایین زمین (*LEO*) و بهبود عملکرد مدل های تعیین مدار ضروری است. با وجود بهره گیری گسترده از مدل های تجربی مانند *NRLMSISE2.0*، محدودیت های ساختاری این مدل ها و وابستگی آن ها به داده های کالیبراسیون منجر به عدم دقت کافی در شرایط فضایی پویا شده است. در این پژوهش، الگوریتمی جهت تلفیق مشاهدات چگالی جرمی حاصل از شتابسنج های نصب شده بر ماهواره های *CHAMP* و *GRACE* با مدل *NRLMSISE2.0* توسعه یافته است. پس از انتقال داده ها به ارتفاع مرجع ۴۰۰ کیلومتر و انجام فرآیند همسان سازی آماری، به منظور کاهش بایاس میان مشاهدات و مدل، اصلاحاتی بر پایه بسط هارمونیک های کروی در دو متغیر عرض جغرافیایی و زمان محلی خورشیدی اعمال شد. تحلیل آماری عملکرد مدل بهبود یافته با استفاده از شاخص های خطای کمترین مربعات (*RMSE*)، میانگین انحراف نسبی (*ARD*)، تفاوت لگاریتمی (*LD*) و ضریب همبستگی (*R*) نشان می دهد که مدل اصلاح شده قادر به بازسازی دقیق تری از ساختار چگالی ترموسفری بوده و عملکرد آن در تعیین مدار ماهواره ها به طور ملموسی بهبود یافته است. نتایج عددی حاکی از آن است که دقت مدل برای ماهواره های *CHAMP* و *GRACE* به ترتیب ۲۳٪/۴۰ و ۸۰٪/۴۵ افزایش یافته است. این یافته ها، اثربخشی روش پیشنهادی در به روز رسانی مدل های تجربی ترموسفری و کاربرد آن ها در تعیین مدار و پیش بینی های فضایی را تأیید می کند.

**کلیدواژه ها:** چگالی خنثی ترموسفر، مدل تجربی، کالیبراسیون، مشاهدات ژئودتیکی.

\* نویسنده مکاتبه کننده: گروه فتوگرامتری و سنجش از دور، دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

تلفن: ۰۲۱۶۱۱۴۲۴۲

## ۱- مقدمه

ترموسفر لایه بالایی بخش گرانشی جو است که تا حدی یونیزه شده و از ارتفاع حدود ۹۰ کیلومتری تا بیش از ۶۰۰ کیلومتری از سطح زمین امتداد دارد [۱]. این لایه نقش بسیار حیاتی در فهم فیزیک و دینامیک اطراف ماهواره‌ها، ارتباطات رادیویی، و شرایط اتمسفری ماهواره‌ها ایفا می‌کند. همچنین برای برنامه‌های فضایی، ارتباطات ماهواره‌ای و نیز پیش‌بینی‌های هواشناسی و فضایی دقیق‌تر، نیاز به مدل‌های تجربی که ترموسفر را به خوبی مدل‌سازی کنند، احساس می‌شود. با این وجود، دقت مدل‌های تجربی ترموسفر همچنان با چالش‌های بزرگی روبرو است. این چالش‌ها شامل عدم قطعیت در پارامترها، پدیده‌های پیچیده جوی و فضایی، و نیز نیاز به انطباق با داده‌های مشاهده‌شده از زمین و فضا هستند.

اثر ترموسفر در ماهواره‌های ارتفاع پایین به صورت کشش اتمسفری می‌باشد. یکی از بزرگترین و پایدارترین منابع عدم قطعیت در تعیین مدار ماهواره و پیش‌بینی مدار در مدار پایین زمین (LEO) از عدم قطعیت در تخمین چگالی جرم جو ناشی می‌شود، بطوریکه نحوه حرکت این ماهواره‌ها، طول عمر مفیدشان و نحوه بازگشت آن‌ها به سطح زمین، مدل‌سازی و پیش‌بینی دقیق تغییرات اتمسفری را طلب می‌کند. از آنجایی هم که یونوسفر در ترموسفر جاسازی شده است، آگاهی از چگالی ترموسفر نیز به بهبود درک ما از تعامل میان ترموسفر، یونوسفر و جو زیرین کمک خواهد کرد [۲ و ۳].

برای سنجش چگالی جرم ترموسفر از ابزارهای گوناگونی استفاده می‌شود. یکی از مستقیم‌ترین روش‌ها، استفاده از نیروی کشش اتمسفری است که می‌توان آن را از طریق شتابسنج‌های نصب‌شده بر روی ماهواره‌ها اندازه‌گیری کرد [۱، ۴ و ۵] یا به‌صورت

غیرمستقیم از طریق تحلیل تغییرات مداری ماهواره‌های LEO برآورد نمود [۶ و ۷]. افزون بر این، تجهیزات دیگری نظیر طیف‌سنج‌های جرمی خنثی [۸ و ۹]، سامانه‌های سنجش از دور در طیف فرابنفش [۱۰ و ۱۱] و فشارسنج‌های مستقر بر موشک‌ها [۱۲ و ۱۳]، نیز برای استخراج اطلاعات مرتبط با چگالی جو مورد استفاده قرار می‌گیرند. در سال‌های اخیر، تخمین چگالی خنثی ترموسفر عمدتاً بر پایه داده‌های شتابسنج‌ها و سامانه‌های موقعیت‌یابی ماهواره‌ای (GNSS)<sup>۲</sup> در مأموریت‌های LEO انجام می‌گیرد [۱۳]. در این میان، ارتفاع مداری و میزان فعالیت خورشیدی دو عامل کلیدی محسوب می‌شوند که تأثیر قابل توجهی بر چگالی جرم ترموسفر دارند [۱۴، ۱۵ و ۱۶]. به‌طور کلی، سه پارامتر اصلی ترموسفر شامل چگالی خنثی، دما و ترکیب اجزای گازی، تحت تأثیر متغیرهایی چون زمان، مکان، و همچنین شرایط خورشیدی و ژئومغناطیسی دستخوش تغییرات قابل توجهی می‌شوند.

در میان پارامترهای مختلف ترموسفری، چگالی خنثی ترموسفر (TND)<sup>۳</sup> به‌عنوان متغیری کلیدی مورد توجه این پژوهش قرار گرفته است؛ زیرا این پارامتر نقش تعیین‌کننده‌ای در نیروهای کششی وارد بر ماهواره‌های LEO ایفا می‌کند. برآورد دقیق TND برای طراحی و اجرای مأموریت‌های LEO از اهمیت حیاتی برخوردار است [۱۷]، از این رو، هرگونه خطا در تخمین این پارامتر می‌تواند به‌عنوان یکی از عوامل محدودکننده در تعیین مدار دقیق (POD)<sup>۴</sup> و پیش‌بینی مسیر حرکتی ماهواره‌ها و تحلیل ریسک برخورد‌ها محسوب شود. طی دهه‌های اخیر، در مطالعات مربوط به تعیین مدار و ناوبری، پارامترهای اتمسفری عمدتاً با استفاده از مدل‌های تجربی برآورد

<sup>2</sup> Global Navigation Satellite System

<sup>3</sup> Thermospheric Neutral Density

<sup>4</sup> Precise Orbit Determination

<sup>1</sup> Low Earth Orbit

شده‌اند [۱۸]. با این حال، به دلیل ساختار ساده این مدل‌ها و حساسیت آن‌ها به بازه زمانی کالیبراسیون، دقت آن‌ها محدود بوده و برای کاربردهای حساس فضایی و پیش‌بینی‌های دقیق، کافی نیستند. به منظور ارتقاء دقت این مدل‌ها، از داده‌های کمکی حاصل از مشاهدات ماهواره‌ای، به‌ویژه داده‌های *TND* به‌دست‌آمده از شتاب‌سنج‌های نصب‌شده بر ماهواره‌های *LEO* و سامانه‌های ناوبری جهانی ماهواره‌ای (*GNSS*)، بهره‌برداری می‌شود [۱۹].

در همین راستا، خانواده مدل رادار طیف‌سنج جرمی و پراکندگی نامنسجم (*MSIS*)<sup>۱</sup> که توسعه آن‌ها از اوایل دهه ۱۹۷۰ آغاز شده‌است، به‌طور گسترده در مدل‌سازی جو مورد استفاده قرار گرفته‌اند. جدیدترین نسخه این خانواده، مدل تجربی (*MSIS 2.0 (NRL)*)<sup>۲</sup> است که توسط آزمایشگاه تحقیقات دریایی ایالات متحده توسعه یافته‌است. این مدل قادر است چگالی گونه‌های مختلف، چگالی جرمی کل و دمای جو را به‌عنوان تابعی از موقعیت مکانی و شرایط محیط فضایی ارائه دهد. اگرچه مدل‌های *MSIS* در میان جامعه علمی و عملیاتی به‌عنوان ابزارهای رایج در شبیه‌سازی ترموسفر شناخته می‌شوند، اما مشابه بسیاری از مدل‌های تجربی دیگر، قابلیت ارائه برآوردی از عدم قطعیت نتایج را ندارند [۲۰]. افزون بر این، دقت خروجی این مدل‌ها ممکن است تحت تأثیر عواملی نظیر ساده‌سازی‌های ساختاری، نمونه‌برداری‌های محدود در ورودی‌ها، و وابستگی مدل به بازه زمانی کالیبراسیون قرار گیرد، که همگی بر کیفیت تخمین *TND* اثرگذار هستند.

کشش اتمسفری یکی از نیروهای غیرگرانشی مهم به‌شمار می‌رود که موجب کاهش سرعت و تغییرات مداری ماهواره‌های *LEO* می‌گردد. این مسئله به‌ویژه در مأموریت‌های ژئوفیزیکی *LEO* مانند ظرفیت ماهواره‌ای کوچک چالش برانگیز

<sup>3</sup> CHallenging Mini satellite Payload

<sup>4</sup> Gravity Recovery And Climate Experiment

<sup>5</sup> Gravity Recovery And Climate Experiment Follow On

در همین راستا، خانواده مدل رادار طیف‌سنج جرمی و پراکندگی نامنسجم (*MSIS*)<sup>۱</sup> که توسعه آن‌ها از اوایل دهه ۱۹۷۰ آغاز شده‌است، به‌طور گسترده در مدل‌سازی جو مورد استفاده قرار گرفته‌اند. جدیدترین نسخه این خانواده، مدل تجربی (*MSIS 2.0 (NRL)*)<sup>۲</sup> است که توسط آزمایشگاه تحقیقات دریایی ایالات متحده توسعه یافته‌است. این مدل قادر است چگالی گونه‌های مختلف، چگالی جرمی کل و دمای جو را به‌عنوان تابعی از موقعیت مکانی و شرایط محیط فضایی ارائه دهد. اگرچه مدل‌های *MSIS* در میان جامعه علمی و عملیاتی به‌عنوان ابزارهای رایج در شبیه‌سازی ترموسفر شناخته می‌شوند، اما مشابه بسیاری از مدل‌های تجربی دیگر، قابلیت ارائه برآوردی از عدم قطعیت نتایج را ندارند [۲۰]. افزون بر این، دقت خروجی این مدل‌ها ممکن است تحت تأثیر عواملی نظیر ساده‌سازی‌های ساختاری، نمونه‌برداری‌های محدود در ورودی‌ها، و وابستگی مدل به بازه زمانی کالیبراسیون قرار گیرد، که همگی بر کیفیت تخمین *TND* اثرگذار هستند.

کشش اتمسفری یکی از نیروهای غیرگرانشی مهم به‌شمار می‌رود که موجب کاهش سرعت و تغییرات مداری ماهواره‌های *LEO* می‌گردد. این مسئله به‌ویژه در مأموریت‌های ژئوفیزیکی *LEO* مانند ظرفیت ماهواره‌ای کوچک چالش برانگیز

<sup>1</sup> Mass Spectrometer and Incoherent Scatter

<sup>2</sup> Naval Research Laboratory

یامازاکی و همکاران (۲۰۱۵) دو مدل تجربی مبتنی بر داده‌های مأموریت‌های *LEO* مانند *CHAMP* و *GRACE* ارائه دادند که ویژگی‌های کلیدی ترموسفر از جمله آنومالی چگالی جرم استوایی<sup>۴</sup> (*EMA*) و موج طولی درجه چهارم را در عرض‌های جغرافیایی پایین و همچنین اثر بادهای خورشیدی در عرض‌های بالا شناسایی می‌کردند [۶۵].

در ادامه شیونگ و همکاران در سال ۲۰۱۸ با معرفی مدلی برای دمای خارجی<sup>۵</sup> در *NRLMSIS 2.0* همراه با کمی‌سازی عدم قطعیت، توانستند خطای تخمین چگالی ماهواره‌ای را از حدود ۴۵٪ به ۲۰٪ کاهش دهند. مدل جدید با عنوان *MSIS-UQ*<sup>۶</sup> نسبت به نسخه‌های پیشین مانند *NRLMSIS 2.0* و مدل کشش ماهواره‌ای با دقت بالا<sup>۷</sup> (*HASDM*)، واریانس و بایاس کمتری از خود نشان داد. این مدل همچنین اثبات کرد که مرزهای عدم قطعیت چگالی‌های ماهواره‌ای به خوبی کالیبره شده‌اند. در بررسی‌های انجام‌شده بر روی طوفان ژئومغناطیسی هالووین ۲۰۰۳، *MSIS-UQ* نتایج قابل‌قیاسی با مشاهدات ارائه داد و نشان داد که در مدل *NRLMSIS 2.0* رابطه‌ای خطی بین فعالیت ژئومغناطیسی و چگالی وجود دارد؛ در حالی که مدل *MSIS-UQ* روابط غیرخطی و وابستگی‌های پیچیده‌تری را بازتاب می‌دهد [۶۵]. در همین زمینه فروتن و همکاران در سال ۲۰۱۹، با بهره‌گیری از اندازه‌گیری‌های دقیق شتاب‌سنجی در مأموریت *GRACE*، چگالی خنثی ترموسفر را برای کالیبراسیون مدل *NRLMSISE-00* استخراج کردند و نقش این داده‌ها را در تعیین دقیق مدار مورد بررسی قرار دادند. نتایج آن‌ها بر اهمیت استفاده از داده‌های ماهواره‌ای برای اصلاح مدل‌های تجربی و ارتقاء دقت در

ترموسفر-یونوسفر مورد استفاده قرار گرفته‌است [۳۷]، ۳۸ و ۳۹]. در این پژوهش‌ها، اغلب از تصحیحات تجربی به صورت نسبت میان *TND* حاصل از داده‌های *LEO* و مقادیر مدل استفاده شده‌است. برای نمونه در مطالعه‌ای توسط دورنبوس و همکاران در سال ۲۰۰۸ داده‌های مداری (*TLE*<sup>۱</sup>) به منظور کالیبراسیون مدل *NRLMSISE00* به کار رفت و اصلاحات مبتنی بر بسط هارمونیک‌های کروی بر خروجی دمای مدل اعمال شد که منجر به کاهش خطای کمترین مربعات (*RMS*<sup>۲</sup>) از ۳۰٪ به ۱۵٪ گردید [۴۱].

به منظور ادغام مؤثر مشاهدات با مدل‌ها، رویکردهای مختلفی از جمله تصحیحات تجربی [۳۰، ۴۰، ۴۱، ۴۲ و ۴۳]، ادغام آماری داده‌ها [۴۴، ۴۵ و ۴۶] و تکنیک‌های همسان‌سازی متوالی داده‌ها [۳۸، ۴۷، ۴۸، ۴۹ و ۵۰] به کار گرفته شده‌اند. برای مثال دورنبوس و همکاران (۲۰۰۵) با استفاده از گسترش هارمونیک کروی در دو مؤلفه عرض جغرافیایی و زمان محلی خورشیدی، پارامترهای دمای اگزوسفر را برای بهبود مدل‌سازی استخراج نمودند [۴۰]. همچنین کیم و همکاران (۲۰۰۸) چارچوبی برای داده جذب در مدل جهانی یونوسفر-ترموسفر (*GITM*) ارائه کردند که توانست خطای مدل را تا ۶٪ کاهش دهد [۵۱]. مطالعه‌ای دیگر توسط ماتسو و همکاران (۲۰۱۲) نیز نشان داد که ادغام داده‌های *CHAMP* و *GRACE* می‌تواند بایاس‌های موجود در مدل‌سازی الکتروودینامیک پلاسماسفر را در ساختار کوپل‌شده یونوسفر-ترموسفر کاهش دهد [۵۲، ۵۳]. چانگ شی و همکاران در سال ۲۰۱۵ با استفاده از داده‌های *TLE* و تعریف تابع ارتفاعی برای نسبت بین *TND* مشاهده‌ای و مدل، خطای مدل *NRLMSISE00* را تا حدود ۹٪ کاهش دادند [۴۲]. به علاوه لیو و همکاران (۲۰۱۳) و

<sup>4</sup> Equatorial Mass density Anomaly

<sup>5</sup> Exospheric Temperature

<sup>6</sup> MSIS with Uncertainty Quantification

<sup>7</sup> High Accuracy Satellite Drag Model

<sup>1</sup> Two-Line Element

<sup>2</sup> Root Mean Square

<sup>3</sup> Global Ionosphere-Thermospher Model

مواجه شد؛ این مشکل ناشی از افزایش چگالی ترموسفر در واکنش به یک فوران جرم تاج خورشیدی ( $CME^5$ ) و وقوع طوفان ژئومغناطیسی جزئی بود [۶۸]. این رویداد نشان داد که در صورت برخورداری از پیش بینی دقیق چگالی خنثی، می توان از چنین اختلالاتی جلوگیری کرد. با این حال، مدل های موجود هنوز دارای عدم قطعیت های بالا در طول رویدادهای ژئومغناطیسی هستند [۶۹].

در ادامه، در سال ۲۰۲۳ ریچارد جی لیکاتا و همکاران، مدلی مبتنی بر یادگیری ماشین برای تخمین دمای خارجی جو توسعه دادند که با مدل  $NRLMSIS\ 2.0$  ترکیب شده و به عنوان نسخه جدیدی با عنوان  $MSIS-UQ$  معرفی شد. برخلاف مدل های سنتی که خروجی نقطه ای ارائه می دهند، این مدل خروجی به صورت توزیعی دارد و با استفاده از معیارهای آماری مانند نمره خطای همسان سازی ارزیابی می شود. نتایج نشان داد که  $MSIS-UQ$  قادر است بایاس های موجود در  $NRLMSIS\ 2.0$  را حذف کرده و اختلاف میان تخمین های مدل و چگالی واقعی ماهواره های را تا ۲۵ درصد کاهش دهد. این مدل همچنین در مقایسه با مدل کشش ماهواره های دقیق نیروی فضایی  $HASDM$ ، به میزان ۱۱ درصد عملکرد بهتری نسبت به داده های واقعی نشان داده است [۷۰].

به طور کلی، مشاهدات ماهواره های از ترموسفر با محدودیت های زمانی و مکانی همراه هستند؛ از این رو، دستیابی به برآوردهای دقیق و سراسری از پارامترهای ترموسفری همواره چالش برانگیز بوده است. درک جامع از ساختار ترموسفر برای ارتقاء دقت مدل های موجود و کاهش خطای پیش بینی در تخمین چگالی خنثی جو، از اهمیت بالایی برخوردار است [۵۴]. با توجه به نقش حیاتی مدل های تجربی در ارائه پیش بینی های دقیق، کالیبراسیون خروجی این مدل ها برای کاهش اختلاف بین نتایج مدل سازی و داده های مشاهداتی ضروری

کاربردهای مداری تأکید می ورزد.

در مطالعه ای، سه روش پیش بینی مبتنی بر داده و الگوریتم های شبکه عصبی مصنوعی به منظور برآورد اصلاحات روزانه چگالی ترموسفر در بازه های زمانی چند روزه تا چند ماهه مورد استفاده قرار گرفتند. نتایج عددی این پژوهش نشان داد که مقادیر چگالی مشتق شده از داده های ماهواره  $GRACE$  با شاخص های فعالیت خورشیدی و ژئومغناطیسی همبستگی بالایی دارند. این ارتباط، امکان بهبود پیش بینی مدل در بازه های زمانی کوتاه تا متوسط (چند ساعت تا چند روز) و افزایش دقت شبیه سازی ها در دوره های افزایش فعالیت خورشیدی یا ژئومغناطیسی را فراهم می سازد؛ بازه هایی که معمولاً مدل ها عملکرد ضعیفی از خود نشان می دهند [۳۹]. ساریس در سال ۲۰۱۹ به بررسی ویژگی ها و چالش های موجود در مشاهدات لایه بالایی ترموسفر ( $LTI$ )<sup>۱</sup> پرداخت و شکاف های اندازه گیری را شناسایی کرد. وی همچنین بر اختلافات موجود میان داده های رصدی و مدل های فعلی تأکید نمود [۶۶]. در سال ۲۰۲۰، تیانو و همکاران چارچوبی جدید برای تخمین چگالی ترموسفر معرفی کردند که داده های حاصل از مدل های تجربی، اطلاعات محیطی، و مشاهدات ماهواره ای را در یک ساختار یکپارچه مبتنی بر فرآیندهای گاوسی ( $GP^2$ ) ترکیب می کرد. این روش رگرسیون غیرخطی و غیرپارامتری قادر است چگالی فعلی و آتی ترموسفر را با دقت بالا تخمین بزند. در این پژوهش، از مدل های  $NRLMSIS-00$  و جاشیا-بومن (2008<sup>۳</sup> JB) و همچنین داده های استخراج شده از شتاب سنج ماهواره  $CHAMP$  استفاده شد [۶۷]. در ابتدای سال ۲۰۲۲، شرکت اسپیس ایکس<sup>۴</sup> با چالش خارج ماندن ۳۸ ماهواره از دستیابی به مدار طراحی شده

<sup>1</sup> Lower Thermosphere-Ionosphere

<sup>2</sup> Gaussian Processes

<sup>3</sup> Jachia-Bowman

<sup>4</sup> SpaceX

<sup>5</sup> Coronal Mass Ejections

مشاهدات دو ماهواره‌ی *CHAMP* و *GRACE* مربوط به *TU Delft* که از طریق لینک (<ftp://thermosphere.tudelft.nl/>) قابل دسترسی هستند، در تاریخ ۱ مارچ ۲۰۰۴ استفاده گردیده است.

۲-۱- تبدیل *TND* ها به ارتفاع مشترک و مدل *NRLMSISE2.0*:

در ادامه هریک از دو بخش تبدیل *TND* ها به ارتفاع مشترک و مدل *NRLMSISE2.0* به جداگانه تشریح می‌شود.

### ۲-۱-۱- تبدیل *TND* ها به ارتفاع مشترک:

به‌منظور کاهش تأثیر اختلاف ارتفاع مداری بین دو ماهواره *CHAMP* و *GRACE*، تخمین‌های چگالی خنثی ترموسفر (*TND*) مربوط به آن‌ها با بهره‌گیری از تابعی وابسته به ارتفاع، مبتنی بر مدل *NRLMSISE2.0*، به ارتفاع مرجع مشترک ۴۰۰ کیلومتر منتقل می‌شوند [۵۷]. در ادامه، خروجی‌ها بر اساس رابطه (۲) به‌صورت زیر مدل‌سازی می‌گردند:

$$\rho(400) = \rho(h) \frac{\rho_N(400)}{\rho_N(h)} \quad \text{رابطه (۲)}$$

در رابطه (۲)،  $\rho(h)$  چگالی مشاهده‌شده در ارتفاع  $h$  از *CHAMP* و *GRACE* است، درحالی‌که زیرنویس  $N$  مخفف مدل *NRLMSISE2.0* است. تبدیل در رابطه (۲) بر اساس پروفایل عمودی مدل *NRLMSISE2.0* انجام می‌گیرد. در این مطالعه فرض شده است که تأثیر این تبدیل بر عدم قطعیت تخمین‌های *TND* مورد مقایسه، ناچیز بوده و قابل صرف‌نظر است.

### ۲-۱-۲- مدل *NRLMSISE2.0*:

همانطور که در بخش پیشین (بخش ۲-۱-۱) بیان شد، در این پژوهش از داده‌های مدل تجربی *NRLMSISE2.0* بهره‌گیری شده و هدف اصلی، ارتقاء دقت این مدل است. به‌طور کلی، مدل‌های چگالی اتمسفر به دو دسته فیزیکی و تجربی تقسیم می‌شوند. با توجه به آنکه مدل‌های فیزیکی عمدتاً برای تحلیل هم‌زمان رفتار ترموسفر و یونوسفر به کار می‌روند، در این مطالعه رویکرد تجربی مدنظر قرار گرفته‌است.

است. در همین راستا، مطالعه حاضر به‌طور ویژه به این موضوع پرداخته‌است.

ساختار مقاله به شرح زیر تنظیم شده‌است: در بخش دوم، فرآیندهای مربوط به استخراج و تخمین چگالی خنثی ترموسفر (*TND*) از داده‌های ماهواره‌ی *CHAMP* و *GRACE* تشریح می‌شود. بخش سوم به معرفی و تبیین روش‌های اصلی مورد استفاده در این پژوهش اختصاص دارد. نتایج عددی و تحلیل‌های حاصل در بخش چهارم ارائه شده و در نهایت، جمع‌بندی و نتیجه‌گیری پژوهش در بخش پنجم آمده است.

### ۲- برآوردهای *TND* دو ماهواره‌ی *CHAMP* و *GRACE* و همسان‌سازی بین آنها

شتاب‌سنج دقیق دو ماهواره‌ی *CHAMP* و *GRACE* نیروهای غیر گرانشی، که بر روی سطح این ماهواره‌ها هنگام حرکت در ترموسفر عمل می‌کنند را اندازه‌گیری می‌کند. این نیروها عمدتاً شامل نیروهای مربوط به فشار تشعشع زمین (*ERP*)<sup>۱</sup>، فشار تابش خورشیدی (*SRP*)<sup>۲</sup> و پسای اتمسفر هستند که در آن نیروی سوم برای تخمین چگالی خنثی ترموسفر (*TND*) استفاده می‌شود [۵۵، ۵۶]؛ نهایتاً می‌توان از شتاب کشش ایزوله‌شده که در رابطه (۱) توسط  $\rho$  نشان داده شده است، برای تخمین *TND* استفاده کرد:

$$a_{drag} = \frac{1}{2} \frac{A}{m} C_D \rho v_{rel}^2 \hat{v}_{rel}$$

در رابطه (۱)،  $\hat{a}_{drag}$  (که حاوی تخمین‌های کشش نقطه‌ای است) بردار شتاب کشش است،  $A$  نشان‌دهنده سطح مقطع عمود بر بردار سرعت ماهواره است،  $m$  جرم ماهواره است،  $C_D$  ضریب پسا-اتمسفری است،  $v_{rel}^2$  نشان‌دهنده نرم دوم بردار سرعت نسبی است و  $\hat{v}_{rel}$  یک بردار واحد نشان‌دهنده جهت سرعت نسبت به چرخش هم‌زمان اتمسفر است. در این پژوهش از

<sup>1</sup> Earth Radiation Pressure

<sup>2</sup> Solar Radiation Pressure

متعددی وابسته است. این عوامل شامل کیفیت مدل سازی نیروهای غیرگرانشی مختلف [۲۴]، دقت ضریب نیروی پسا [۵۸]، مشخصات جرم ماهواره، عملکرد شتاب سنج ها و داده های دریافتی از دوربین ستاره یاب [۵۶]، و همچنین ویژگی های مداری و آیرودینامیکی ماهواره ها [۵۹] می باشند. به منظور برآورد این عدم قطعیت ها، در این پژوهش از رویکرد انتشار واریانس در رابطه (۳) بهره گرفته شده است، مشابه با آنچه توسط فروتن و همکاران (۲۰۱۹) ارائه شده است [۴۳]:

$$\sigma_p = \sqrt{f \Sigma f^t} \quad \text{رابطه (۳)}$$

که در رابطه (۳)،  $f$  بردار با تمام مشتقات جزئی  $TND$  ها نسبت به مقادیر ورودی است، که در اینجا چهار عامل غالب در رابطه (۴) انتخاب شده است:

$$f = \left[ \frac{\partial \rho}{\partial m} \quad \frac{\partial \rho}{\partial a_{drag}} \quad \frac{\partial \rho}{\partial v_{rel}} \quad \frac{\partial \rho}{\partial C_{d,x}} \right] \quad \text{رابطه (۴)}$$

و  $\Sigma$  ماتریسی است که حاوی کوواریانس خطاها به صورت رابطه (۵) است:

$$\Sigma = \text{diag}(\sigma_m^2, \sigma_{a_{drag}}^2, \sigma_{v_{rel}}^2, \sigma_{C_d}^2) \quad \text{رابطه (۵)}$$

به منظور انجام فرآیند انتشار واریانس، مقادیر خطاهای معرفی شده در جدول (۱) لحاظ شده اند و بر اساس آن ها، عدم قطعیت چگالی خنثی ترموسفر ( $TND$ ) برآورد می گردد. به طور خاص، عدم قطعیت  $TND$  در ارتفاع مرجع ۴۰۰ کیلومتر با استفاده از حاصل ضرب ارتفاع مقیاس (به دست آمده از رابطه (۲)) در عبارت انتشار واریانس ارائه شده در رابطه (۳) محاسبه می شود. با توجه به اینکه هیچ گونه بایاس سیستماتیکی میان تخمین های چگالی خنثی ترموسفر ( $TND$ ) حاصل از داده های ماهواره های  $CHAMP$  و  $GRACE$  به صورت اولیه تعریف نشده است، این عدم تطابق می تواند اثرات منفی بر نتایج نهایی مدل سازی داشته باشد.

از این رو، پیش از به کارگیری این داده ها در فرآیند مدل سازی، یک مرحله همسان سازی بین ماهواره های ( $Inter-calibration$ ) ضروری است.

مدل های تجربی بر پایه مجموعه ای از توابع نسبتاً ساده طراحی شده اند که عمدتاً قادر به بازنمایی تغییرات کلی در چگالی اجزای اصلی جو، چگالی کل و معمولاً دما هستند، اما به دلیل ماهیت داده محورشان، توانایی شبیه سازی جامع تمام ویژگی های فیزیکی سامانه جو را ندارند. در جامعه علمی علوم فضایی، سری مدل های  $MSIS$  به عنوان یکی از رایج ترین ابزارها برای مدل سازی ترموسفر شناخته می شوند. با افزایش دسترسی به داده های اندازه گیری شده، نسخه های جدیدتر این مدل ها توانایی نمایش دقیق تر تغییرات مکانی و زمانی چگالی را یافته اند. روش ادغام مشاهدات با مدل که در این پژوهش دنبال شده، پیش تر عمدتاً با استفاده از مدل  $NRLMSISE00$  پیاده سازی شده است. از این رو، نسخه به روز و توسعه یافته آن یعنی  $NRLMSISE2.0$  در این تحقیق انتخاب و داده های حاصل از آن برای مدل سازی مورد استفاده قرار گرفته است.

مدل  $NRLMSISE2.0$  یک مدل تجربی جوئی است که بازه ارتفاعی از سطح زمین تا ناحیه ترموسفر را پوشش می دهد. این مدل بر مبنای تحلیل های پارامتری، میانگین رفتار مشاهده شده دما، چگالی هشت جزء اصلی جو و چگالی جرم کل را شبیه سازی می کند و به طور خاص متغیرهای خنثی ترموسفر را مدل سازی می نماید. ورودی های مدل شامل زمان (سال، روز، ساعت، دقیقه و ثانیه)، ارتفاع ژئودتیک در بازه ۰ تا ۱۰۰۰ کیلومتر، مختصات جغرافیایی (طول و عرض ژئودتیک)، شاخص های فعالیت خورشیدی و شاخص های ژئومغناطیسی است. خروجی مدل نیز شامل دمای گاز خنثی و چگالی اجزای مختلف جوئی از جمله هلیوم، اتم اکسیژن، مولکول اکسیژن، آرگون، هیدروژن، نیتروژن و چگالی جرم کل ترموسفر می باشد.

## ۲-۲- عدم قطعیت $TND$ ها از $CHAMP$ و $GRACE$ :

با در نظر گرفتن رابطه (۱)، می توان نتیجه گرفت که عدم قطعیت موجود در برآورد چگالی خنثی ترموسفر ( $TND$ ) حاصل از داده های ماهواره ای، به عواملی

جدول ۱: عدم قطعیت متغیرهایی که بر روی محاسبه *TND* در رابطه (۱) که از فروتن و همکاران پیروی می‌کنند. [۴۳]

مؤلفه	عدم قطعیت
$\sigma_m$	۰/۵ کیلوگرم
$\sigma_{a_{drag}}$	$3 \times 10^{-8}$ متر بر مجذور ثانیه
$\sigma_{v_{rel}}$	۱۰۰ متر بر ثانیه
$\sigma_{C_d}$	۰/۱

بخشید. این رویکرد همچنین در ارزیابی عدم قطعیت‌ها مؤثر بوده و سطح اطمینان در روش‌های تعیین مدار را افزایش می‌دهد.

در این مطالعه، به دلیل تفاوت مشخصات فیزیکی ماهواره‌های *CHAMP* و *GRACE* نظیر جرم، سطح مقطع و سایر ویژگی‌های مدار و آیرودینامیکی، لازم است به منظور کاهش خطاهای سیستماتیک و ارتقای همخوانی داده‌ها، فرآیند همسان‌سازی بین مشاهدات دو مأموریت انجام گیرد. در این راستا، از روشی پیروی شده‌است که توسط مهتا (۲۰۱۹) پیشنهاد شده و بر پایه تعریف یک ضریب مقیاس برای هم‌راستاسازی توزیع آماری تخمین‌های *TND* بین دو ماهواره استوار است. رابطه (۶) مورد استفاده برای این کالیبراسیون در ادامه ارائه شده‌است.

$$\rho_{cal} = s\rho_{raw} \quad \text{رابطه (۶)}$$

در رابطه (۶)،  $\rho_{cal}$  شامل *TND*‌های کالیبره‌شده و  $\rho_{raw}$  نشان‌دهنده‌ی موارد اندازه‌گیری‌شده و  $s$  نشان‌دهنده‌ی ضریب مقیاس است که توسط مقایسه‌ی هیستوگرام ماهانه نسبت به مشاهدات مدل محاسبه شده‌است. از این رو، توزیع *GRACE/NRLMSISE2.0* در یک اسکالر ضرب می‌شود تا با *CHAMP/NRLMSISE2.0* مطابقت داشته‌باشد. برای این کار از توابع چگالی احتمال گاوسی برای مدل‌سازی توزیع‌های ماهانه استفاده می‌شود، چرا که این تابع به طور گسترده‌ای قادر به مدل‌سازی رفتار آماری طبیعی متغیرهای جوی بوده و امکان مقایسه‌ی دقیق ویژگی‌های آماری مانند میانگین و واریانس بین دو مجموعه داده (مانند ماهواره‌ها یا مدل‌ها) را فراهم می‌سازد [۱۹].

در این پژوهش، دو رویکرد برای کاهش ناسازگاری‌های احتمالی میان تخمین‌های *TND* دو ماهواره در نظر گرفته شده‌است:

- ۱- همسان‌سازی مبتنی بر توزی آماری<sup>۱</sup>
  - ۲- تنظیمات تجربی برای همسان‌سازی<sup>۲</sup>
- شایان ذکر است که در این مطالعه، از رویکرد نخست یعنی همسان‌سازی مبتنی بر تحلیل توزیع آماری استفاده شده‌است.

### ۲-۳- همسان‌سازی

در حوزه ژئودزی، کالیبراسیون مبتنی بر توزیع<sup>۳</sup> در فرآیند تعیین مدار، به عنوان یک رویکرد آماری برای اصلاح پارامترهای مدار ماهواره‌ها یا سایر اجرام فضایی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این روش بر تحلیل آماری باقیمانده‌ها، یعنی اختلاف میان موقعیت‌های پیش‌بینی‌شده و مشاهدات واقعی، تمرکز دارد. هدف اصلی این رویکرد، لحاظ کردن عدم قطعیت‌های موجود در داده‌های مشاهداتی و بهینه‌سازی پارامترهای مدار به‌گونه‌ای است که تطابق بهتری با داده‌های اندازه‌گیری‌شده حاصل شود. با بهره‌گیری از تحلیل توزیع آماری باقیمانده‌ها، می‌توان مسیرهای مدار را با دقت بیشتری پیش‌بینی نمود و همچنین دقت محصولات ژئودتیکی از جمله موقعیت‌یابی ماهواره‌ای و مدل‌های تجربی جوّ بالایی مانند ترموسفر را بهبود

<sup>1</sup> distribution-based intercalibration

<sup>2</sup> empirical adjustment for intercalibration

<sup>3</sup> distribution-based calibration



### ۳-۲- تاثیر اصلاحات مشتق شده از GRACE و CHAMP بر تعیین مدار

ویژگی‌های مدارهای مورد استفاده در این مطالعه در جدول (۲) ارائه شده‌اند. شبیه‌سازی عددی مسیر مدارهای بر پایه الگوریتم صریح رانگ-کوتا<sup>۳</sup> با کنترل خطای تطبیقی در حدود  $10^{-16}$  و گام زمانی خودکار انجام گرفته‌است [۶۱]. شرایط اولیه مورد نیاز برای انتگرال‌گیری دینامیکی مدار نیز در همین جدول (۲) فهرست شده‌است. برای محاسبه میدان گرانشی زمین، مدل گرانشی زمین (EGM۹۶<sup>۴</sup>) تا درجه و مرتبه ۷۰ اعمال شده‌است. موقعیت‌های خورشید و ماه (افمیریزها) با استفاده از تئوری ELP-2000/82، که توسط چاپرون-توز<sup>۵</sup> و چاپرون<sup>۶</sup> توسعه یافته، به دست آمده‌اند و از فرمول‌های تحلیلی در این محاسبات استفاده شده‌است [۶۲]. فشار تابش خورشید و زمین از روش ویلبرگ به دست آمده‌است [۵۶]. نیروهای تابشی ناشی از خورشید و بازتاب زمین نیز با استفاده از روش ویلبرگ و مدل‌سازی شده‌اند [۵۶]. در فرآیند ادغام مداری، نیروی پسا در ارتفاعات مداری با استفاده از چگالی‌های خنثی مشتق شده از هر دو نسخه‌ی اصلی مدل NRLMSISE2.0 و نسخه بهبودیافته آن محاسبه شده‌است. بنابراین، تفاوت در نتایج مداری صرفاً ناشی از استفاده از مقادیر مختلف چگالی خنثی برای تعیین نیروی پسا می‌باشد. شایان ذکر است که انتخاب مدل‌های پس‌زمینه‌ی متفاوت، مانند مدل گرانش مرجع، در نتایج نهایی تحلیل تأثیرگذار نخواهد بود؛ زیرا هنگام محاسبه تفاوت بین مدارهای یکپارچه، این اثرات به صورت متقارن حذف شده و تغییری در نتیجه‌گیری اصلی ایجاد نمی‌شود [۴۳].

یک سری داده برای مدلسازی و یک سری داده برای اعتبارسنجی نتایج. در این مطالعه ده درصد داده‌ها برای اعتبارسنجی در نظر گرفته شد. با استفاده از این دو دسته داده و خطای کمترین مربعات ( $RMSE^1$ ) محاسبه شده مقادیر  $m$  و  $n$  و پنجره‌ی مشاهداتی بهینه تعیین خواهد شد.

باتوجه به رابطه‌ی هارمونیک‌های کروی برای  $\Delta D$  در رابطه (۱۰) داریم:

رابطه (۱۰)

$$\Delta D = \sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n (\bar{a}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{b}_{nm} \sin(m\lambda)) \bar{P}_{nm}(\sin\varphi)$$

برای مدل‌سازی پس از تشکیل ماتریس طرحمان با توجه به رابطه (۱۱):

$$A = [\cos m\lambda \quad \sin m\lambda] \bar{P}_{nm}(\sin\varphi) \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

for  $n = 2, 3, \dots, N_{\max}$  and  $0 \leq m \leq n$

که ابعاد آن نیز برابر است با طول بردار شامل  $\lambda$  ها در تعداد مجهولات و  $\bar{P}_{nm}$  توابع لژاندر نرمالیزه شده (در راستای طول جغرافیایی  $\lambda \in [-180 \ 180]$  و عرض ژئوسنتریک  $\varphi \in [-90 \ 90]$  می‌باشد. سپس با استفاده از فرمول کمترین مربعات ( $LS^2$ ) به برآورد مجهولاتمان یعنی ضرایب هارمونیک در رابطه (۱۲) و (۱۳) می‌پردازیم:

$$\hat{X} = (A^T * P * A)^{-1} * A^T * P * \Delta D \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

$$\hat{Y} = A * \hat{X} \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

در نهایت، چگالی را می‌توان با استفاده از ضرایب هارمونیک کروی تخمین زده شده در یک مکان مورد نظر به دست آورد. لازم به ذکر است در رابطه بالا  $P$  ماتریس وزن مشاهدات می‌باشد که در رابطه (۵) نحوه محاسبه آن توضیح داده شد.

<sup>3</sup> Runge-Kutta

<sup>4</sup> Earth Gravity Model

<sup>5</sup> Chapront- Touze

<sup>6</sup> Chapront

<sup>1</sup> Root Mean Squared Error

<sup>2</sup> Least Square

جدول ۲: شرایط اولیه برای سه آزمایش انتشار مدار دینامیک، مقادیر در سیستم اینرشیال مرکز زمین گزارش می شود [۴۳].

مقادیر	پارامترها
۲۰۰۴/۰۳/۳۰-۰۴	تاریخ (روز، ماه، سال)
۰۰۰۰۰۰۵	زمان (ساعت، دقیقه، ثانیه)
$x = ۶۵۷۴۰۶۲,۵۱۵$ $y = ۱۸۳۷,۶۵۰$ $z = ۳۸۹۶۷,۲۸۰$ $v_x = -۴۶,۱۱۲$ $v_y = ۳۶۷,۵۲۵$ $v_z = ۷۷۹۳,۳۶۵$	موقعیت (متر) برای ارتفاع ۲۰۰ کیلومتر
$x = ۶۷۷۳۲۶۹,۱۹۶$ $y = ۱۸۱۰,۴۲۷$ $z = ۳۸۳۹۰,۰۲۴$ $v_x = -۴۳,۴۴۰$ $v_y = ۳۶۲,۰۸۱$ $v_z = ۷۶۷۷,۹۲۲$	سرعت (متر بر ثانیه) برای ارتفاع ۲۰۰ کیلومتر
$x = ۶۹۷۲۴۷۵,۳۱۳$ $y = ۱۷۸۴,۳۷۹$ $z = ۳۷۸۳۷,۶۸۴$ $v_x = -۴۰,۹۹۳$ $v_y = ۳۵۶,۸۷۲$ $v_z = ۷۵۶۷,۴۶۲$	سرعت (متر بر ثانیه) برای ارتفاع ۴۰۰ کیلومتر
$۶۸۲۷۹۹۸,۶۷۳$ $۰,۰۰۴$ $۸۷,۳$ $\cdot$ $\cdot$ $۰,۲۱۰۶$	نیم قطر اطول (متر) خروج از مرکز میل (°) بعد راست گره صعودی (°) آرگومان حضیض (°) آنومالی حقیقی (°)

### ۳-۳ - شاخص های ارزیابی

برای ارزیابی عملکرد مدل تجربی *MSIS*، از سه شاخص آماری اصلی استفاده شده است: ضریب همبستگی ( $R$ )، انحراف نسبی میانگین ( $ARD$ ) و تفاوت

لگاریتمی ( $LD$ )<sup>۳</sup>. شاخص های *ARD* و *LD* به منظور بررسی بایاس موجود در چگالی های جوئی تخمین زده شده مورد استفاده قرار می گیرند (رابطه (۱۵) و (۱۶))،  $R$  در حالی که ضریب همبستگی  $R$  به عنوان معیاری برای سنجش میزان وابستگی بین چگالی های

<sup>1</sup> Correlation Coefficient

<sup>2</sup> Average Relative Deviation

<sup>3</sup> Logarithmic Difference

#### ۴-۱- بهبود مدل تجربی ترموسفر با استفاده از مأموریت *LEO* و مدل *SH*

همانطور که بیان شد، می‌دانیم مدل‌های تجربی ترموسفر و خروجی آن‌ها در کارهای مربوط به تعیین و پیش‌بینی مدار تأثیر بسزایی دارد. ازین رو مدل تجربی *NRLMSISE2.0* را به عنوان مدل پس زمینه انتخاب شده و برای افزایش دقت خروجی آن، با استفاده از مشاهدات *TND* مأموریت‌های *LEO* و مدل *SH* آن را در روز ۱ مارس ۲۰۰۴ بهبود داده خواهد شد.

#### ۴-۱-۱- چگالی جرمی خنثی در مسیر ماهواره‌های *CHAMP* و *GRACE*

برای بهبود مدل با بهره‌گیری از داده‌های ماهواره‌های مدار پایین زمین، در این مطالعه از مشاهدات چگالی جرمی با نرخ نمونه‌برداری ۱۰ ثانیه‌ای استفاده شده‌است که از وبسایت دانشگاه دلفت دریافت گردیده‌اند. در گام نخست، تمامی مشاهدات به ارتفاع مرجع ۴۰۰ کیلومتر منتقل شده‌اند تا امکان مقایسه و تحلیل یکنواخت فراهم گردد. شکل (۱) نمایی کلی از داده‌های مورد استفاده در این پژوهش را ارائه می‌دهد.

مشاهده‌شده و چگالی‌های مدل‌سازی‌شده به کار گرفته می‌شود (رابطه (۱۴)).

رابطه (۱۴)

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (\rho_{ref} - \rho_{ref}^-) (\rho_{pre} - \rho_{pre}^-)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\rho_{ref} - \rho_{ref}^-)^2 \sum_{i=1}^n (\rho_{pre} - \rho_{pre}^-)^2}}$$

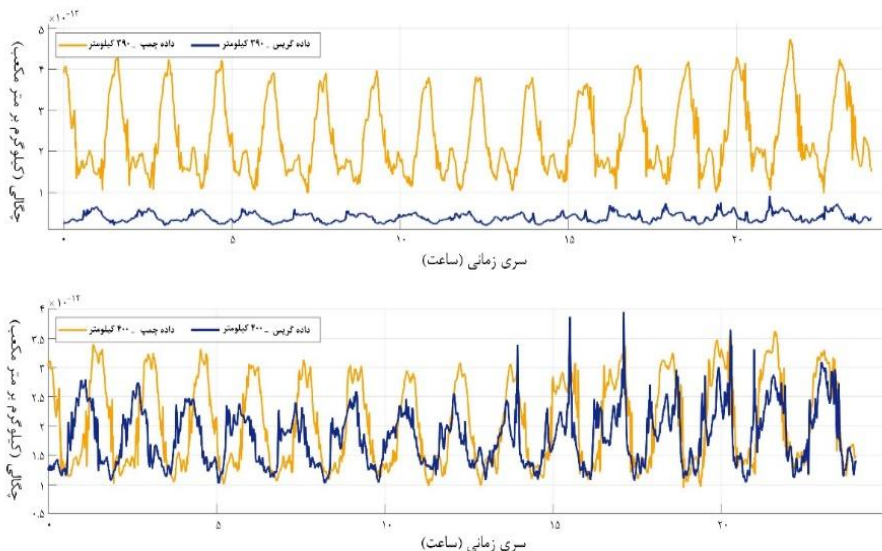
$$ARD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{|\rho_{ref} - \rho_{pre}|}{\rho_{ref}} * 100\% \right) \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

$$LD = \ln(\rho_{pre} / \rho_{ref}) \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

در روابط (۱۴) تا (۱۶)، چگالی مرجع است (مشاهدات چگالی وارونگی *ACC* و  $\rho_{pre}$  چگالی تخمین زده شده با استفاده از مدل *NRLMSISE2.0* است [۶۳].

#### ۴- نتایج

در بخش‌های بعد، نتایج تشریح شده است:



شکل ۱: سری زمانی میانگین مداری چگالی جرمی در مسیر حرکت ماهواره‌های *CHAMP* و *GRACE* در ارتفاع اصلیشان (شکل بالا)، سری زمانی میانگین مداری چگالی جرمی در ارتفاع رفرنس ۴۰۰ کیلومتر در مسیر حرکت دو ماهواره (شکل پایین).

مطالعه است که در ادامه با کالیبراسیون، مدل سازی با هارمونیک های کروی و تأثیر بر تعیین مدار تکمیل می شود.

#### ۴-۲- همسان سازی بین تخمین های *TND* دو ماهواره *CHAMP* و *GRACE*

پس از هم ارتفاع کردن مشاهدات دو ماهواره *CHAMP* و *GRACE* توسط مدل (مقدار مدل = مقدار چگالی حاصل از مدل *NRLMSISE2.0*) و بردن آن ها به ارتفاع رفرنس ۴۰۰ کیلومتر نوبت به همسان سازی می رسد (رابطه (۱۷)).

رابطه (۱۷) به این معنی است که ماهواره *CHAMP* را به عنوان مرجع در نظر گرفته و در نهایت ضریبی بدست خواهد آمد که این ضریب را در مشاهدات ماهواره *GRACE* ضرب نموده و مشاهدات همسان سازی بدست خواهد آمد. نتایج همسان سازی (به دنبال بخش ۲-۳) برای مارچ ۲۰۰۴ در شکل (۲) نمایش داده شده است.

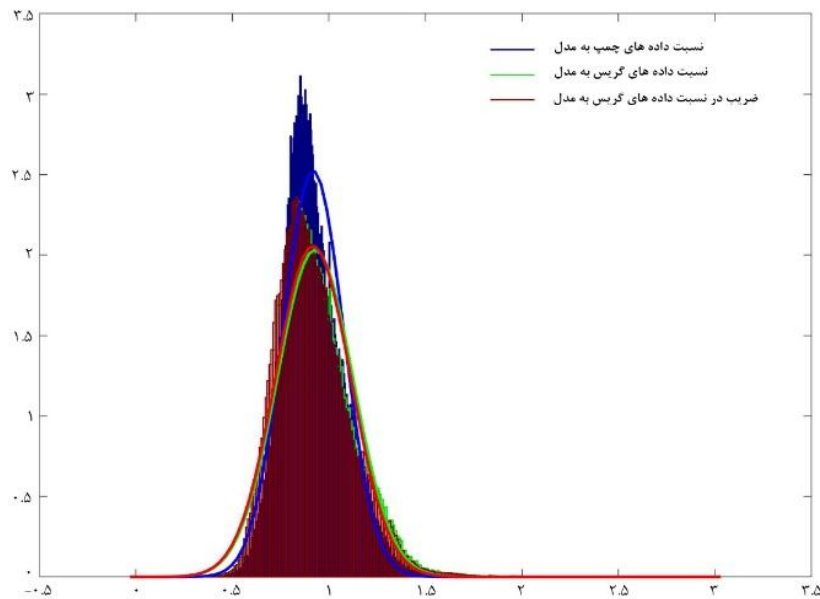
شکل (۲) به بررسی نتایج فرآیند همسان سازی بین تخمین های چگالی خنثی ترموسفر (*TND*) ماهواره های *CHAMP* و *GRACE* اختصاص دارد. در این شکل، توزیع های احتمال تخمین های *TND* این دو ماهواره نسبت به مدل مرجع *NRLMSISE2.0*، به صورت نرمال (گاوسی) برازش داده شده اند. هدف اصلی این تحلیل، بررسی سازگاری و هم راستایی آماری بین مشاهدات هر ماهواره با مدل تجربی پس از اعمال فرآیند همسان سازی است.

بر اساس شکل (۱)، به وضوح دو نمای زمانی از میانگین مداری چگالی جرمی در مسیر حرکت ماهواره های *CHAMP* و *GRACE* ملاحظه می شود. نمودار بالا مربوط به چگالی های جرمی در ارتفاع واقعی حرکت ماهواره هاست و نمودار پایین همان داده ها را پس از انتقال به ارتفاع مرجع ۴۰۰ کیلومتری نمایش می دهد. در نمودار اول، تفاوت قابل توجهی بین مقادیر چگالی جرمی دو ماهواره دیده می شود که بخشی از آن به اختلاف ارتفاع مداری آن ها مربوط است، چرا که ماهواره ها در ارتفاعات متفاوتی حرکت کرده اند و چگالی ترموسفری به شدت تابع ارتفاع است. در نتیجه، مقدار چگالی ثبت شده توسط *CHAMP* و *GRACE* به دلیل این تفاوت ارتفاع، دارای یک بایاس ذاتی نسبت به یکدیگر هستند.

در نمودار دوم که مشاهدات به یک ارتفاع مرجع یکسان منتقل شده اند، چگالی جرمی محاسبه شده برای هر دو ماهواره هم تراز شده است. این مرحله از فرآیند هم تراز یا نرمال سازی، تأثیر مستقیم ارتفاع متفاوت را حذف می کند و امکان مقایسه مستقیم بین داده های دو مأموریت را فراهم می سازد. این تطبیق اولیه پایه ای برای فرآیند همسان سازی است که هدف آن کاهش خطاهای سیستماتیک باقی مانده بین دو مجموعه داده است. بنابراین می توان گفت که چگالی جرمی در مسیر حرکت ماهواره ها حتی در یک روز خاص به طور قابل توجهی متغیر است، و دوم اینکه نیاز به یکسان سازی ارتفاع و سپس کالیبراسیون بین ماهواره ها برای استفاده علمی و مدل سازی دقیق از این داده ها ضروری است. این شکل عملاً نقطه شروع تجزیه و تحلیل های دقیق تر این

$$\text{رابطه (۱۷)} = 0.9890 = \frac{\frac{\text{مشاهدات ماهواره چمپ}}{\text{میانگین مقدار مدل}}}{\frac{\text{مشاهدات ماهواره گریس}}{\text{میانگین مقدار مدل}}}$$

ضریب همسان سازی



شکل ۲: توزیع گاوسی نسبت  $TND$  های مشتق شده از ماهواره‌ها و مدل  $NRLMSISE2.0$  در ماه مارچ سال ۲۰۰۴

استفاده از توزیع‌های نرمال برای مدل‌سازی این نسبت‌ها باعث می‌شود بتوان رفتار کلی سیستم را به صورت آماری ارزیابی کرده و تفاوت‌ها را به صورت عددی و بصری تحلیل کرد. در نتیجه، شکل (۲) اثباتی قوی بر اثربخشی روش پیشنهادی برای همگون‌سازی داده‌های دو ماهواره است و نشان می‌دهد که پس از این مرحله، داده‌های حاصل از  $GRACE$  و  $CHAMP$  می‌توانند به صورت یکپارچه در مدل‌سازی‌های بعدی مورد استفاده قرار گیرند. این هماهنگی گامی مهم برای کاهش خطا در تخمین چگالی ترموسفری و بهبود عملکرد مدل‌های تجربی از جمله  $NRLMSISE2.0$  محسوب می‌شود. بنابراین با استفاده از این مشاهدات کالیبره شده به تشکیل  $\Delta D$  و ادامه‌ی نتایج می‌پردازیم.

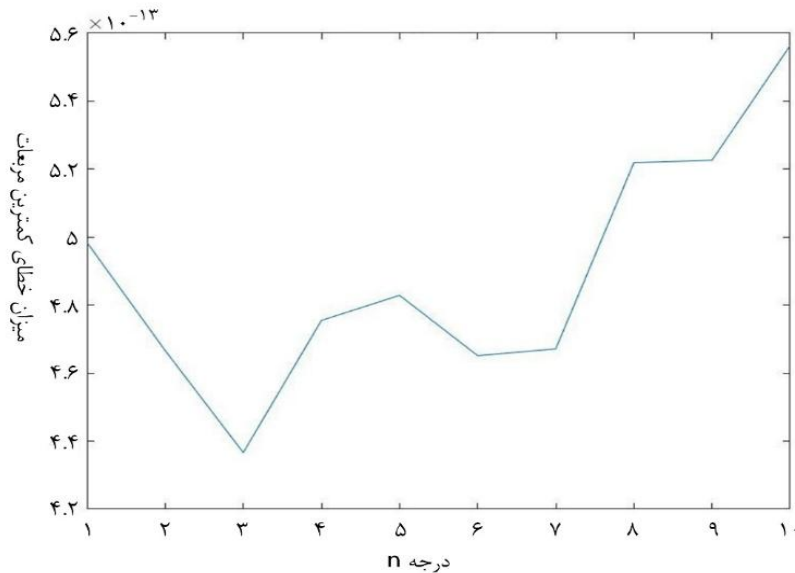
#### ۴-۳- انتخاب پنجره‌ی مشاهداتی و درجه و مرتبه $(M, N)$ بهینه

در جدول (۳) و شکل ۳ (۳) مشاهده می‌کنیم که به ازای  $n = 3$  کمترین میزان  $RMSE$  را دارا می‌باشد، بنابراین مقدار  $n = 3$  را در نظر گرفته و از آن جایی که مرتبه  $m$

در توزیع‌های نمایش داده‌شده، محور افقی نسبت بین چگالی تخمین زده شده توسط ماهواره‌ها و مدل را نشان می‌دهد، در حالی که محور عمودی احتمال وقوع این نسبت را نمایش می‌دهد. منحنی آبی مربوط به ماهواره  $CHAMP$  و منحنی قرمز مربوط به  $GRACE$  است. پیش از همسان‌سازی، انحراف میانگین و انحراف معیار دو توزیع متفاوت بوده و نشان‌دهنده بایاس سیستماتیک بین داده‌های این دو مأموریت بودند. اما پس از اعمال همسان‌سازی که در این مطالعه بر اساس مقیاس‌دهی آماری انجام گرفته، توزیع مشاهدات  $GRACE$  (منحنی قرمز) به شکل محسوسی به توزیع  $CHAMP$  (منحنی آبی) نزدیک شده‌است. این نزدیکی نشان‌دهنده کاهش بایاس و بهبود همخوانی داده‌هاست. همسان‌سازی با استفاده از یک ضریب مقیاس<sup>۱</sup> انجام شده که از طریق مقایسه توزیع‌های آماری نسبت  $TND$  ها بین مشاهدات و مدل به دست آمده‌است.

<sup>1</sup> scaling factor

هم تا درجه ی  $n$  بالا می رود بنابراین  $n = m = 3$   
مناسب مطالعه حاضر می باشد. بنابراین با توجه به  
 $m=3$  ۱۶ ضریب مجهول در ماتریس  $\hat{X}$  خواهیم داشت  
( تعداد ضرایب مجهولات برابر است با  $(n + 1)^2$  ).



شکل ۳: درجه  $N$  بهینه

جدول ۳: درجه ی  $N$  هارمونیک های کروی و مقادیر  $RMSE$  آن ها

میزان خطای کمترین مربعات	درجه $N$
$4,914273 \times 10^{-13}$	۱
$4,6665709 \times 10^{-13}$	۲
$4,3664104 \times 10^{-13}$	۳
$4,7550809 \times 10^{-13}$	۴
$4,8289183 \times 10^{-13}$	۵
$4,651468 \times 10^{-13}$	۶
$4,6714303 \times 10^{-13}$	۷
$5,2188847 \times 10^{-13}$	۸
$5,2262155 \times 10^{-13}$	۹
$5,5633140 \times 10^{-13}$	۱۰

نهایتاً سینگولاری ماتریس طرح می شود بنابراین در این پژوهش بازه ی ۳ ساعته را که بهترین مدل سازی را نتیجه می دهد، به عنوان پنجره ی مشاهداتی بهینه در نظر گرفته می شود.

برای انتخاب پنجره ی مناسب مشاهداتی نیز همانطور که در جدول (۴) برای پنجره ی مشاهداتی دیده می شود، کمترین  $RMSE$  ها برای بازه های ۲ ساعته می باشند اما از آنجایی که تعداد مشاهدات در این بازه ها بسیار کم بوده و باعث بدوضعی ماتریس شرط و

جدول ۴: بازه‌های پنجره‌ی مشاهداتی و مقادیر  $RMSE$  آن‌ها

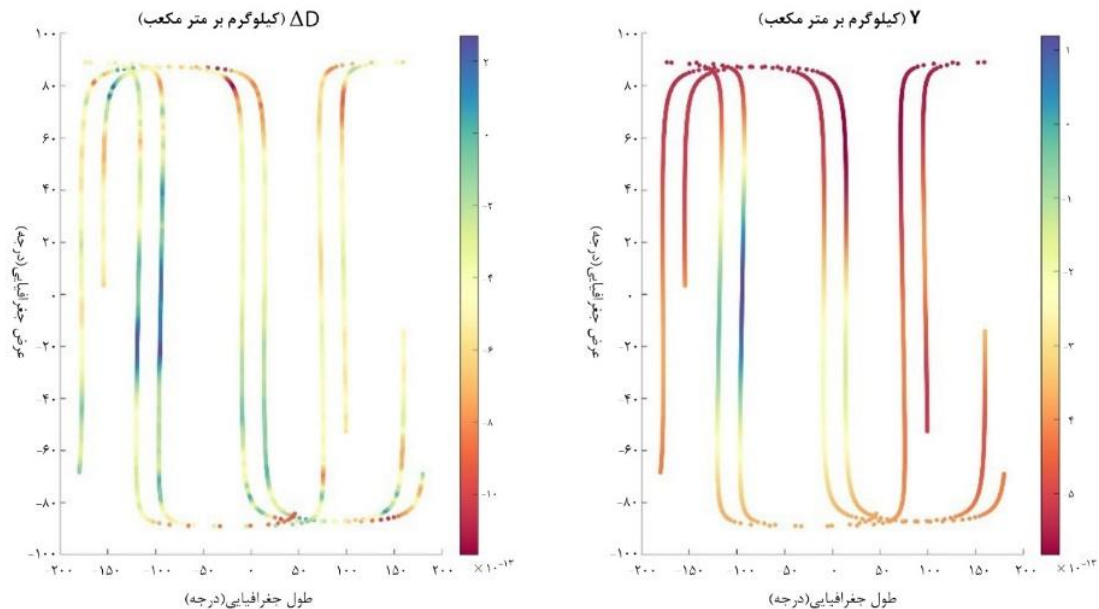
میزان خطای کمترین مربعات	ساعت پایان	ساعت شروع
$3,18 \times 10^{-1}$	۱۲	۱۰
$3,46 \times 10^{-1}$	۱۲	۹
$3,50 \times 10^{-1}$	۲۴	۱۶
$3,76 \times 10^{-1}$	۱۴	۱۲
$4,03 \times 10^{-1}$	۱۲	۸

سمت راست اختلاف داده‌های کالیبره‌شده با مدل بهبود یافته مبتنی بر هارمونیک‌های کروی را نمایش می‌دهند. همان‌طور که از این شکل برمی‌آید، میزان اختلاف در سمت راست به مراتب کمتر است، که نشان‌دهنده عملکرد بهتر مدل بهبود یافته در بازتولید مقادیر چگالی جرمی مشاهده‌شده است. این نتیجه دلالت بر آن دارد که استفاده از هارمونیک‌های کروی، توانسته ناهنجاری‌های محلی و وابستگی‌های زمانی را بهتر در نظر بگیرد و تطابق دقیق‌تری میان مدل و واقعیت حاصل شود.

#### ۴-۴- مقایسه‌ی مشاهدات و مشاهدات مدل شده

##### توسط هارمونیک‌های کروی

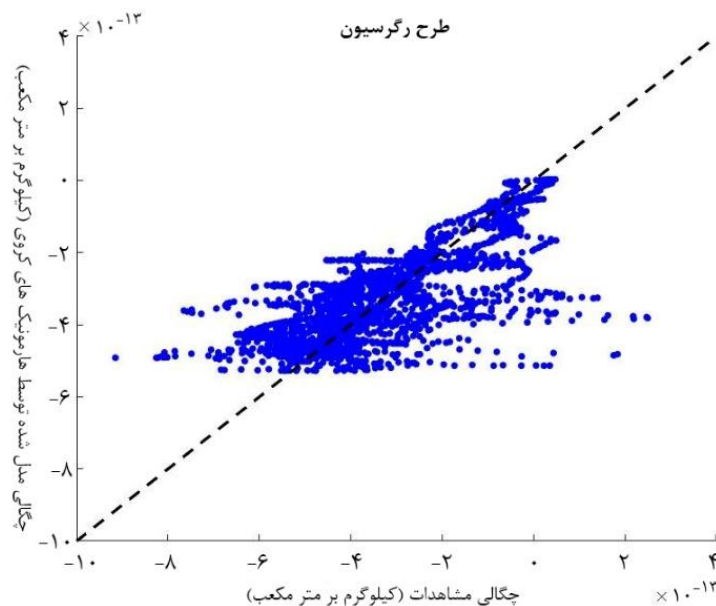
شکل‌های (۴) و (۵) به مقایسه و تحلیل عملکرد مدل‌سازی چگالی جرمی ترموسفری با استفاده از بسط هارمونیک‌های کروی اختصاص دارند. این دو شکل نشان می‌دهند که مدل تجربی  $NRLMSISE2.0$  پیش از بهبود و همچنین پس از اعمال مدل‌سازی مبتنی بر هارمونیک‌های کروی چگونه با داده‌های مشاهده‌شده مقایسه می‌شود. در شکل (۴)، نمودارهای سمت چپ مربوط به اختلاف بین داده‌های کالیبره‌شده و مدل اصلی  $NRLMSISE2.0$  هستند، در حالی که نمودارهای



شکل ۴: مشاهده‌ی اختلاف مشاهدات کالیبره شده و مدل  $NRLMSISE2.0$  قبل (سمت چپ) و بعد (سمت راست) از مدل‌سازی توسط هارمونیک‌های کروی

هارمونیک های کروی توانسته خطای مدل تجربی *NRLMSISE2.0* را به میزان قابل توجهی کاهش دهد. این کاهش خطا نه تنها در مقیاس عددی (در شکل (۴)) بلکه در روند کلی و ساختاری تطابق داده ها با مشاهدات واقعی (در شکل (۵)) نیز به چشم می خورد. در این مطالعه، دستیابی به  $R$  برابر  $0.98$  و  $0.96$  به ترتیب برای داده های چمپ و گریس، بیانگر آن است که مدل اصلاح شده توانسته با دقت بسیار بالا ساختار زمانی-مکانی چگالی خنثی ترموسفر را مدل سازی کند. این نتیجه تأییدکننده موفقیت روش اصلاح مدل با استفاده از داده های *LEO* و بسط هارمونیک های کروی است.

شکل (۵) از یک پلات رگرسیون برای بررسی دقیق تر همبستگی بین چگالی مشاهده شده و چگالی مدل سازی شده با استفاده از هارمونیک های کروی استفاده می کند. در این نمودار، تمرکز نقاط اطراف خط  $y = x$  نشان دهنده این است که مقادیر پیش بینی شده توسط مدل با دقت بسیار خوبی نزدیک به مقادیر واقعی هستند. هر چه نقاط از این خط فاصله بگیرند، نشان دهنده خطای بیشتر بین مقدار پیش بینی شده و مقدار واقعی است، بنابراین تمرکز بالای نقاط در نزدیکی این خط، نشان از دقت بالای مدل بهبودیافته دارد. این دو شکل به خوبی نشان می دهند که الگوریتم پیشنهادی برای مدل سازی با استفاده از



شکل ۵: پلات رگرسیون چگالی مشاهداتی و مدل سازی شده توسط هارمونیک های کروی

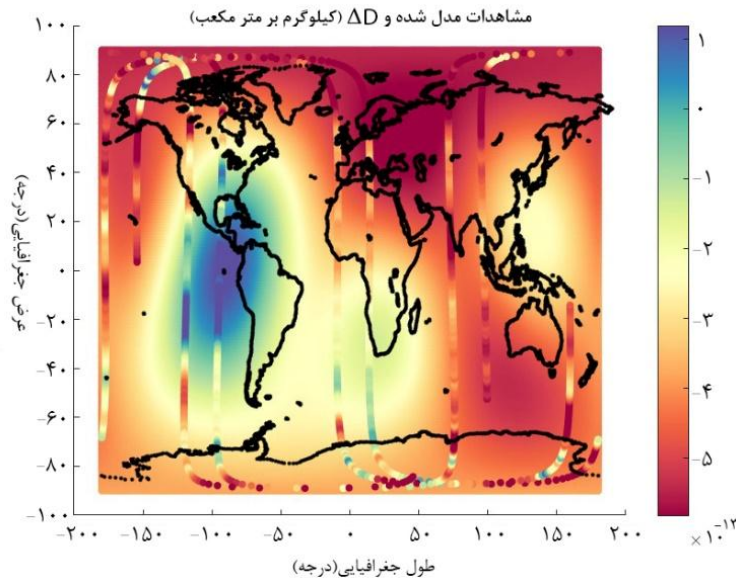
بهبود با استفاده از بسط هارمونیک های کروی در کل کره زمین مورد بررسی قرار می دهد. این شکل نشان می دهد که چگونه اصلاحات اعمال شده بر مدل اولیه توانسته اند الگوهای فضایی چگالی را با دقت بیشتری بازسازی کنند. نکته قابل توجه در این شکل آن است که اختلافات پس از مدل سازی با هارمونیک های کروی به صورت جهانی کاهش یافته اند، که نشان از بهبود

۴-۵- مقایسه ی مشاهدات و مشاهدات مدل شده توسط هارمونیک های کروی بر روی کل کره زمین

شکل (۶) توزیعی از اختلافات بین داده های چگالی جرمی مشاهده شده و داده های مدل شده در سطح جهانی را نمایش می دهد و به صورت مشخص، تفاوت عملکرد مدل تجربی *NRLMSISE2.0* را پیش و پس از

ماهواره‌ها نبوده، بلکه توانسته الگوی گسترده‌ای از چگالی را در سطح کره زمین با دقت بیشتری بازنمایی کند.

کلی مدل در تخمین چگالی در تمامی عرض‌ها و طول‌های جغرافیایی دارد. همچنین این توزیع جهانی تأکید می‌کند که بهبود مدل تنها محدود به مسیر



شکل ۶: مشاهده‌ی اختلاف مشاهدات کالیبره شده و مدل قبل و بعد از مدل‌سازی توسط هارمونیک‌های کروی بر روی کل کره زمین

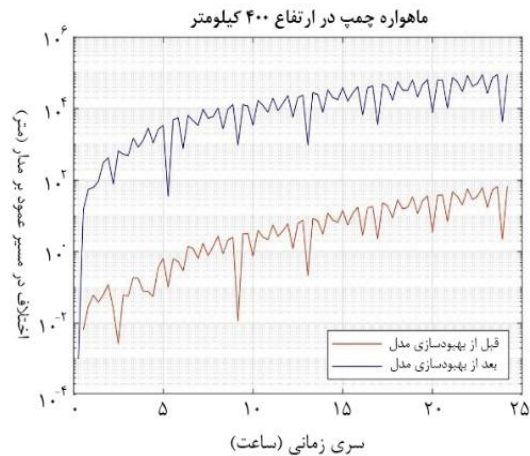
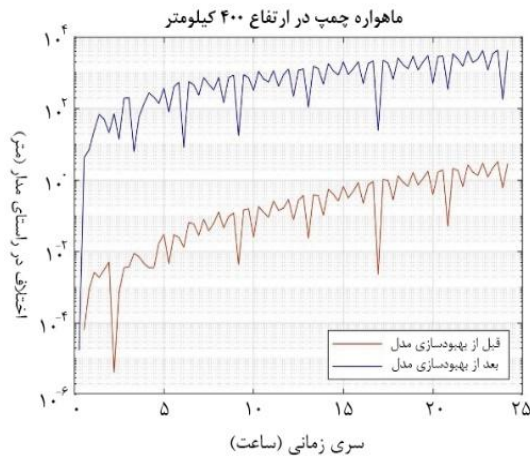
تفاوت‌ها نشان می‌دهند که چگالی جرمی ترموسفری نقش مهمی در تعیین دقیق موقعیت مداری دارد و حتی اصلاحات نسبتاً کوچک در مدل چگالی می‌توانند باعث تغییرات قابل توجه در موقعیت ماهواره‌ها شوند. در نمودارهای در راستای مدار، مشاهده می‌شود که تغییر در چگالی باعث جابه‌جایی در موقعیت طولی ماهواره‌ها در امتداد مسیر حرکت‌شان شده است. در حالی که در نمودارهای عمود بر مدار، اگرچه تغییرات کوچک‌ترند، اما باز هم اختلافات قابل ملاحظه‌ای بین دو مدل دیده می‌شود که نشان می‌دهد حتی در جهت عمود بر مسیر نیز اثرگذاری چگالی غیر قابل چشم‌پوشی است. این انحرافات به‌ویژه در بازه‌های زمانی خاص از روز به وضوح بیشتر است و این موضوع به وابستگی زمانی و مکانی چگالی ترموسفری اشاره دارد. نتایج این دو شکل به خوبی اثبات می‌کنند که نسخه بهبودیافته مدل، توانسته است خروجی‌های چگالی دقیق‌تری ارائه دهد که در نهایت منجر به بهبود

#### ۴-۶- مقایسه‌ی مدل اصلی و مدل بهبود داده‌شده روی مدار دینامیکی

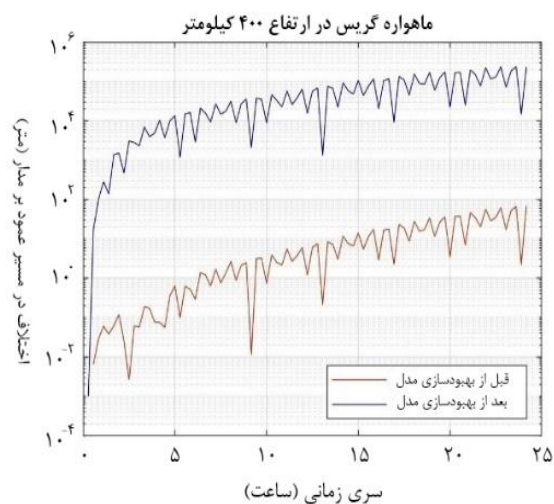
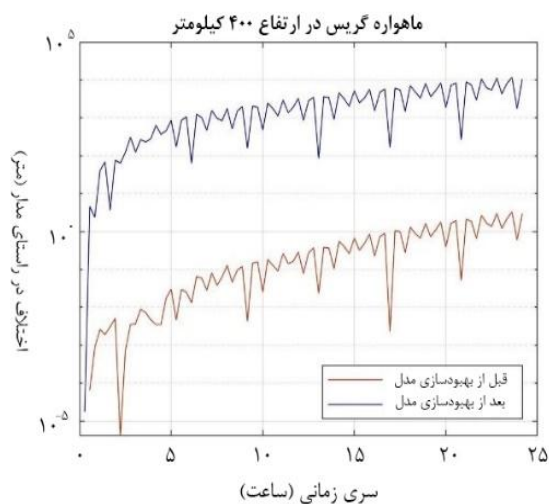
شکل‌های (۷) و (۸) به بررسی تأثیر بهبود مدل ترموسفری بر روی پیش‌بینی مسیرهای مداری ماهواره‌های *CHAMP* و *GRACE* می‌پردازند. این تحلیل از طریق مقایسه موقعیت‌های مداری در دو جهت اصلی در راستای مدار و عمود بر مدار انجام شده است؛ یعنی انحراف در امتداد مسیر حرکت ماهواره و انحراف عمود بر آن. شکل (۷) مربوط به ماهواره *CHAMP* و شکل (۸) مربوط به ماهواره *GRACE* است. در هر یک از این شکل‌ها، دو مجموعه داده مداری مقایسه شده‌اند: یکی بر اساس مدل اصلی *NRLMSISE2.0* و دیگری بر اساس نسخه بهبودیافته آن که با استفاده از الگوریتم بسط هارمونیک‌های کروی و داده‌های مشاهده‌ای کالیبره شده است. نمودارهای این دو مدل بر روی یکدیگر ترسیم شده‌اند و تفاوت‌های بین آن‌ها به وضوح قابل مشاهده است. این

به وضوح نشان می دهد و بر لزوم بروزرسانی مداوم این مدل ها برای دقت بیشتر در کاربردهای حساس فضایی تأکید می کند.

پیش بینی مسیر مداری ماهواره ها شده است. این یافته اهمیت استفاده از داده های واقعی و الگوریتم های دقیق مدل سازی در بهینه سازی مدل های تجربی ترموسفر را



شکل ۷: تفاوت های *Along-Track* و *Cross-Track* موقعیت های مداری برای روز ۱ مارس ۲۰۰۴. مدارها با استفاده از خروجی های چگالی خنثی ترموسفری مدل اصلی *NRLMSISE2.0* و مدل بهبود یافته ی آن برای ماهواره *CHAMP* پیش بینی می شوند.



شکل ۸: تفاوت های *Along-Track* و *Cross-Track* موقعیت های مداری برای روز ۱ مارس ۲۰۰۴. مدارها با استفاده از خروجی های چگالی خنثی ترموسفری مدل اصلی *NRLMSISE2.0* و مدل بهبود یافته ی آن برای ماهواره *GRACE* پیش بینی می شوند.

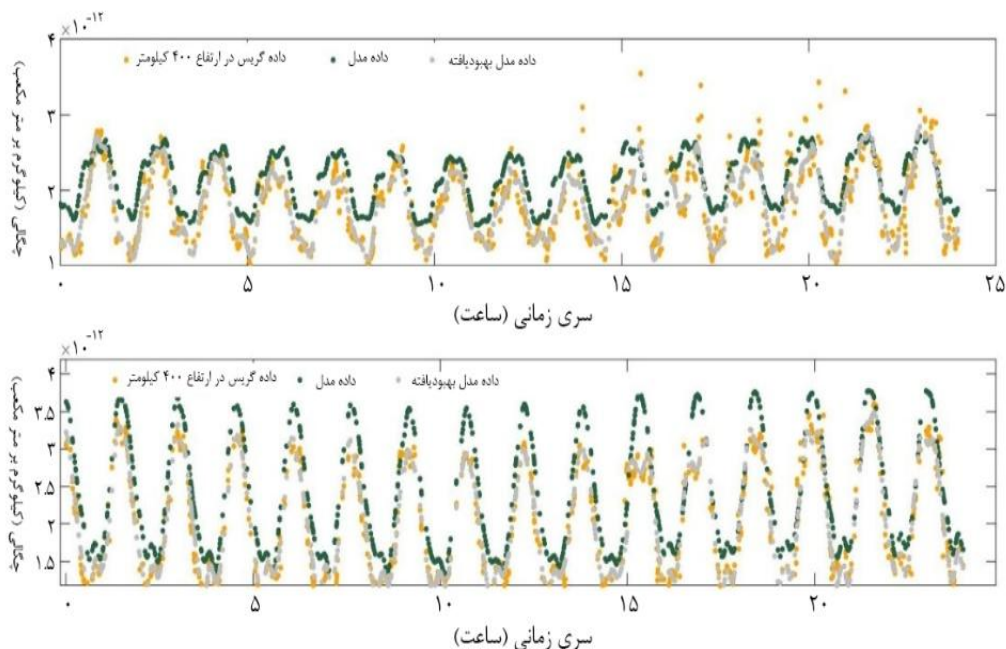
ماهواره *GRACE* و *CHAMP*، اعتبارسنجی را می توان با استفاده از داده هایی که در روش *SH* استفاده نشده اند، انجام داد. به همین علت در این بخش همانطور که

#### ۴-۷- ارزیابی مدل سازی

پس از پیاده سازی الگوریتم هارمونیک های کروی با استفاده از مشاهدات چگالی جرمی در مسیر حرکت

حرکت دو ماهواره *CHAMP* و *GRACE* نشان داده شده است. در این نمودارها، سه سری داده نمایش داده می شود: مشاهدات واقعی، خروجی مدل اصلی *NRLMSISE2.0* و خروجی مدل بهبودیافته با استفاده از هارمونیک های کرولی. مقایسه این سه منحنی نشان می دهد که مدل بهبودیافته به طرز محسوسی به داده های مشاهداتی نزدیک تر است. این نزدیکی به معنای دقت بالاتر مدل در بازسازی چگالی ترموسفری است و نشان می دهد که اصلاحات اعمال شده باعث کاهش خطای تخمین شده اند.

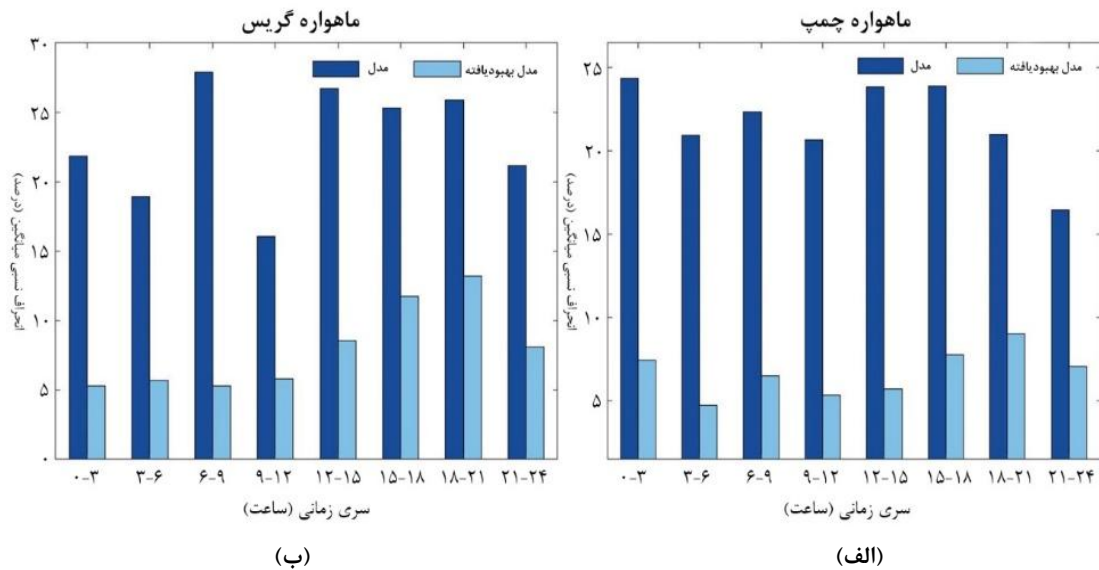
گفته شد از ۱۰ درصد داده ها برای اعتبارسنجی استفاده شده است. شکل های (۹) تا (۱۲) به ارزیابی عملکرد مدل بهبودیافته ترموسفری با استفاده از شاخص های آماری مختلف و مقایسه آن با مدل اصلی *NRLMSISE2.0* می پردازند. این تحلیل ها با هدف سنجش دقت تخمین چگالی جرمی ترموسفر صورت گرفته و بر مبنای داده های اعتبارسنجی که در مدل سازی دخیل نبوده اند، انجام شده است. در شکل (۹)، سری زمانی چگالی جرمی در مسیر



شکل ۹: مقایسه سری زمانی چگالی جرمی حاصل از مدل اصلی *NRLMSISE2.0* و مدل *SH* و مشاهدات اصلی در مسیر حرکت ماهواره های *GRACE* و *CHAMP*.

*CHAMP* و بین ساعت ۶ تا ۹ برای *GRACE*، کاهش قابل توجهی در مقدار *ARD* داشته است. به طور مشخص، بیشینه بهبود در این بازه ها به ترتیب ۱۸/۱۶ درصد و ۲۲/۵۷ درصد گزارش شده که نشان از عملکرد بهتر مدل اصلاح شده دارد.

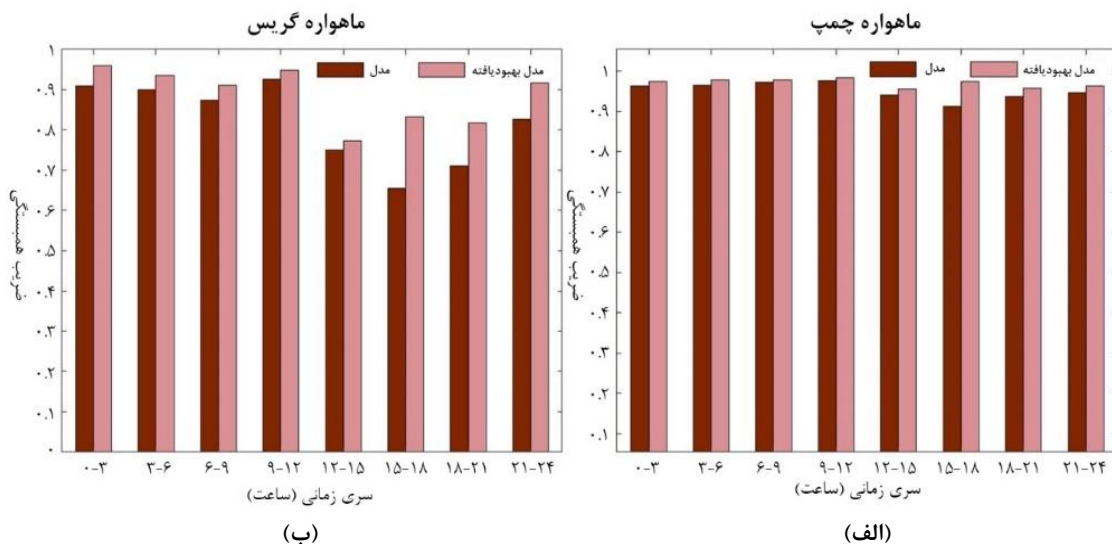
شکل (۱۰)، مقدار شاخص *ARD* را در ساعات مختلف روز برای هر دو ماهواره نشان می دهد. *ARD* بیانگر میزان انحراف نسبی مدل از مشاهدات است و هر چه مقدار آن کمتر باشد، عملکرد مدل بهتر است. در این شکل مشاهده می شود که مدل بهبودیافته در بازه های زمانی مختلف، به ویژه بین ساعت ۱۲ تا ۱۵ برای



شکل ۱۰: شاخص  $ARD$  در ساعات مختلف روز ۱ مارس ۲۰۰۴ برای دو ماهواره چمپ (الف) و گریس (ب).

واقعی دارد. برای مثال، بیشترین مقدار  $R$  برای  $CHAMP$  به حدود ۰/۹۸ و برای  $GRACE$  به حدود ۰/۹۶ می‌رسد، در حالی که مقادیر متناظر در مدل اصلی کمتر بوده‌اند. این بهبود نشان می‌دهد که مدل بهبود یافته توانسته است روندهای زمانی چگالی را دقیق‌تر بازسازی کند.

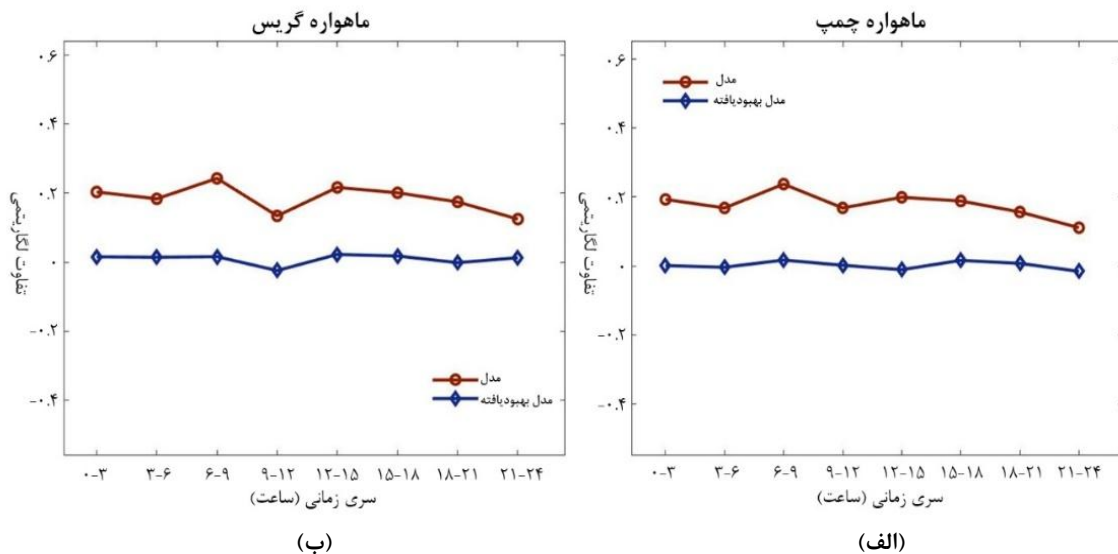
در شکل (۱۱)، شاخص همبستگی  $R$  بین چگالی مدل و مشاهدات واقعی در ساعات مختلف روز بررسی شده‌است. شاخص  $R$  بین ۰ و ۱ متغیر است و هر چه به ۱ نزدیک‌تر باشد، نشان‌دهنده تطابق بیشتر مدل با داده‌های واقعی است. نتایج این شکل حاکی از آن است که مدل بهبود یافته همبستگی بالاتری با داده‌های



شکل ۱۱: ضریب همبستگی  $R$  در ساعات مختلف روز ۱ مارس ۲۰۰۴ برای دو ماهواره چمپ (الف) و گریس (ب).

بهبودیافته در تمامی ساعات روز عملکرد مطلوب تری نسبت به مدل اصلی داشته است و کاهش در مقدار  $LD$  به معنای کاهش کلی در برآورد چگالی است. این کاهش در مطالعات گذشته نیز به عنوان ویژگی مثبت مدل سازی دقیق تر گزارش شده است.

شکل (۱۲) به بررسی شاخص  $LD$  می پردازد که به طور خاص برای ارزیابی خطای مدل در مقیاس لگاریتمی کاربرد دارد. این شاخص نیز نشان دهنده میزان نزدیک بودن مدل به مشاهدات است و مقادیر کمتر آن عملکرد بهتر مدل را نمایان می سازند. در این شکل نیز مدل



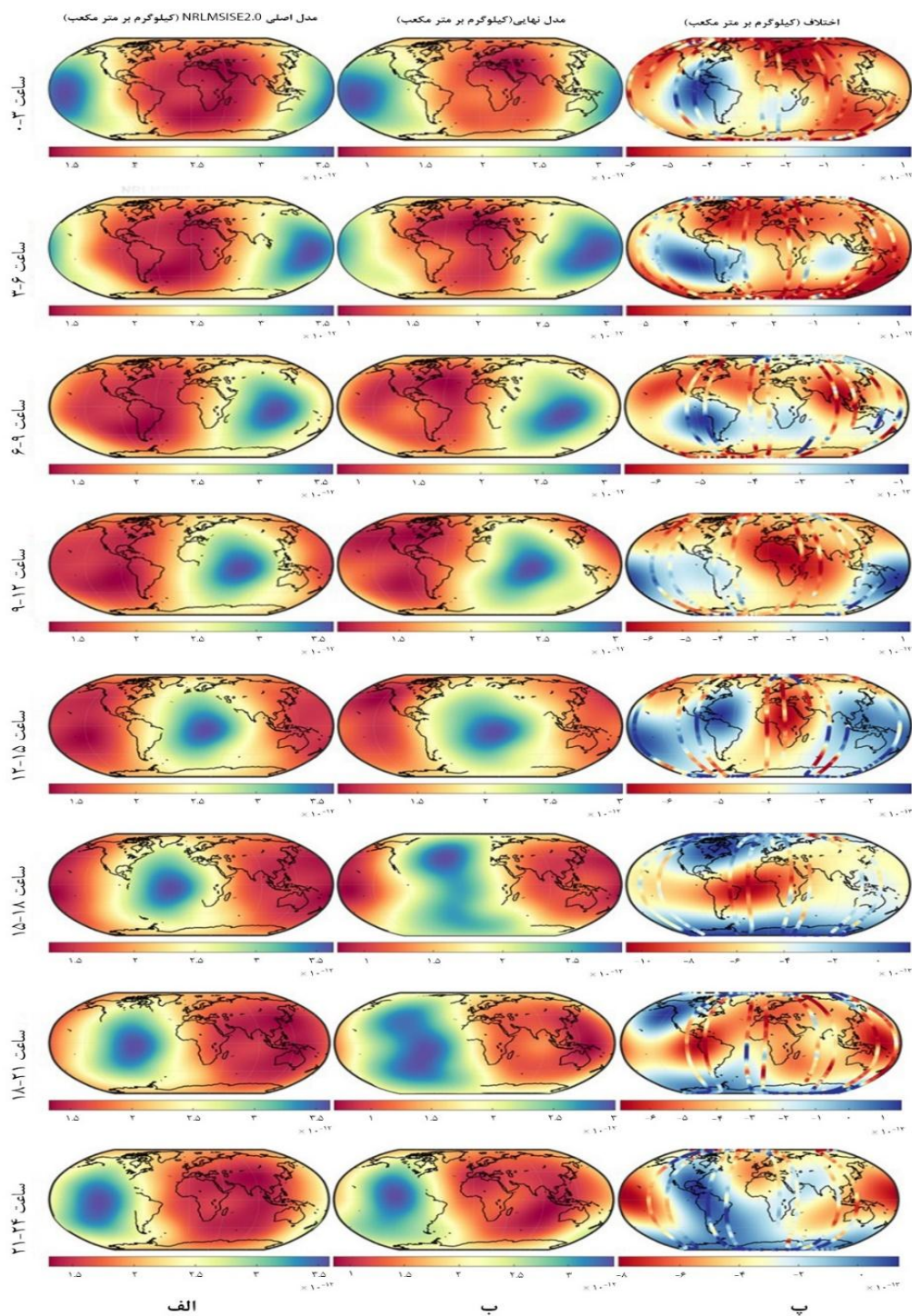
شکل ۱۲: میانگین  $LD$  در ساعات مختلف روز ۱ مارس ۲۰۰۴ برای دو ماهواره چمپ (الف) و گریس (ب).

جدول ۵: میزان بهبود مدل اصلی  $NRLMSISE2.0$  توسط هارمونیک های کروی برای دو مأموریت  $CHAMP$  و  $GRACE$ .

خطای $RMSE$ مأموریت	مشاهدات - مدل $RMSE$	مشاهدات - مدل بهبود یافته $RMSE$	میزان بهبود (%)
$CHAMP$	$3,58 \times 10^{-12}$	$2,21 \times 10^{-12}$	۴۰,۲۳
$GRACE$	$4,28 \times 10^{-12}$	$2,41 \times 10^{-12}$	۴۵,۸۰

۴-۸- مدل سازی جهانی چگالی جرمی خنثی  
این مطالعه به روزرسانی های روزانه را برای تخمین  $TND$  های  $NRLMSIS2.0$  با استفاده از مشاهدات  $CHAMP$  و  $GRACE$  برای مارچ سال ۲۰۰۴ ارائه می کند. تمرکز این است که شبیه سازی های مدل را به سمت تخمین های  $TND$  فضایی تنظیم کنیم.

همانطور که در جدول (۵) مشاهده می کنیم میزان بهبود با استفاده از پارامتر ارزیابی  $RMSE$  برای این دو مأموریت  $CHAMP$  و  $GRACE$  به ترتیب ۴۰,۲۳٪ و ۴۵,۸۰٪ می باشد. بنابراین خطای چگالی جرم خنثی مدل اصلی کاهش یافته است.



شکل ۱۳: توزیع جهانی تفاوت‌ها در TND ها مشتق شده از NRLMISE2.0 اصلی (الف) و مدل سازی توسط هارمونیک کروی (ب) و اختلاف مشاهدات کالیبره شده و مدل قبل و بعد از مدل سازی (پ) در طی ۲۴ ساعت شبانه روز در اپک‌های ۳ ساعته برای روز ۱ مارچ سال ۲۰۰۴.

هارمونیک‌های کروی، نه تنها مدل را در سطح محلی و مسیر ماهواره بهبود داده، بلکه باعث افزایش دقت پیش‌بینی در مقیاس جهانی نیز شده‌است. این نوع مدل‌سازی به‌ویژه در بازه‌های زمانی کوتاه (بازه‌های ۳ ساعته) نشان می‌دهد که ترموسفر دارای تغییرپذیری شدیدی در پاسخ به شرایط خورشیدی و زمانی است و مدل‌های تجربی برای دقت بالاتر، نیازمند بروزسانی با استفاده از داده‌های واقعی و ساختارهای مکانی-زمانی پیچیده هستند.

#### ۵- نتیجه‌گیری

در این مطالعه مدل تجربی *NRLMSISE2.0* توسط بسط هارمونیک کروی و با استفاده از مشاهدات ژئودتیک ماهواره‌ای بهبود یافت. در این مدل‌سازی ۱۰٪ داده‌ها به عنوان داده‌های اعتبارسنجی در نظر گرفته شده‌است. این داده‌های اعتبارسنجی برای تعیین مقدار  $M$  و  $N$  بهینه هارمونیک‌های کروی عدد ۳ را نشان دادند و همچنین برای انتخاب پنجره‌ی مشاهداتی بهینه بازه‌ی ۳ ساعته را بررسی شد. این مدل‌سازی روی مشاهدات حاصل از ماهواره و مدل اصلی اعمال می‌شود که مشاهدات ۲ ماهواره به ارتفاع رفرنس ۴۰۰ کیلومتر برده شده‌است و از آنجایی که چگالی جرمی حاصل از مأموریت‌های مختلف همگون نیستند، همسان‌سازی‌ای روی آن‌ها اعمال شده که مقدار ضریب آن برابر با ۰٫۹۸۹۰ می‌باشد. پس از اعمال مدل‌سازی توسط روش  $SH$  هر دو مدل اصلی *NRLMSISE2.0* و بهبودیافته (پس از مدل‌سازی توسط توابع هارمونیک‌های کروی) را روی مدار برده و بررسی کردیم. پس از بردن داده‌ها روی مدار و مشاهده‌ی اختلاف مدل بهبود داده‌شده و مدل اصلی روی مدار از ۳ شاخص برای بدست آوردن میزان بهبود عملکرد مدل استفاده شده که از میان آن‌ها: (۱) بررسی شاخص  $ARD$  نشان داد که بیش‌ترین کاهش انحراف نسبی بین مدل اصلی *NRLMSISE2.0* و مدل بهبودیافته بر اساس هارمونیک‌های کروی، به ترتیب برای ماهواره‌های *CHAMP* و *GRACE* در بازه‌های زمانی ۱۲ تا ۱۵ و ۶

شکل (۱۳) به بررسی توزیع جهانی چگالی جرمی ترموسفری در تاریخ ۱ مارس ۲۰۰۴ اختصاص دارد و تأثیر مدل‌سازی بهبودیافته با استفاده از هارمونیک‌های کروی را در مقایسه با مدل اصلی *NRLMSISE2.0* در مقیاس مکانی جهانی نشان می‌دهد. این شکل از سه ستون نقشه تشکیل شده که به ترتیب شامل خروجی مدل اصلی، مدل بهبودیافته، و اختلاف بین این دو در بازه‌های زمانی ۳ ساعته طی یک شبانه‌روز کامل هستند. این رویکرد امکان تحلیل هم‌زمان تغییرات مکانی و زمانی چگالی ترموسفری را فراهم می‌سازد.

در نقشه‌های ستون اول که مربوط به مدل اصلی *NRLMSISE2.0* هستند، توزیع چگالی به صورت کلی و هموارتر دیده می‌شود، اما در برخی مناطق اختلاف قابل توجهی با مشاهدات واقعی وجود دارد. در مقابل، نقشه‌های ستون دوم که نتایج حاصل از مدل‌سازی با هارمونیک‌های کروی را نشان می‌دهند، دارای ساختارهای دقیق‌تر و نواحی با تغییرپذیری بیشتر هستند که همبستگی بهتری با الگوهای طبیعی چگالی در ترموسفر دارند. این مدل‌سازی با استفاده از داده‌های کالیبره‌شده از دو ماهواره *CHAMP* و *GRACE* انجام شده و موجب بازسازی دقیق‌تر پدیده‌های محلی و وابسته به زمان همچون اثرات خورشیدی و ژئومغناطیسی شده است.

در ستون سوم که به نقشه اختلاف بین مدل اصلی و مدل بهبودیافته اختصاص دارد، نواحی‌ای که در آن‌ها مدل‌سازی بهبودیافته توانسته خطای مدل اصلی را کاهش دهد به‌وضوح قابل مشاهده‌است. این نقشه‌ها نشان می‌دهند که اصلاحات انجام شده در مدل باعث کاهش خطا در نواحی خاصی از کره زمین شده‌اند، به‌ویژه در عرض‌های میانی و مناطق نزدیک به مسیر حرکت ماهواره‌ها که داده‌های کالیبره‌شده در آن‌ها بیشتر موجود بوده‌است. همچنین در برخی نواحی استوایی و قطبی، تغییرات چگالی به‌وضوح دقیق‌تر و واقع‌گرایانه‌تر نمایش داده شده‌اند.

این شکل به خوبی نشان می‌دهد که استفاده از روش

ارزیابی  $RMSE$  برای این دو مأموریت  $CHAMP$  و  $GRACE$  به ترتیب  $۰.۲۳/۰.۴۰$  و  $۰.۸۰/۰.۴۵$  می باشد. بنابراین خطای چگالی جرم خثی مدل اصلی نیز کاهش یافته است.

و همچنین برای تحقیق های آینده، آیندگان می توانند به جای استفاده از تکنیک تلفیق مدل با مشاهدات پارامترهای مدل را کالیبراسیون کنند و یا از مدل های یادگیری استفاده کنند، هم چنین می توانند با استفاده از  $NRLMSISE2.0$  مدل تجربی مدار این مدل را قبل و بعد از بهبود روی مدار مقایسه کنند.

تا ۹ صبح روز ۱ مارچ ۲۰۰۴ به میزان  $۱۶/۱۸۱$  و  $۵۷/۲۲$  رخ داده است. این کاهش، نشان دهنده بهبود قابل توجه عملکرد مدل اصلاح شده در بازسازی چگالی ترموسفر نسبت به مدل اصلی است. (۲) برای شاخص  $R$  مشاهده کردیم که مدل بهبود یافته به مقدار عددی ۱ نزدیک تر شده است. (۳) شاخص  $LD$  نیز نمایش داد که مدل بهبود یافته کاهش کلی در برآورد چگالی جرم را با  $underestimate$  تخمینی حدود  $۲۰/۱$  داراست. بنابراین مدل تجربی  $NRLMSISE2.0$  به خوبی بهبود داده شده است و میزان بهبود با استفاده از پارامتر

### مراجع

- [1] H. Lühr, et al., "Thermospheric up - welling in the cusp region: Evidence from CHAMP observations," *Geophysical Research Letters*, Vol. 31, No. 6, 2004.
- [2] J. T. Emmert, "Thermospheric mass density: A review," *Advances in Space Research*, Vol. 56, No. 5, pp. 773-824, 2015.
- [3] H. Liu, T. Hirano, and S. Watanabe, "Empirical model of the thermospheric mass density based on CHAMP satellite observations," *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol. 118, No. 2, pp. 843-848, 2013.
- [4] K. Champion and F. Marcos, "The triaxial - accelerometer system on Atmosphere Explorer," *Radio Science*, Vol. 8, No. 4, pp. 297-303, 1973.
- [5] E. Doornbos, et al., "Neutral density and crosswind determination from arbitrarily oriented multiaxis accelerometers on satellites," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 47, No. 4, pp. 580-589, 2010.
- [6] J. Emmert, et al., "Global change in the thermosphere: Compelling evidence of a secular decrease in density," *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol. 109, No. A2, 2004.
- [7] D. King-Hele, *Satellite Orbits in an Atmosphere*. Glasgow, London: Blackie & Son Ltd., 1987.
- [8] A. Hedin, "A revised thermospheric model based on mass spectrometer and incoherent scatter data: MSIS - 83," *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol. 88, No. A12, pp. 10170-10188, 1983.
- [9] U. Von Zahn, "Neutral air density and composition at 150 kilometers," *Journal of Geophysical Research*, Vol. 75, No. 28, pp. 5517-5527, 1970.
- [10] A. Christensen, et al., "Initial observations with the Global Ultraviolet Imager (GUVI) in the NASA TIMED satellite mission," *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol. 108, No. A12, 2003.
- [11] R. Meier and J. Picone, "Retrieval of absolute thermospheric concentrations from the far UV dayglow: An application of discrete inverse theory," *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol. 99, No. A4, pp. 6307-6320, 1994.
- [12] J. Clemmons, et al., "Thermospheric density in the Earth's magnetic cusp as observed by the Streak mission," *Geophysical Research Letters*, Vol. 35, No. 24, 2008.
- [13] A. C. Aibar, *Thermospheric neutral density variations from Low Earth Orbit accelerometers and precise orbits*. 2017.
- [14] J. Guo, et al., "Interannual and latitudinal variability of the thermosphere density annual harmonics," *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol. 113, No. A8, 2008.
- [15] J. Lei, et al., "Annual and semiannual variations of thermospheric density: EOF

- analysis of CHAMP and GRACE data," *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol. 117, No. A1, 2012.
- [16] H. Liu, et al., "Global distribution of the thermospheric total mass density derived from CHAMP," *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol. 110, No. A4, 2005.
- [17] X. Liu, *The effects of composition on thermosphere mass density response to geomagnetic activity*. University of Colorado at Boulder, 2013.
- [18] F. Marcos, et al., "Towards next level satellite drag modeling," in *Proc. of AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*, 2010.
- [19] E. Forootan, et al., "A simultaneous calibration and data assimilation (C/DA) to improve NRLMSISE00 using thermospheric neutral density (TND) from space-borne accelerometer measurements," *Geophysical Journal International*, Vol. 224, No. 2, pp. 1096-1115, 2021.
- [20] R. J. Licata, et al., "Calibrated and Enhanced NRLMSIS 2.0 Model with Uncertainty Quantification," *arXiv preprint arXiv:2208.11619*, 2022.
- [21] C. Reigber, H. Lühr, and P. Schwintzer, "CHAMP mission status," *Advances in space research*, Vol. 30, No. 2, pp. 129-134, 2002.
- [22] B. D. Tapley, et al., "GRACE measurements of mass variability in the Earth system," *Science*, Vol. 305, No. 5683, pp. 503-505, 2004.
- [23] F. Flechtner, et al., "Status of the GRACE follow-on mission," in *Gravity, Geoid and Height Systems: Proceedings of the IAG Symposium GGHS2012*, 2014, pp. Springer.
- [24] E. K. Sutton, R. S. Nerem, and J. M. Forbes, "Density and winds in the thermosphere deduced from accelerometer data," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 44, No. 6, pp. 1210-1219, 2007.
- [25] E. K. Sutton, *Effects of solar disturbances on the thermosphere densities and winds from CHAMP and GRACE satellite accelerometer data*. University of Colorado at Boulder, 2008.
- [26] E. Sutton, *Accelerometer-derived atmospheric density from the CHAMP and GRACE satellites*. Air Force Research Laboratory (AFRL/RVBX), 2011.
- [27] P. M. Mehta, R. Linares, and E. K. Sutton, "Data - driven inference of thermosphere composition during solar minimum conditions," *Space Weather*, Vol. 17, No. 9, pp. 1364-1379, 2019.
- [28] G. March, E. Doornbos, and P. Visser, "High-fidelity geometry models for improving the consistency of CHAMP, GRACE, GOCE and Swarm thermospheric density data sets," *Advances in Space Research*, Vol. 63, No. 1, pp. 213-238, 2019.
- [29] C. A. McLaughlin, et al., *Thermosphere density variability, drag coefficients, and precision satellite orbits*. DTIC Document, 2013.
- [30] D. Pérez, et al., "Orbit-centered atmospheric density prediction using artificial neural networks," *Acta Astronautica*, Vol. 98, pp. 9-23, 2014.
- [31] E. Sutton, J. Forbes, and R. Nerem, "Global thermospheric neutral density and wind response to the severe 2003 geomagnetic storms from CHAMP accelerometer data," *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol. 110, No. A9, 2005.
- [32] E. Sutton, et al., "Neutral density response to the solar flares of October and November, 2003," *Geophysical Research Letters*, Vol. 33, No. 22, 2006.
- [33] E. Sutton, J. Forbes, and D. Knipp, "Rapid response of the thermosphere to variations in Joule heating," *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol. 114, No. A4, 2009.
- [34] E. Doornbos, et al., "Air density models derived from multi-satellite drag observations," in *Proc. of ESA's Second Swarm International Science Meeting*, 2009.
- [35] A. Albertella, F. Migliaccio, and F. Sansó, "GOCE: The Earth gravity field by space gradiometry," in *Modern Celestial Mechanics: From Theory to Applications*, 2002, pp. Springer.

- [36] R. Floberghagen, et al., "Mission design, operation and exploitation of the gravity field and steady-state ocean circulation explorer mission," *Journal of Geodesy*, Vol. 85, pp. 749-758, 2011.
- [37] A. Calabria and S. Jin, "New modes and mechanisms of thermospheric mass density variations from GRACE accelerometers," *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol. 121, No. 11, pp. 11,191-11,212, 2016.
- [38] M. D. Pilinski, et al., "Improved orbit determination and forecasts with an assimilative tool for satellite drag specification," in *Advanced Maui optical and space surveillance technologies conference*, 2016.
- [39] E. K. Sutton, "A new method of physics - based data assimilation for the quiet and disturbed thermosphere," *Space Weather*, Vol. 16, No. 6, pp. 736-753, 2018.
- [40] E. Doornbos, H. Klinkrad, and P. Visser, "Atmospheric density calibration using satellite drag observations," *Advances in Space Research*, Vol. 36, No. 3, pp. 515-521, 2005.
- [41] E. Doornbos, H. Klinkrad, and P. Visser, "Use of two-line element data for thermosphere neutral density model calibration," *Advances in Space Research*, Vol. 41, No. 7, pp. 1115-1122, 2008.
- [42] C. Shi, et al., "Calibrating the scale of the NRLMSISE00 model during solar maximum using the two line elements dataset," *Advances in Space Research*, Vol. 56, No. 1, pp. 1-9, 2015.
- [43] E. Forootan, et al., "Estimating and predicting corrections for empirical thermospheric models," *Geophysical Journal International*, Vol. 218, No. 1, pp. 479-493, 2019.
- [44] T. Matsuo, A. D. Richmond, and D. W. Nychka, "Modes of high - latitude electric field variability derived from DE - 2 measurements: Empirical Orthogonal Function (EOF) analysis," *Geophysical Research Letters*, Vol. 29, No. 7, pp. 11-1-11-4, 2002.
- [45] T. Matsuo, A. D. Richmond, and G. Lu, "Optimal interpolation analysis of high - latitude ionospheric electrodynamics using empirical orthogonal functions: Estimation of dominant modes of variability and temporal scales of large - scale electric fields," *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol. 110, No. A6, 2005.
- [46] T. Matsuo and J. M. Forbes, "Principal modes of thermospheric density variability: Empirical orthogonal function analysis of CHAMP 2001-2008 data," *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol. 115, No. A7, 2010.
- [47] A. V. Morozov, et al., "Data assimilation and driver estimation for the global ionosphere-thermosphere model using the ensemble adjustment Kalman filter," *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, Vol. 104, pp. 126-136, 2013.
- [48] T. Matsuo, "Upper atmosphere data assimilation with an ensemble Kalman filter," in *Modeling the Ionosphere-Thermosphere System*, 2014, pp. 273-282.
- [49] H. C. Godinez, et al., "Specification of the ionosphere-thermosphere using the ensemble Kalman filter," in *Dynamic Data-Driven Environmental Systems Science: First International Conference, DyDESS 2014*, 2015, pp. Springer.
- [50] S. Codrescu, M. Codrescu, and M. Fedrizzi, "An ensemble Kalman filter for the thermosphere - ionosphere," *Space Weather*, Vol. 16, No. 1, pp. 57-68, 2018.
- [51] I. Kim, et al., "Localized data assimilation in the ionosphere-thermosphere using a sampled-data unscented Kalman filter," in *2008 American Control Conference*, 2008, IEEE.
- [52] T. Matsuo, et al., "Data assimilation of thermospheric mass density," *Space Weather*, Vol. 10, No. 5, 2012.
- [53] M. Codrescu, et al., "Validation of the coupled thermosphere ionosphere plasmasphere electrodynamics model: CTIPE - mass spectrometer incoherent scatter temperature comparison," *Space Weather*, Vol. 6, No. 9, 2008.

- [54] Mona Kosary, *Modelling Thermosphere-Ionosphere using space-geodetic observations*. 2023.
- [55] E. Doornbos, *Thermospheric density and wind determination from satellite dynamics*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [56] K. Vielberg, et al., "Comparison of accelerometer data calibration methods used in thermospheric neutral density estimation," in *Annales Geophysicae*, 2018.
- [57] J. Picone, et al., "NRLMSISE - 00 empirical model of the atmosphere: Statistical comparisons and scientific issues," *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol. 107, No. A12, pp. SIA 15-1-SIA 15-16, 2002.
- [58] E. Doornbos and H. Klinkrad, "Modelling of space weather effects on satellite drag," *Advances in Space Research*, Vol. 37, No. 6, pp. 1229-1239, 2006.
- [59] D. A. Vallado and D. Finkleman, "A critical assessment of satellite drag and atmospheric density modeling," *Acta Astronautica*, Vol. 95, pp. 141-165, 2014.
- [60] P. M. Mehta, "On deriving self-consistent, high-accuracy mass density measurements," *Adv. Astron. Sci.*, pp. 19-439, 2019.
- [61] L. F. Shampine and M. W. Reichelt, "The matlab ode suite," *SIAM journal on scientific computing*, Vol. 18, No. 1, pp. 1-22, 1997.
- [62] M. Chapront-Touzé and J. Chapront, "The lunar ephemeris ELP 2000," *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 124, No. 1, pp. 50-62, 1983.
- [63] Y. Guo, et al., "Performance Analysis of NRLMSIS 2.1 Thermospheric Mass Density Model using GRACE-A and SWARM-C Observations," *Advances in Space Research*, 2024.
- [64] J. T. Emmert, et al., "NRLMSIS 2.0: A whole - atmosphere empirical model of temperature and neutral species densities," *Earth and Space Science*, Vol. 8, No. 3, p. e2020EA001321, 2021.
- [65] C. Xiong, et al., "An empirical model of the thermospheric mass density derived from CHAMP satellite," in *Annales geophysicae*, 2018.
- [66] T. E. Sarris, "Understanding the ionosphere thermosphere response to solar and magnetospheric drivers: status, challenges and open issues," *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, Vol. 377, No. 2148, p. 20180101, 2019.
- [67] T. Gao, H. Peng, and X. Bai, "Calibration of atmospheric density model based on Gaussian Processes," *Acta astronautica*, Vol. 168, pp. 273-281, 2020.
- [68] M. Hapgood, H. Liu, and N. Lugaz, "SpaceX—Sailing Close to the Space Weather?," *Wiley Online Library*, p. e2022SW003074, 2022.
- [69] D. M. Oliveira, et al., "The current state and future directions of modeling thermosphere density enhancements during extreme magnetic storms," *arXiv preprint arXiv:2110.04360*, 2021.
- [70] R. Licata, et al., "Calibrated and Enhanced NRLMSIS 2.0 Model with Uncertainty Quantification," in *103rd AMS Annual Meeting*, 2023, AMS.



## Assimilation and Modeling of Thermospheric Neutral Density Using Observations from LEO Satellites

Ghazaleh Ghazavi <sup>1</sup>, Saeed Farzaneh <sup>2\*</sup>, Mohammad Ali Sharifi <sup>3</sup>

1- M.Sc. in Geodesy, School of Surveying and Geospatial Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

2- Associate professor in School of Surveying and Geospatial Engineering, College of Engineering, University of Tehran

3- Professor in School of Surveying and Geospatial Engineering, College of Engineering, University of Tehran

### Abstract

Accurate modeling of thermospheric neutral density (TND) is required to analyze the non-gravitational forces that affect low-Earth orbit (LEO) satellites and improve the performance of orbit determination models. Although empirical models such as NRLMSISE2.0 are widely utilized, the structural limitations in these models and their dependency on calibration leads to insufficient accuracy in environmental conditions. In this study, an algorithm is developed to integrate mass density observations from accelerometers mounted on CHAMP and GRACE satellites with the NRLMSISE2.0 model. After transferring the data to a reference height of 400km and performing statistical matching, corrections based on spherical harmonic expansion are applied in two variables of latitude and local solar time to reduce the bias between the observations and the model. The statistical analysis of the performance of the improved model using the metrics of root mean square error (RMSE), relative deviation (ARD), logarithmic difference (LD), and correlation coefficient (R) shows that the improved model is able to reconstruct the thermospheric density structure more accurately and its performance in determining the satellite orbit is somehow improved. The numerical results indicate that the model accuracy for CHAMP and GRACE satellites is increased by 40.23% and 45.80%, respectively. These findings emphasize the effectiveness of the proposed method in updating thermospheric experimental models and their application in determining the orbit and spatial predictions.

**Key words:** Thermospheric Neutral Density, Empirical Model, Calibration, Geodetic observations.

**Correspondence Address:** School of Surveying and Geospatial Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

**Tel :** +98 21 61114242

**Email:** Farzaneh@ut.ac.ir