نشریه علمی پژوهشی مهندسی فناوری اطلاعات مکانی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی نقشه برداری

سال پنجم، شماره دوم، تابستان ۱۳۹۶
Vol.5, No.2, Summer 2017
۱ -۱۸

بهینه‌سازی الگوریتم ایستگاه مرجع مجازی (VRS) با استفاده از مدل‌های تجربی تابع تغییرنما

جمال عسگری [۱*]، اردلان ملک‌زاده [۲] ، علیرضا امیری سیمکویی [۳]

۱- استادیار گروه مهندسی نقشه‌برداری-دانشکده عمران و حمل‌ونقل-دانشگاه اصفهان
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی گروه مهندسی نقشه‌برداری- دانشکده عمران و حمل‌ونقل -دانشگاه اصفهان
۳- دانشیار گروه مهندسی نقشه‌برداری- دانشکده عمران و حمل‌ونقل -دانشگاه اصفهان

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۱۲/۲۱ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۱۲/۰۴

چکیده

الگوریتم شبکه تعیین موقعیت کینماتیک آنی با هدف غلبه بر مشکلات موجود در سیستم سنتی تعیین موقعیت کینماتیک آنی ایجاد شده است. هدف اصلی در این مقاله معرفی الگوریتمی جدید برای شبکه تعیین موقعیت کینماتیک آنی و افزایش دقت بخش درون‌یابی تصحیحات می‌باشد. در ابتدا، برای خطوط مبنای شبکه الگوریتم پردازش طول بلند باید انجام شود. سپس باقیمانده‌های یونسفری و تروپسفری برای هر خط مبنا تفکیک می‌شوند. در ادامه به معرفی دو روش درون-یابی با نام‌های خطی و کریجنیگ معمولی پرداخته می‌شود. باقیمانده‌های یونسفری و تروپسفری برای راستای موردنظر درون‌یابی می‌شوند. سپس به معرفی دو الگوریتم کلاسیک و جدید برای شبکه تعیین موقعیت کینماتیک آنی پرداخته می‌شود. در الگوریتم کلاسیک، باقیمانده‌های درون‌یابی شده در قالب تصحیحات با علامت معکوس به مشاهدات تفاضلی مرتبه اول اعمال شده اما در الگوریتم جدید، این تصحیحات به مشاهدات مجازی غیرتفاضلی اعمال می‌شوند. در بخش اول نتایج، به مقایسه عملکرد دو الگوریتم مذکور پرداخته که در آن از دو روش درون‌یابی خطی و کریجینگ معمولی استفاده می‌شود. در اینجا روش کریجینگ معمولی بر اساس تابع کواریانس محاسبه شده است. نتایج به‌دست آمده حاکی از برتر بودن الگوریتم جدید شبکه تعیین موقعیت کینماتیک آنی است. همچنین روش کریجینگ معمولی عملکرد بهتری نسبت به روش خطی دارد. در بخش دوم نتایج، با هدف افزایش دقت بخش درون‌یابی تصحیحات در الگوریتم جدید از روش کریجینگ معمولی بر اساس تابع تغییرنما استفاده می‌شود. برای محاسبه این تابع از سه مدل تجربی کروی، نمایی و گوسی استفاده می‌شود. با انجام ارزیابی آماری، مدل گوسی به عنوان بهترین مدل تجربی انتخاب می‌شود. با استفاده از تصحیحات درون‌یابی مدل گوسی، الگوریتم جدید شبکه تعیین موقعیت کینماتیک آنی مجددا محاسبه می‌شود. نتایج بخش دوم نشان می‌دهد که استفاده از تابع تغییرنما به جای تابع کواریانس می‌تواند دقت برآورد مولفه‌های شمالی، شرقی و ارتفاعی را در راستای موردنظر به اندازه ۵۰، ۷۳ و ۲۴ درصد بیشتر بهبود دهد.

کلید واژه‌ها : شبکه تعیین موقعیت کینماتیک آنی، ایستگاه مرجع مجازی، کریجینگ معمولی، تابع تغییرنما، اثر دوران زمین.

*نویسنده مکاتبه کننده: جمال عسگری، اصفهان خیابان هزارجریب، دانشگاه اصفهان، کدپستی ۷۳۴۴۱-۸۱۷۴۶.
تلفن: ۰۳۱۳-۷۹۳۴۰۷۸

Email: Asgari@ui.ac.ir, jamal.asgari@gmail.com

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]

[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر الگوریتم شبکه تعیین موقعیت آنی کینماتیک (RTK [1]) به‌منظور غلبه بر مشکلات مربوط به سیستم‌های سنتی تعیین موقعیت کینماتیک آنی[2] در حال توسعه و گسترش بوده است. با توجه به محدودیت سیستم‌های سنتی RTK در فاصله‌های بین ایستگاهی بیشتر از ۱۵ کیلومتر خطاهای وابسته به مسیر از قبیل خطاهای یونسفری و تروپسفری می‌ظتوانند به طرز چشمگیری دقت تعیین موقعیت را کاهش دهند[۱]. با هدف غلبه بر این خطاها استفاده از یک شبکه به جای تنها یک ایستگاه مرجع اجازه مدلسازی خطاهای یونسفری و تروپسفری را در منطقه خواهد داد که این به معنی استفاده از طول‌های بین ایستگاهی بلندتر نسبت به حالت خط مبنای تک می‌باشد[۲]. به همین دلیل الگوریتم شبکه تعیین موقعیت کینماتیک آنی با هدف غلبه بر مشکلات موجود در سیستم سنتی تعیین موقعیت کینماتیک آنی ایجاد شده است. برای مطالعه تکنیک‌های مختلف تعیین موقعیت بر اساس شبکه می‌توان به کانن و فتوپولس[3] (۲۰۰۱) مراجعه کرد [۳]. گفتنی است که در این مقاله پردازش طول بلند برای اولین بار با استفاده از نرم افزار متلب[4] انجام شده است. در این مقاله به‌منظور پردازش طول بلند در شبکه از معادلات مستقل از یونسفر و مشاهدات نوار پهن[5] استفاده شده است. به‌دلیل تاثیر عمده یونسفر بر حل ابهام‌های فاز در طول‌های بلند صحیح شدن ابهام‌ها دچار مشکل می‌شود. با تجزیه ابهام‌ها و استفاده از مشاهدات نوار پهن می‌توان مشکل صحیح نبودن ابهام فازها را به آسانی حل کرد. علاوه بر آن استفاده از مشاهدات عاری از یونسفر[6] سبب کاهش تعداد مشاهدات فاز می‌شود.

در بخش دوم مقاله به‌نحوه پردازش طول‌های بلند پرداخته شده است. در طول‌های بلند مقادیر ابهام فازهای برآورد شده به‌صورت صحیح در می‌آیند. در این رابطه می‌توان به مقاله چن و همکاران[7] (۲۰۰۰) مراجعه کرد [۴]. در بخش سوم، ایستگاهی را به‌عنوان ایستگاه مرجع اصلی[8] انتخاب کرده و باقیمانده‌های یونسفری و تروپسفری هر ایستگاه مرجع نسبت به این ایستگاه تفکیک می‌شوند. در بخش چهارم، به معرفی دو روش درون‌یابی خطی و کریجینگ معمولی[9] برای درون‌یابی تصحیحات پرداخته شده است. روش کریجینگ در این بخش بر دو مبنا، یکی بر اساس تابع کواریانس (بر اساس عکس فاصله) و دیگری بر اساس تابع تغییرنما[10] توضیح و محاسبه شده است. در بخش پنجم، به معرفی دو الگوریتم ایستگاه مرجع مجازی (VRS [11]) با نام‌های کلاسیک و جدید پرداخته می‌شود. در روش کلاسیک VRS تصحیحات درونیابی شده به مشاهدات تفاضلی مرتبه اول ایستگاه مرجع اصلی با علامت معکوس اعمال می‌شود. در الگوریتم جدید VRS، ایستگاه مرجع اصلی با استفاده از تکنیک ساخت مشاهدات مجازی غیرتفاضلی[12] به نقطه‌ای دلخواه در کوتاه‌ترین فاصله ممکن از ایستگاه سیار منتقل شده و تصحیحات درونیابی شده در سطح تفاضلی دوگانه با علامت معکوس به مشاهدات مجازی مذکور اعمال می‌شوند. در بخش ششم، نتایج عددی حاصل از توضیحات فوق در دو بخش ارائه شده است. در بخش اول، به انجام مقایسه میان دو الگوریتم

[1] Network Real Time Kinematic (NRTK)
[2] Real Time Kinematic (RTK)
[3] Cannon and Fotopoulos
[4] MATrix LABarotary (MATLAB)
[5] Wide lane observations
[6] Ionospheric free observations
[7] Chen et al.
[8] Master reference station
[9] Ordinary Kriging
[10] Variogram Function
[11] Virtual Reference Station
[12] Zero difference virtual observations

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

کلاسیک و جدید VRS بر اساس دو روش درون‌یابی خطی و کریجینگ بر اساس تابع کواریانس پرداخته شده است. در بخش دوم با هدف افزایش دقت درون‌یابی تصحیحات در الگوریتم جدید VRS به محاسبه مجدد روش کریجینگ معمولی بر اساس تابع تغییرنما با استفاده از سه مدل تجربی کروی، نمایی و گوسی برای راستای موردنظر پرداخته شده است. منظور از راستای موردنظر در این مقاله، موقعیت کاربر در شبکه نسبت به ایستگاه مرجع اصلی می‌باشد. با توجه به اختلاف مقادیر باقیمانده‌های سه مدل تجربی کروی، نمایی و گوسی با مدل مشاهداتی، مدلی که انحراف معیار، خطای جذرکمترین مربعات[1] و میانگین خطای مطلق[2] آن به صفر نزدیک‌تر باشد، به‌عنوان مدل تجربی مناسب انتخاب می‌شود. با محاسبه مجدد الگوریتم جدید VRS تعیین موقعیت بر اساس مدل تجربی انتخاب شده انجام می‌گیرد. در نهایت به مقایسه نتایج حاصل از روش درون‌یابی کریجینگ معمولی بر اساس توابع کواریانس و تغییرنما پرداخته می‌شود. در بخش آخر این مقاله، پیشنهاداتی در زمینه بهبود الگوریتم جدید VRS ارائه خواهد شد.

۲- مواد و روش بررسی

در این بخش به مروری کوتاه بر معادلات مستقل از یونسفر به‌منظور حذف اثر یونسفر به‌عنوان مهم‌ترین منبع ایجاد خطا در طول‌های بلند پرداخته خواهد شد. معادله مشاهده فاز موج حامل در فرم تفاضلی دوگانه به شکل رابطه (۱) خواهد بود:

رابطه (۱)

$$\lambda\,(\nabla\Delta N_{AB}^{jk} + \nabla\Delta\phi_{AB}^{jk}) = \nabla\Delta\varrho_{AB}^{jk}(t) + \nabla\Delta I_{AB}^{jk} + \nabla\Delta T_{AB}^{jk}$$

در رابطه فوق نمادهای A و B دلالت بر ایستگاه‌های مرجع و نمادهای k, j دلالت بر ماهواره‌های مورد نظر دارند. $\nabla\Delta$ نماد ترکیبات تفاضلی دوگانه، $\nabla\Delta\phi_{AB}^{jk}$ مشاهدات تفاضلی دوگانه، $\nabla\Delta N_{AB}^{jk}$ ابهام فازهای صحیح مشاهدات تفاضلی دوگانه، $\nabla\Delta\varrho_{AB}^{jk}$ فاصله هندسی تفاضلی دوگانه، $\nabla\Delta T_{AB}^{jk}$ و $\nabla\Delta I_{AB}^{jk}$ نیز نماد تاخیرات یونسفری و تروپسفری تفاضلی دوگانه می‌باشند. ابهام فاز مستقل از یونسفر در حالت استاندارد به‌صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود:

$$N_3 = \frac{\lambda_1 f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} N_1 - \frac{\lambda_2 f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} N_2 \qquad \text{رابطه (۲)}$$

که در آن N_1 و N_2 به ترتیب برابر با ابهام فازهای مرتبط با $\emptyset_1$ و $\emptyset_2$ (مشاهدات فاز منطبق بر فرکانس‌های f_1 و f_2 و طول موج‌های λ_1 و λ_2) می‌باشند. پارامتر N_3 در طول‌های بلند و شرایط نامساعد یونسفری هیچ‌گاه به‌صورت صحیح باقی نمی‌ماند. بنابراین ابهام فاز مشاهده نوار پهن (N_{wl}) مطابق رابطه (۳) تعریف می‌شود:

$$N_{wl} = N_1 - N_2 \rightarrow N_2 = N_1 - N_{wl} \qquad \text{رابطه (۳)}$$

با جایگذاری پارامتر N_2 از رابطه (۳) در رابطه (۲)، ابهام فاز مستقل از یونسفر(N_3) بر حسب پارامترهای N_{wl} و N_1 ایجاد خواهد شد (رابطه (۴)):

$$N_3 = \lambda_{NL} N_1 + \frac{f_2}{f_1 + f_2} \lambda_{\mathrm{WL}} N_{wl} \qquad \text{رابطه (۴)}$$

در این رابطه λ_{wl} و λ_{nl} طول موج‌های مرتبط با مشاهدات نوار پهن و نوار باریک[3] می‌باشند. همچنین می‌توان همانند رابطه (۴) مشاهده مستقل از یونسفر را به فرم رابطه (۵) تعریف کرد:

$$\emptyset_3 = \frac{\lambda_1 f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \emptyset_1 - \frac{\lambda_2 f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \emptyset_2 \qquad \text{رابطه (۵)}$$

در نهایت با جایگذاری روابط (۴ و ۵) در رابطه (۱) می‌توان ترکیب خطی مناسب به‌منظور

[1] Root Mean Square Error (RMSE)
[2] Mean Absolute Error (MAE)
[3] Narrow lane observations

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

حذف اثر مرتبه اول یونسفر را ایجاد کرد. برای مشاهده نحوه اثبات این ترکیب خطی، می‌توان به کتاب هافمن و همکاران (۲۰۰۸) رجوع کرد [۵].

۳- الگوریتم تفکیک تصحیحات تفاضلی دوگانه

به دلیل آنکه استفاده از معادلات مستقل از یونسفر مشاهدات اولیه را به نصف میزان واقعی خود کاهش می‌دهد، بهتر است که از مشاهدات اولیه فاز برای ادامه کار استفاده شود. در این مرحله به تفکیک باقیمانده‌های یونسفری و تروپسفری برای هر خط مبنا نسبت به ایستگاه مرجع اصلی در هر دو باند فرکانس L_1 و L_2 پرداخته می‌شود. مشاهدات فاز تفاضلی دوگانه بنابر رابطه (۱) از قبل معلوم می‌باشند. همچنین به‌دلیل معلوم بودن مختصات ایستگاه‌های مرجع و برآورد مختصات ماهواره‌ها از طریق فایل‌های مداری منتشره[1] یا دقیق[2]، $\nabla\Delta\varrho_{AB}^{jk}$ نیز معلوم فرض می‌شوند. با حل ابهام فازهای صحیح مشاهدات تفاضلی دوگانه $\nabla\Delta N_{AB}^{jk}$ و تاخیرات یونسفری و تروپسفری تفاضلی دوگانه برای هر خط مبنا به‌صورت جداگانه تفکیک می‌گردد [۶ و ۷] (رابطه (۶)):

رابطه (۶)

$$\nabla\Delta I_{AB}^{jk} = \frac{f_2^2}{f_2^2-f_1^2}\left[(\nabla\Delta\phi_{AB1}^{jk}\,\lambda_1 - \nabla\Delta\phi_{AB2}^{jk}\,\lambda_2) + (\nabla\Delta N_{AB1}^{jk}\,\lambda_1 - \nabla\Delta N_{AB2}^{jk}\,\lambda_2)\right.$$

بر طبق رابطه زیر، مجموع باقیمانده‌های یونسفری و تروپسفری را می‌توان به شکل زیر نوشت :

رابطه (۷)

$$V = V^{non-disp} + V^{disp} = \nabla\Delta I_{AB}^{jk} + \nabla\Delta T_{AB}^{jk}$$

در این رابطه باقیمانده‌های یونسفری به دلیل داشتن خاصیت پراکنده کنندگی[3] امواج ماهواره‌ها با نماد V^{disp} و باقیمانده‌های تروپسفری به‌دلیل عدم دارا بودن این خاصیت[4] با نماد $V^{non-disp}$ نشان داده شده است. بر طبق این استدلال می‌توان با جایگزین کردن رابطه (۶) در رابطه (۷) به باقیمانده تروپسفری (روابط (۸ و ۹)) دست پیدا کرد:

رابطه (۸)

$$V^{non-disp} = V^{disp} - V$$

رابطه (۹)

$$V^{non-disp} = \nabla\Delta T_{AB}^{jk} + \left(-\nabla\Delta I_{AB}^{jk}\right) = \lambda\,(\nabla\Delta N_{AB}^{jk} + \nabla\Delta\phi_{AB}^{jk}) - \nabla\Delta\varrho_{AB}^{jk} - \nabla\Delta I_{AB}^{jk}$$

۴- درون‌یابی تصحیحات

با افزایش فاصله بین ایستگاه‌های مرجع در داخل یک شبکه، باقیمانده‌های یونسفری و تروپسفری را می‌بایست به‌عنوان تاثیرگذارترین منابع ایجادکننده خطا در نظر گرفت. برای درون‌یابی خطاهای مذکور به‌خصوص جهت بهبود تعیین موقعیت کاربران موجود در شبکه، روش‌های درون‌یابی مختلفی تاکنون ارائه شده است [۸و ۹]. در ادامه به معرفی دو روش درون‌یابی خطی و کریجینگ معمولی پرداخته می‌شود.

۴-۱- روش خطی

برای یک شبکه با حداقل سه ایستگاه مرجع مدل خطی درون‌یابی خطی[5] به‌صورت زیر توصیف می‌شود. وانینگر[6] این مدل را در سال ۱۹۹۵ معرفی کرد. ووبنا[7] روش مذکور را در سال ۱۹۹۶ برای مدلسازی خطاهای وابسته به طول مسیر مانند خطاهای یونسفری و تروپسفری گسترش داد [۷،۱۰و ۱۱]: (رابطه (۱۰))

[1] Broadcast ephemeris
[2] Precise ephemeris
[3] Dispersive
[4] Non-dispersive
[5] Linear interpolation
[6] Lambert Wanninger
[7] Gerhard Wubbena

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

رابطه (۱۰)

$$\begin{bmatrix} V_{1n} \\ V_{1n} \\ . \\ . \\ V_{n-1,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X_{1n} & \Delta Y_{1n} \\ \Delta X_{2n} & \Delta Y_{2n} \\ . & . \\ . & . \\ \Delta X_{n-1,n} & \Delta Y_{n-1,n} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

V_{in} معرف باقیمانده‌های مورد نظر میان ایستگاه مرجع اصلی و سایر ایستگاه‌های مرجع، ΔX و ΔY اختلاف مختصات مسطحاتی با توجه به ایستگاه مرجع اصلی و پارامترهای a و b که مجهولات رابطه فوق می‌باشند را می توان با سرشکنی کمترین مربعات به‌صورت اپک به اپک[1] برآورد کرد. پس از برآورد مجهولات مورد نظر می‌توان باقیمانده‌ها را برای راستای موردنظر درون‌یابی کرد (رابطه (۱۱)):

رابطه (۱۱) $$V_{un} = a.\Delta X_{un} + b.\Delta Y_{un}$$

۴-۲- روش کریجینگ معمولی

به‌طور کلی روش‌های مختلفی برای محاسبه مقادیر کریجینگ با توجه به خصوصیات آماری مورد نظر وجود دارد که رایج‌ترین این روش‌ها بر سه نوع ساده، معمولی و جهانی طبقه‌بندی می‌شود. در این مقاله روش کریجینگ معمولی انتخاب و استفاده شده است. در این بخش ابتدا به محاسبه روش کریجینگ معمولی بر اساس تابع کواریانس (بر اساس عکس فاصله)، سپس با استفاده از تابع تغییرنما پرداخته شده است. در روش کریجینگ معمولی به‌طور کلی بر طبق رابطه (۱۲) می توان وزن‌ها را برآورد کرد:

رابطه (۱۲) $$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^{n} \omega_i\,(x_0)\; Z(x_i)$$

فرض اصلی در معادلات کریجینگ عبارت‌اند از (رابطه (۱۳)) [۲۸،۱۲و ۲۹]:

رابطه (۱۳) $$Z(x_i) = \mu + \delta(x_i)$$

[1] Epoch wise

در این رابطه μ به‌عنوان ترند[2] و یا بخش تابعی[3] می‌باشد. در روش کریجینگ معمولی، ترند به‌عنوان مقداری ثابت درنظر گرفته می‌شود. $\delta(S_i)$ نیز به‌عنوان بخش تصادفی[4] مدل معرفی می‌شود [۱۳]. یک برآوردگر بهینه باید دارای خصوصیات مهم آماری زیر باشد:

۱- داشتن شرط نااریبی[5] به معنای مینیمم سازی اختلاف میان مقادیر واقعی و برآورد شده که به‌صورت رابطه (۱۴) بیان می‌شود [۱۴]:

رابطه (۱۴)

$$E\left[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)\right] = \sum_{i=1}^{N} \omega_i\,(x_0)\;\mu(x_i) - \mu(x_0)$$

$$\mu(x_i) = E\left(Z(x_i)\right) = \mu = const$$

بر طبق رابطه فوق اگر مقدار μ ثابت فرض شود، نتیجه می‌شود که (رابطه (۱۵)):

رابطه (۱۵)

$$E\left[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)\right] = \mu\left[\sum_{i=1}^{N} \omega_i\,(x_0) - 1\right] = 0$$

در نتیجه مجموع تمام وزن‌های برآورد شده برابر با یک خواهد شد (رابطه (۱۶)):

رابطه (۱۶) $$\sum_{i=1}^{N} \omega_i = 1$$

۲- وزن‌های موردنظر به گونه‌ای به‌دست آیند که دارای خاصیت کمترین واریانس[6] باشند [۱۵].

بر طبق روابط (۱۳ و ۱۴) بهینه‌سازی تابع کریجینگ بر اساس مفهوم کمترین خطای مربعی[7] به فرم رابطه (۱۷) خواهد بود [۱۶و ۱۷]:

[2] Trend
[3] Functional model
[4] Stochastical model
[5] Unbiased condition
[6] Minimum variance condition
[7] Mean Squared Error (MSE)

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

رابطه (۱۷)
$$\sigma_{X0}^2 = \mathrm{MSE}\big(\hat{Z}(x_0)\big) = \mathrm{E}\big[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)\big]^2 = \mathrm{E}[\sum_{i=1}^{N} \omega_i\,(x_0)\;Z(x_i) - Z(x_0)]^2$$

در این مرحله با دو روش می‌توان عبارت داخل رابطه (۱۷) را بسط داد:

۱- بر اساس مفهوم عکس فاصله با استفاده از تابع کواریانس

۲- بر اساس مفهوم تغییرات واریانس با استفاده از تابع تغییرنما

در روش اول، برآوردگر کریجینگ به‌صورت زیر می‌تواند در نظر گرفته شود (رابطه (۱۸)) [۱۵] :

رابطه (۱۸)
$$\sigma_{X0\,(\mathrm{COV})}^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \omega_i\omega_j\, c\big(x_i\,, x_j\big) + var\;Z(x_0) - 2\sum_{i=1}^{N} \omega_i\,(x_0)\;c(x_i\,, x_0)$$

با تعریف تابع هدف F به شکل زیر، می‌توان وزن‌های مورد نظر را بر اساس تابع کواریانس به‌دست آورد (رابطه (۱۹)):

رابطه (۱۹)
$$F = \sigma_{X0\,(\mathrm{COV})}^2 + 2\lambda\left(\sum_{i=1}^{N} \omega_i - 1\right)$$

در این رابطه λ ضریب لاگرانژ می‌باشد. با حل مسئله بهینه سازی برای تابع هدف F ماتریس‌های زیر قابل تشکیل خواهند بود (رابطه (۲۰)):

رابطه (۲۰)
$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & \dots & C_{1n} & 1 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & \dots & C_{2n} & 1 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & \dots & C_{3n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 \\ C_{n1} & C_{n2} & C_{n3} & \dots & C_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_n \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{10} \\ c_{20} \\ \vdots \\ c_{n0} \\ 1 \end{pmatrix}$$

در ادامه اگر فرض شود که (رابطه (۲۱)):

رابطه (۲۱)
$$c = (c_{10} \quad c_{20} \quad \dots \quad c_{n0})^T$$

$$\mathrm{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & \dots & C_{2n} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & \dots & C_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & C_{n3} & \dots & C_{nn} \end{pmatrix}$$

در روابط فوق C بیانگر کواریانس بین نقاط مختلف و c بیانگر کواریانس میان نقطه مورد نظر و سایر نقاط موجود می باشد. بنابراین با تشکیل رابطه زیر می‌توان مقادیر وزن در راستای مورد نظر (ω_u) را بر اساس تابع کواریانس به‌دست آورد (رابطه (۲۲)):

رابطه (۲۲)
$$\begin{pmatrix} \omega_u \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C & e_n \\ e_n^T & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \mathrm{c} \\ 1 \end{pmatrix}$$

به طوری که

$$e_n = (1 \quad 1 \quad \dots \quad 1)^T$$

$$C_{ij} = c_{ij} = Cov\left(Z(x_i), Z(x_j)\right) = \gamma(l_{max} - l_{ij})$$

در رابطه (۲۰)، l_{max} بزرگ‌ترین طول موجود در شبکه، γ ضریب مقیاس و e_n بردار یکه می‌باشند.

در روش دوم از مفهومی با عنوان تغییرنما استفاده شده است [۱۸]. برای آنکه میزان همبستگی بین نقاط موجود در شبکه در فواصل مختلف مورد بررسی و اندازه‌گیری قرار گرفته شود از این مفهوم استفاده می‌شود. به عبارت دیگر تغییرنما به تغییرات واریانس بین جفت نقاطی که به فاصله h از یکدیگر قرار گرفته‌اند گفته می‌شود. در ادامه به مروری بر روش کریجینگ معمولی، ارتباط آن با مفهوم تغییرنما و معرفی مدل‌های تجربی پرداخته می‌شود. رابطه اصلی تغییرنما برای تمام جفت نقاط مانند $S_i\,, S_{i+1}$ که به فاصله ثابت h از یکدیگر در ناحیه‌ای مشخص قرار دارند به‌صورت رابطه (۲۳) می‌تواند تعریف گردد:

رابطه (۲۳)
$$\mathrm{var}\big(Z(S_{i+1}) - Z(S_i)\big) = 2\gamma\,(S_{i+1} - S_i) = 2\gamma_{ij}$$

در رابطه فوق عبارت var نماد عملگر واریانس ، 2γ معرف تغییرنما برای جفت نقطه مورد نظر با فرض

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

معلوم بودن مقادیر آن‌ها که به ترتیب برابر با $Z(S_{i+1}), Z(S_i)$ هستند. بر اساس نظریه مادرون در سال ۱۹۶۲، با فرض ثابت گرفتن μ، برآوردگر نرمال برای تغییرنما عبارت است از [۱۲] (رابطه (۲۴ و ۲۵)):

رابطه (۲۴) $$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2\,N(h)}\sum_{i=1}^{N}(S_{i+1} - S_i)^2$$

رابطه (۲۵)

$$N(h) = \{\,(S_{i+1} - S_i) : S_i - S_j = h\,;\quad i, j = 1, \dots, n\,\}$$

بر طبق توضیحات فوق می‌توان با هدف تشکیل مولفه‌های ماتریس کریجینگ معمولی و انجام درون‌یابی در نقطه‌ای مانند نقطه x_0 با توجه به N نقطه موجود در همسایگی آن نقطه با استفاده از ترکیب خطی به‌صورت وزن‌دار در نظر گرفت. با بسط عبارت آخر از رابطه (۱۷) می‌توان وزن تمامی نقاط را بر اساس تابعی از تغییرنما برآورد کرد (رابطه (۲۶) [۱۸]):

رابطه (۲۶)

$$\begin{aligned}
&[\textstyle\sum_{i=1}^{N}\omega_i\,(x_0)\;Z(x_i) - Z(x_0)]^2\\
&= \textstyle\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\omega_i\omega_j\;\;Z(x_i)\,Z(x_j) + Z(x_i)^2 - 2Z(x_0)\sum_{i=1}^{N}x_i\;\;Z(x_i)\\
&= \textstyle\sum_{i=1}^{N}(\omega_i\,(x_0)\;Z(x_i))^2 - 2\sum_{i=1}^{N}x_i\;Z(x_0)\,Z(x_i) + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\omega_i\omega_j\;\;Z(x_i)\,Z(x_j)\\
&\quad -\tfrac{1}{2}\textstyle\sum_{j=1}^{N}(\omega_j\,(x_0)\;Z(x_j))^2\\
&= -\tfrac{1}{2}\textstyle\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\omega_i\omega_j\;\left[Z(x_i) - Z(x_j)\right]^2 + \sum_{i=1}^{N}(\omega_i\,[Z(x_i) - Z(x_j)]^2
\end{aligned}$$

اگر از طرفین آخرین عبارت از رابطه (۲۶) امید ریاضی[1] گرفته شود روابط (۲۷، ۲۸ و ۲۹) حاصل می‌شود:

رابطه (۲۷) $$-\tfrac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\omega_i\,\omega_j\;E\left[Z(x_i) - Z(x_j)\right]^2 + \sum_{i=1}^{N}\omega_i\;E[Z(x_i) - Z(x_j)]^2$$

رابطه (۲۸) $$= -\tfrac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\omega_i\,\omega_j\;var[Z(x_i) - Z(x_j)] + \sum_{i=1}^{N}\omega_i\,var[Z(x_i) - Z(x_j)]$$

رابطه (۲۹) $$var\left[Z(x_i) - Z(x_j)\right] = 2\gamma\,(S_{i+1} - S_i) = 2\gamma_{ij}$$

در نتیجه بهینه‌سازی تابع کریجینگ به فرم رابطه (۳۰) نتیجه خواهد داد:

رابطه (۳۰) $$\sigma_{\hat{x}0}^2 = E\left[\hat{Z}(x_0) - Z(x)\right]^2 = -\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\omega_i\,\omega_j\;\gamma_{ij} + 2\sum_{i=1}^{N}\omega_i\;\gamma_{i0}$$

در نهایت مسئله بهینه سازی به فرم ماتریسی زیر قابل تشکیل است (رابطه (۳۱)):

رابطه (۳۱) $$\min\{\,2\sum_{i=1}^{N}\omega_i\;\gamma_{i0} - \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\omega_i\,\omega_j\;\gamma_{ij} - 2\lambda\left(\sum_{i=1}^{N}\omega_i - 1\right)\}$$

$$X = (w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_n \quad \lambda)^T$$

$$w = (\gamma_{10} \quad \gamma_{20} \quad \dots \quad \gamma_{n0} \quad \lambda)^T$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} & \cdots & \gamma_{1n} & 1\\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} & \cdots & \gamma_{2n} & 1\\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} & \cdots & \gamma_{3n} & 1\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1\\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \gamma_{n3} & \cdots & \gamma_{nn} & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

[1] Expectation

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]

[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

رابطه (۳۲) $X = \Gamma^{-1}\, w$

با جایگذاری وزن‌ها در رابطه (۱۲) می‌توان به مقادیر مورد نظر دست یافت.

در عمل به جای استفاده از مدل تئوری بیان شده در رابطه (۲۴) می توان از مدل‌های تجربی مختلف استفاده کرد. سه مدل از معروف‌ترین مدل‌های تجربی عبارت هستند از کروی ، نمایی و گوسی [۱۹]. در این مدل‌ها با برآورد سه پارامتر به نام‌های واریانس تصادفی[۱]، بیشینه تابع تغییرنما[۲] و دامنه تاثیر[۳] می‌توان تابع تغییرنما را برآورد کرد. پارامترهای ذکر شده برای توابع تجربی تغییرنما، از راه‌های مختلفی مانند آنالیز عددی، ترسیم نمودار، روش‌های کمترین مربعات[۴] می‌توانند برآورد شوند. روابط برای سه مدل تجربی مذکور به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

مدل کروی مطابق رابطه (۳۳):

رابطه (۳۳)

$$\gamma(h_{ij}) = s_0 + s.\left(1.5\left(\frac{h_{ij}}{r}\right) - 0.5\left(\frac{h_{ij}}{r}\right)^3\right)$$

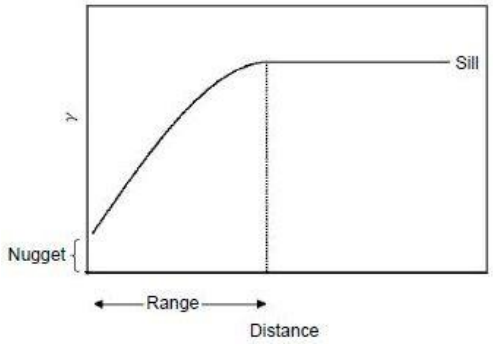
مدل نمایی مطابقه رابطه (۳۴):

رابطه (۳۴) $$\gamma(h_{ij}) = s_0 + s.\left(1 - exp\left(\frac{-3h_{ij}}{r}\right)\right)$$

مدل گوسی مطابقه رابطه (۳۵):

رابطه (۳۵) $$\gamma(h_{ij}) = s_0 + s.\left(1 - exp\left(\frac{-3{h_{ij}}^2}{r^2}\right)\right)$$

در هر سه رابطه فوق s_0 معرف واریانس تصادفی، s بیشینه تابع تغییرنما، r دامنه تاثیر و h فاصله بین دو نقطه (فاصله بین دو ایستگاه) در شبکه می‌باشد. اگر این مقادیر به‌صورت تقریبی از روی نمودار تشخیص داده شود، پارامترهای مذکور به شکل زیر قابل نمایش خواهند بود:



شکل ۱ : معرفی پارامترهای تابع تغییرنما

برای ادامه محاسبات، یکی از سه مدل تجربی ذکر شده در بالا باید به عنوان مدل تجربی برتر انتخاب گردد. برای این منظور در کارهای تجربی به طور معمول با انجام ارزیابی آماری می‌توان مدل تجربی مناسب را انتخاب کرد [۲۱،۲۰و ۲۲]. با محاسبه اختلاف باقیمانده‌های یونسفری و تروپسفری مدل‌های تجربی کروی، نمایی و گوسی با مدل مشاهداتی و محاسبه پارامترهای آماری انحراف معیار، خطای جذرکمترین مربعات و میانگین خطای مطلق برای آن‌ها مدل تجربی مناسب انتخاب خواهد شد. به عبارت دیگر، مدلی که پارامترهای آماری مذکور برای آن به صفر میل کند، بهترین انطباق را در میان مدل‌های تجربی به مدل مشاهداتی خواهد داشت. در علوم مکانی علاوه بر فاصله بین نقاط، موقعیت و جهت نقاط نیز نسبت به یکدیگر می‌تواند مورد توجه قرار گیرد که در این مقاله به این سئله پرداخته نشده است. برای کسب اطلاعات بیشتر در این زمینه می‌توان به مقاله اریکسون و سیسکا[۵] (۲۰۰۰) مراجعه کرد [۲۳]. پس از برآورد وزن برای نقاط مختلف، در راستای موردنظر می‌توان مقدار باقیمانده‌های یونسفری و تروپسفری را برآورد کرد. اگر n بیانگر ایستگاه مرجع اصلی، u نماد

[1] Nugget
[2] Sill
[3] Range
[4] Least square methods
[5] Eriksson and Siska

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

ایستگاه سیار و V_i باقیمانده‌های ذکر شده برای ایستگاه‌های مرجع نسبت به ایستگاه مرجع اصلی باشند، در راستای مورد نظر مقدار باقیمانده‌های مذکور عبارت هستند از (رابطه (۳۶)):

رابطه (۳۶)
$$V_{un} = \sum_{i=1}^{n-1} X_i V_i$$

۵- استراتژی‌های VRS

در این بخش به توضیح دو استراتژی VRS پرداخته می‌شود:

۵-۱- الگوریتم تولید مشاهدات مجازی تفاضلی مرتبه اول

در این روش پس از انجام پردازش‌های اولیه، انتخاب ایستگاه مرجع اصلی و تفکیک خطاهای یونسفری و تروپسفری انجام گرفته و به تولید تصحیحات در سطح تفاضلی دوگانه پرداخته می‌شود. پس از آن به انجام درون‌یابی به دو روش خطی و کریجینگ معمولی برای راستای مورد نظر در شبکه پرداخته می‌شود. سپس تصحیحات درون‌یابی به مشاهدات تفاضلی مرتبه اول[1] با علامت معکوس اعمال می‌شود. این روش به‌عنوان الگوریتم تولید مشاهدات مجازی تفاضلی مرتبه اول[2] شناخته می‌شود. لازم به ذکر است تصحیحات درون‌یابی مذکور در سطح تفاضلی دوگانه می‌باشد. در نهایت طبق روابط زیر در هر فاصله‌ای که دو ایستگاه مرجع اصلی و سیار از یکدیگر قرار داشته باشند می‌توان خطاهای ناشی از باقیمانده‌های یونسفری و تروپسفری را خصوصا در طول‌های بلند بهبود داد. نتایج حاصل از این بهبود در بخش بعدی نمایش داده شده است. با فرض آنکه V_{obs} و V_{est} نشانگر تصحیحات در دو حالت مشاهداتی و برآورد شده هستند، روابط (۳۷ و ۳۸) را می‌توان تشکیل داد:

رابطه (۳۷)
$$V_{obs} = \nabla\Delta T_{obs}^{jk} + \left(-\nabla\Delta I_{obs}^{jk}\right)$$

رابطه (۳۸)
$$V_{est} = \nabla\Delta T_{est}^{jk} + \left(-\nabla\Delta I_{est}^{jk}\right)$$

معادلات مشاهدات فاز در سطح تفاضلی یگانه در راستای مورد نظر را می‌توان به فرم روابط (۳۹ و ۴۰) تشکیل داد:

رابطه (۳۹)
$$\lambda\,\nabla\Phi_{mas}^{jk} = \nabla\varrho_{mas}^{jk}(t) + \lambda\,\nabla N_{mas}^{jk} + v_{mas}$$

رابطه (۴۰)
$$\lambda\,\nabla\Phi_{rov}^{jk} = \nabla\varrho_{rov}^{jk}(t) + \lambda\,\nabla N_{rov}^{jk} + v_{rov}$$

سپس معادله مشاهده تفاضلی دوگانه را تشکیل و با علامت معکوس تصحیحات درون‌یابی که قبلا توضیح داده شده است به مشاهدات مذکور اعمال می‌شوند. در رابطه زیر تصحیحات درون‌یابی با نماد V_{est} به معادله مشاهده تفاضلی دوگانه زیر (رابطه (۴۱)) اعمال شده است:

رابطه (۴۱)
$$\lambda\,\nabla\Delta\Phi_{mas-rov}^{jk} = \nabla\Delta\varrho_{mas-rov}^{jk}(t) + \lambda\,\nabla\Delta N_{mas-rov}^{jk} + V_{obs} - V_{est}$$

با فرض اینکه در بهترین حالت، تصحیحات برآورد شده بتوانند باقیمانده‌های مورد نظر را خنثی نمایند، در نهایت رابطه (۴۲) صادق خواهد بود ($V_{obs} = V_{est}$):

رابطه (۴۲)
$$\lambda\,\nabla\Delta\phi_{mas-rov}^{jk} = \nabla\Delta\varrho_{mas-rov}^{jk}(t) + \lambda\,\nabla\Delta N_{mas-rov}^{jk}$$

۵-۲- الگوریتم تولید مشاهدات غیرتفاضلی مجازی

به‌منظور تولید مشاهدات مجازی از اطلاعات اولیه موجود در فایل مشاهداتی راینکس[3]، فایل‌های مختصاتی مداری منتشره یا دقیق از الگوریتم تولید

[1] Single difference phase observation
[2] Single differenced VRS observations method
[3] The Receiver Independent Exchange Format (RINEX) file

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

مشاهدات غیرتفاضلی مجازی[1] به‌عنوان الگوریتمی جدید در زمینه تولید مشاهدات مجازی می‌توان استفاده کرد. علاوه بر آن به منظور جابجایی دقیق از یک نقطه مانند ایستگاه مرجع اصلی به نقطه‌ای دلخواه واقع در نزدیک‌ترین فاصله به ایستگاه سیار می‌بایست از اثر دوران[2] و بردار انتقال زمین مرکز زمین مرجع[3] استفاده کرد. برای توصیف اثر حاصل از دوران زمین می‌توان گیرنده r را با فرض پایش ماهواره s در زمان دریافت موج[4] t در نظر گرفت. اما ارسال موج از ماهواره‌ای مانند j در τ^j قبل اتفاق افتاده و در واقع زمان اصلی $t-\tau^j$ می‌باشد. به دلیل چرخش زمین از لحظه ارسال موج تا لحظه دریافت توسط گیرنده در حال وقوع بوده، بنابراین اثر دوران زمین به‌عنوان مهم‌ترین اثر در این الگوریتم باید مورد محاسبه قرار گیرد [۲۵،۲۴،۵و ۲۶]. به عبارت دیگر هدف اصلی در این بخش تولید مشاهدات مجازی از مشاهدات غیرتفاضلی در ایستگاه جدید مانند v می‌باشد. برای ماهواره j و ایستگاه مرجع اصلی r می‌توان روابط (۴۳ و ۴۴) را در نظر گرفت [۲۷]:

$$\rho_r^j = \bar{\rho}_r^j \left(1 - u^{T^j}_r \frac{v_r}{c}\right) \qquad \text{رابطه (۴۳)}$$

$$v_r = \dot{r}^j(t) + H\,\omega_e\, r_r(t) \qquad \text{رابطه (۴۴)}$$

در رابطه فوق، $\bar{\rho}_r^j$ فاصله هندسی در زمان t ، ρ_r^j فاصله هندسی اندازه گیری شده، $u^{T^j}_r$ بردار یکه در راستای ماهواره-گیرنده، $r_r(t)$ مختصات ECEF گیرنده r در لحظه t ، $\dot{r}^j(t)$ بردار سرعت ECEF در لحظه t ، v_r سرعت نسبی، c سرعت نور و ω_e نرخ سرعت زاویه‌ای زمین بر حسب رادیان می‌باشد. به همین ترتیب ماتریس H به فرم رابطه (۴۵) تعریف می‌شود:

$$H = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{رابطه (۴۵)}$$

به طریقی یکسان تمامی فرض‌های فوق را برای ایستگاه مرجع مجازی v به فرم رابطه (۴۶) می‌توان تکرار کرد:

رابطه (۴۶)

$$\rho_v^j = \bar{\rho}_v^j \left(1 - u^{T^j}_v \frac{v_v}{c}\right)$$

$$v_v = \dot{r}^j(t) + H\,\omega_e\, r_v(t)$$

در نتیجه مشاهدات فاز غیرتفاضلی گیرنده r به نقطه‌ای مانند v با رابطه (۴۷) می‌تواند انتقال داده شود، لازم به‌ذکر است برای کسب اطلاعات بیشتر می‌توان به مقاله ملک‌زاده و همکاران[5] (۲۰۱۵) مراجعه کرد [۷]:

$$\Phi_{vL}^j(t_i) = \frac{\lambda_L\, \Phi_{vL}^j(t_i) + \rho_v^j(t_i) - \rho_r^j(t_i)}{\lambda_L} \qquad \text{رابطه (۴۷)}$$

در رابطه فوق Φ_{vL}^j بیانگر مشاهدات غیرتفاضلی انتقال داده شده در ایستگاه مجازی v بر حسب واحد دور می‌باشد. t_i به زمان اندازه‌گیری و نمادهای L و λ به‌ترتیب به باند فرکانس و طول موج مرتبط با آن مشاهده اشاره می‌کنند. تصحیحات درون‌یابی‌شده در سطح تفاضلی دوگانه برای باقیمانده‌های یونسفری و تروپسفری با علامت معکوس به مشاهدات مجازی غیرتفاضلی اعمال شده و با تشکیل خط مبنای کوتاه و با انجام تعیین موقعیت نسبی مجدد با مشاهدات تصحیح شده مجازی، کار به پایان می‌رسد (رابطه (۴۸)).

رابطه (۴۸)

$$\lambda\, \nabla\Delta\Phi_{v-rov}^{jk} = \nabla\Delta\varrho_{v-rov}^{jk}(t) + \lambda\, \nabla\Delta N_{v-rov}^{jk}$$

در رابطه فوق نماد v-rov به تشکیل خط مبنای کوچک برای ایستگاه مرجع مجازی v و ایستگاه سیار rov اشاره دارد. در این رابطه اثر باقیمانده‌های یونسفری و

[1] Modified zero difference virtual reference station observations method
[2] Sagnac effect
[3] Earth Fixed Earth Center (ECEF)
[4] Reception time
[5] Malekzadeh et al.

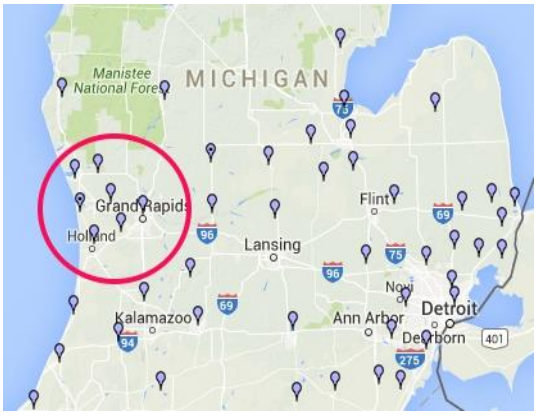
[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

تروپسفری به دلیل خنثی شدن میزان تاثیرشان به‌صورت شماتیک از رابطه (۴۸) حذف شده‌اند. در بخش بعدی نتایج به‌صورت عددی ارائه خواهند شد.

۶- نتایج عددی و آنالیز آن‌ها

به‌منظور بررسی عملکرد الگوریتم توضیح داده شده در بخش تئوری، در منطقه‌ای واقع در ایالت میشیگان آمریکا، پنج ایستگاه دائم GPS با نرخ زمانی سی‌ثانیه مورد تحلیل قرار گرفته است. نام ایستگاه‌ها به‌ترتیب عبارت است از MIMK, MSKY, MIHV, GRAR, MICO [1]. ایستگاه‌های MIHV و MICO به‌ترتیب به‌عنوان ایستگاه مرجع اصلی و ایستگاه سیار در نظر گرفته شده‌اند. علت گزینش این پنج ایستگاه به‌دلیل برخورداری از آرایش منظم و فواصل بین‌ایستگاهی ۱۶ الی ۵۰ کیلومتر می‌باشد.

به‌طور کلی نتایج این مقاله در دو بخش آورده شده است. در بخش اول نتایج، برای ایستگاه‌های دائم موردنظر در شبکه الگوریتم پردازش طول بلند انجام شده و باقیمانده‌های هر ایستگاه مرجع نسبت به ایستگاه مرجع اصلی تفکیک می‌شوند. پردازش‌های انجام شده در این مقاله توسط نرم‌افزار متلب صورت گرفته است. همچنین جهت انجام راستی‌آزمایی نتایج به‌دست آمده از پردازش شبکه، این داده‌ها با نرم‌افزار لایکا ژئو آفیس [2] نیز مجددا پردازش شده و با نتایج به‌دست آمده توسط نرم افزار متلب مقایسه شده است. در ادامه دو الگوریتم کلاسیک و جدید VRS اجرا شده است. در هر دو الگوریتم، درون یابی به دو روش خطی و کریجینگ معمولی، در دو حالت قبل و بعد از جابجایی ایستگاه مرجع اصلی (MIHV) انجام شده است. روش کریجینگ معمولی در این بخش، توسط تابع کواریانس بر اساس عکس فاصله، محاسبه شده است. در این مقاله، حالت قبل از جابجایی مربوط به الگوریتم کلاسیک و حالت بعد از جابجایی مربوط به الگوریتم جدید VRS می‌باشد. اسم انتخاب شده برای ایستگاه مرجع اصلی جابجا شده موسوم به RMRS [3] می‌باشد. این ایستگاه جدید باید در نزدیک‌ترین فاصله مورد نظر از ایستگاه سیار ایجاد گردد. در جداول (۱ و ۲)، نتایج مرتبط با دو حالت قبل و بعد از اعمال تصحیحات درون‌یابی نشان داده شده است.



شکل ۲: نمایی از ایستگاه‌های دائم انتخاب شده از ایالت میشیگان آمریکا

جدول ۱: نتایج پردازش ایستگاه مرجع اصلی (MIHV) نسبت ایستگاه سیار (MICO) برای حالت قبل از جابجایی با استفاده از دو روش درون‌یابی خطی و کریجینگ بر اساس تابع کواریانس

کریجینگ بر اساس تابع کواریانس	درون‌یابی خطی	قبل از اعمال تصحیحات
de = ۰٫۰۱۳۰	de = ۰٫۰۱۴۰	de = ۰٫۰۱۷
dn = ۰٫۰۲۲۰	dn = ۰٫۰۲۳۰	dn = ۰٫۰۳۱۰
dh = -۰٫۰۳۵۰	dh = -۰٫۰۳۳۰	dh = -۰٫۰۴۶۰

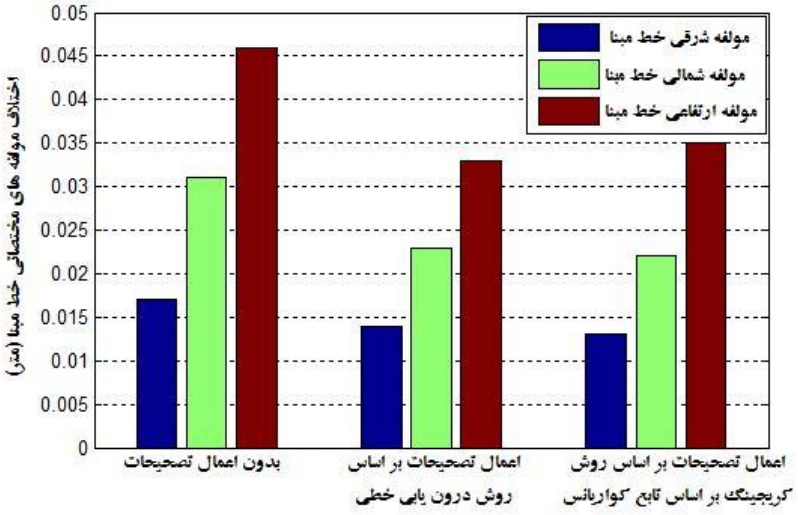
[1] IGS stations which belong to NGS network
[2] Leica Geo Office (LGO) software
[3] Relocated Master Reference Station

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

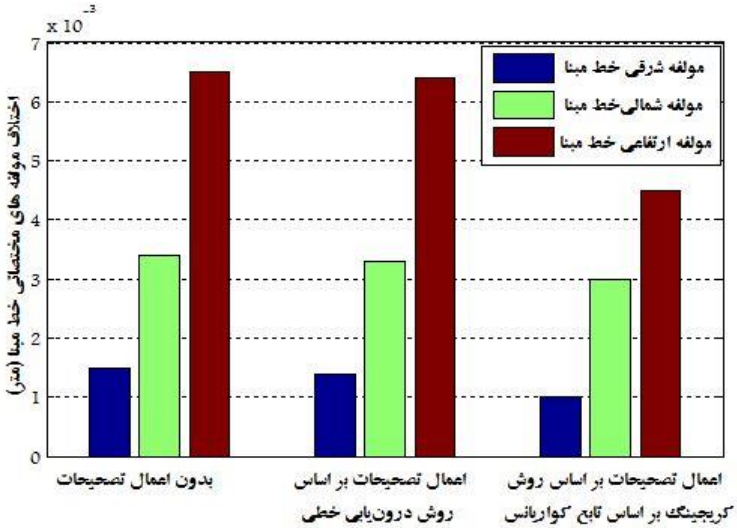
جدول ۲: نتایج پردازش ایستگاه مرجع اصلی (MIHV) نسبت ایستگاه سیار (MICO) برای حالت بعد از جابجایی با استفاده از دو روش خطی و کریجینگ بر اساس تابع کواریانس

کریجینگ بر اساس تابع کواریانس	درون‌یابی خطی	قبل از اعمال تصحیحات
de = ۰٫۰۰۱۰	de = ۰٫۰۰۱۴۰	de = ۰٫۰۰۱۵
dn = -۰٫۰۰۳۰	dn = -۰٫۰۰۳۳	dn = -۰٫۰۰۳۴
dh = ۰٫۰۴۵۰	dh =۰٫۰۰۶۴	dh = ۰٫۰۰۶۵

از نتایج به‌دست آمده از جداول بالا می‌توان بهبود دقت را برای الگوریتم جدید VRS، برای حالت بعد از جابجایی ایستگاه مرجع اصلی مشاهده کرد. همچنین عملکرد روش کریجینگ معمولی بر اساس تابع کواریانس نیز نشان از برتری این روش نسبت به روش درون‌یابی خطی دارد. این نتایج در شکل‌های (۲ و ۳) قابل رویت می‌باشد:



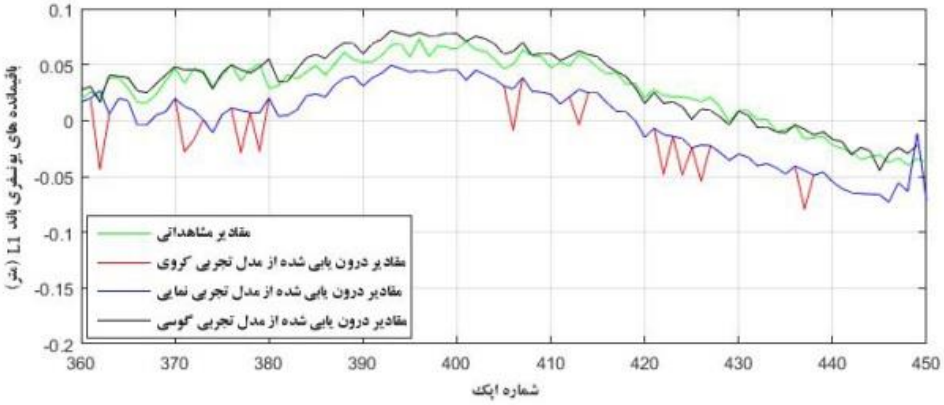
شکل ۳: اختلاف میان روش کریجینگ بر اساس تابع کواریانس و روش خطی قبل از جابجایی ایستگاه مرجع اصلی



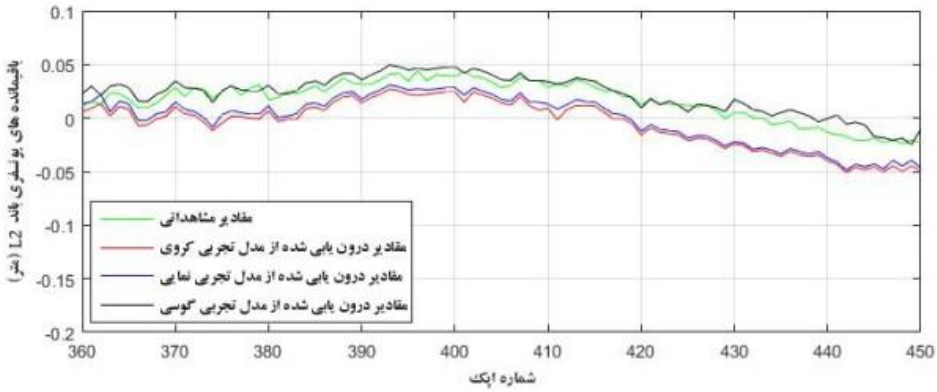
شکل ۴: اختلاف میان روش کریجینگ بر اساس تابع کواریانس و روش خطی بعد از جابجایی ایستگاه مرجع اصلی

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

در بخش دوم نتایج، با هدف افزایش دقت درون‌یابی تصحیحات در الگوریتم جدید VRS، روش کریجینگ معمولی بر اساس تابع تغییرنما محاسبه شده است. در عمل به جای استفاده از فرمول تئوری تابع تغییرنما می‌توان از سه مدل تجربی با نام‌های کروی، نمایی و گوسی جهت سهولت در محاسبات استفاده نمود. در شکل‌های (۵، ۶ و ۷) به ترتیب برای حالت‌های مختلف یونسفری و تروپسفری، مقایسه‌ای میان باقیمانده‌های واقعی و برآورد شده انجام گرفته است (به‌طور مثال در این بخش، از نتایج مربوط به ماهواره شماره ۵ برای نمایش شکل‌های زیر استفاده شده است). همان‌طور که در شکل‌های زیر نمایان است سه مدل تجربی کروی، نمایی و گوسی به‌همراه مدل مشاهداتی نظیر خود در کنار یکدیگر به ترتیب برای باقیمانده‌های یونسفری در باندهای L_1 و L_2 و باقیمانده‌های تروپسفری ترسیم شده است. در تمام این شکل‌ها می‌توان انطباق مدل گوسی با رنگ مشکی را به مدل مشاهداتی با رنگ سبز مشاهده نمود. برای اثبات این موضوع می‌توان به مقادیر ارائه شده در جدول‌های (۳، ۴ و ۵) مراجعه کرد.

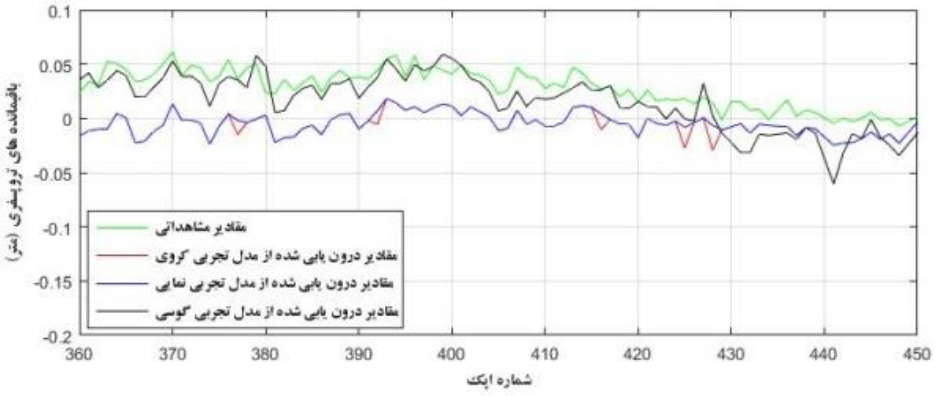


شکل ۵: مقایسه باقیمانده‌های یونسفری مدل مشاهداتی با باقیمانده‌های درون‌یابی شده از سه مدل تجربی کروی نمایی و گوسی برای راستای مورد نظر (باند L1)



شکل ۶: مقایسه باقیمانده‌های یونسفری مدل مشاهداتی با باقیمانده‌های درون‌یابی شده از سه مدل تجربی کروی نمایی و گوسی برای راستای مورد نظر (باند L2)

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]



شکل ۷: مقایسه باقیمانده‌های تروپسفری مدل مشاهداتی با باقیمانده‌های درون‌یابی شده از سه مدل تجربی کروی نمایی و گوسی برای راستای مورد نظر

در مرحله بعد به انجام ارزیابی آماری پرداخته و مقادیر انحراف معیار، خطای جذرکمترین مربعات و میانگین خطای مطلق، اختلاف باقیمانده‌های یونسفری و تروپسفری سه مدل تجربی کروی، نمایی و گوسی با مدل مشاهداتی را برای راستای موردنظر به‌صورت جداگانه برآورد شده است. بر طبق نتایج به‌دست آمده از جداول زیر مدل گوسی نزدیکی بیشتری به مدل مشاهداتی داشته و اختلاف پارمترهای آماری مذکور برای این مدل نسبت به مدل مشاهداتی نزدیک به صفر می‌باشد. در نتیجه مدل تجربی گوسی به عنوان بهترین مدل تجربی انتخاب می‌شود. این نتایج در جداول (۳، ۴ و ۵) به ثبت رسیده است.

جدول ۳ : مقایسه مقادیر انحراف از معیار، جذر میانگین مربعات و میانگین خطای مطلق اختلاف باقیمانده‌های سه مدل تجربی کروی، نمایی و گوسی نسبت به حالت مشاهداتی موجود در راستای موردنظر برای باقیمانده‌های یونسفری L1

مدل تجربی	انحراف از معیار (متر)	خطای جذر میانگین مربعات (متر)	میانگین خطای مطلق (متر)
کروی	۰/۰۱۶۷	۰/۰۳۵۹	۰/۰۳۲۳
نمایی	۰/۰۱۱۴	۰/۰۲۹۵	۰/۰۲۷۸
گوسی	۰/۰۰۷۹	۰/۰۰۹۱	۰/۰۰۷۵

جدول ۴: مقایسه مقادیر انحراف از معیار، جذر میانگین مربعات و میانگین خطای مطلق اختلاف باقیمانده‌های سه مدل تجربی کروی، نمایی و گوسی نسبت به حالت مشاهداتی موجود در راستای موردنظر برای باقیمانده‌های یونسفری L2

مدل تجربی	انحراف از معیار (متر)	خطای جذر میانگین مربعات (متر)	میانگین خطای مطلق (متر)
کروی	۰/۰۰۷۱	۰/۰۲۳۱	۰/۰۲۲۰
نمایی	۰/۰۰۷۰	۰/۰۱۹۷	۰/۰۱۸۳
گوسی	۰/۰۰۵۰	۰/۰۰۷۲	۰/۰۰۶۰

جدول ۵: مقایسه مقادیر انحراف از معیار، جذر میانگین مربعات و میانگین خطای مطلق اختلاف باقیمانده‌های سه مدل تجربی کروی، نمایی و گوسی نسبت به حالت مشاهداتی موجود در راستای موردنظر برای باقیمانده‌های تروپسفری

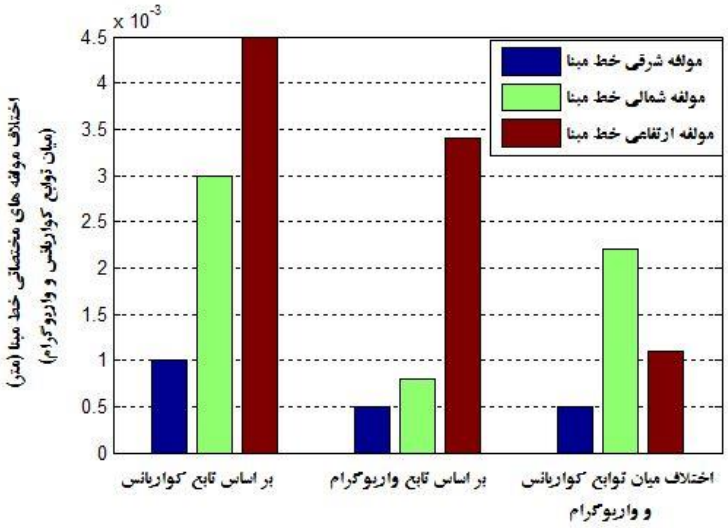
مدل تجربی	انحراف از معیار (متر)	خطای جذر میانگین مربعات (متر)	میانگین خطای مطلق (متر)
کروی	۰/۰۱۳۴	۰/۰۳۶۸	۰/۰۳۴۶
نمایی	۰/۰۱۳۲	۰/۰۳۵۹	۰/۰۳۳۶
گوسی	۰/۰۱۲۸	۰/۰۱۷۱	۰/۰۱۳۷

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

در مرحله آخر به پیاده‌سازی مجدد الگوریتم جدید VRS و اعمال تصحیحات درون‌یابی شده بر اساس مدل تجربی گوسی در قالب تابع تغییرنما پرداخته می‌شود. بر این اساس ایستگاه مرجع اصلی را پس از اعمال جابجایی و اثر دوران زمین، در نزدیک ترین فاصله نسبت به ایستگاه سیار ایجاد کرده و پس از انجام مراحل درون‌یابی و اعمال تصحیحات به مشاهدات مجازی غیرتفاضلی تولید شده بر اساس مدل تجربی گوسی، تعیین موقعیت مجددا انجام می‌شود. این نتایج را می توان بر طبق جدول (۶) و شکل (۸) با مقادیر حاصل از روش درون‌یابی کریجینگ بر با استفاده از تابع کواریانس مقایسه نمود. تصویر مذکور نشان از موثر بودن تابع تغییرنما نسبت به تابع کواریانس دارد. در این نتایج بیشترین بهبود کسب شده برای نتایج به ترتیب در مولفه‌های ارتفاعی، شرقی و شمالی دیده می‌شود. لازم به ذکر است که با تعویض منطقه مورد مطالعه و ایستگاه‌های دائم مربوطه، نتایج ذکر شده می‌تواند تغییر نماید. بر طبق جدول زیر، نتایج تصحیحات درون‌یابی برای این بخش نشان می‌دهد که استفاده از تابع تغییرنما به جای تابع کواریانس می‌تواند دقت برآورد مولفه‌های شمالی، شرقی و ارتفاعی را برای راستای موردنظر به اندازه ۵۰، ۷۳ و ۲۴ درصد بیشتر بهبود دهد. این مقادیر نشانگر بهبود دقت در بخش درون‌یابی تصحیحات برای الگوریتم جدید VRS می‌باشند.

جدول ۶: نتایج پردازش ایستگاه مرجع اصلی (MIHV) نسبت ایستگاه سیار (MICO) با اعمال تصحیحات بر اساس روش کریجینگ معمولی با استفاده از توابع کواریانس و تغییرنما

کریجینگ بر اساس تابع تغییرنما	کریجینگ بر اساس تابع کواریانس
de = ۰٫۰۰۰۵	de = ۰٫۰۰۱۰
dn = -۰٫۰۰۰۸	dn = -۰٫۰۰۳۰
dh = ۰٫۰۰۳۴	dh =۰٫۰۰۴۵۰



شکل ۸: مقایسه نتایج حاصل از درون‌یابی تصحیحات به روش کریجینگ معمولی و نمایش برتری تابع تغییرنما نسبت به تابع کواریانس

۷- نتیجه گیری و ارائه پیشنهاد

همان‌طور که گفته شد اهداف اصلی در این مقاله، ارائه یک الگوریتم جدید برای شبکه تعیین موقعیت کینماتیک آنی و افزایش دقت در بحث درون‌یابی تصحیحات با استفاده از تابع تغییرنما در قالب الگوریتم جدید می‌باشد. پس از انجام پردازش‌های اولیه و

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

استفاده از الگوریتم حل طول‌های بلند در شبکه، به تفکیک باقیمانده‌های یونسفری و تروپسفری و انجام درون‌یابی تصحیحات برای راستای موردنظر پرداخته شد. نتایج عددی این مقاله در دو بخش کلی توضیح داده شد. در بخش اول، پس از مقایسه میان دو الگوریتم کلاسیک و جدید VRS با استفاده از دو روش خطی و کریجینگ بر اساس تابع کواریانس (بر اساس عکس فاصله)، باقیمانده‌های یونسفری و تروپسفری برای راستای موردنظر درون‌یابی شدند. در این بخش عملکرد موثر الگوریتم جدید VRS نشان داده شد. همچنین روش کریجینگ معمولی براساس تابع کواریانس نسبت به مدل خطی از عملکرد بهتری در بحث درون‌یابی تصحیحات برخوردار بود. در بخش دوم، به معرفی تابع تغییرنما و محاسبه مجدد روش کریجینگ معمولی بر این اساس پرداخته شد. برای محاسبه تابع تغییرنما از سه مدل تجربی کروی، نمایی و گوسی استفاده شد. با انجام ارزیابی آماری و با استفاده از سه پارامتر انحراف از معیار، جذر خطای میانگین مربعات و میانگین خطای مطلق، اختلاف باقیمانده‌های یونسفری و تروپسفری سه مدل تجربی کروی، نمایی و گوسی با مدل مشاهداتی موجود مقایسه شده و مدل تجربی گوسی به عنوان بهترین مدل تجربی انتخاب شد. در نهایت با محاسبه مجدد الگوریتم جدید VRS با استفاده از تابع تغییرنما، تصحیحات درون‌یابی شده در سطح تفاضلی دوگانه با علامت معکوس به مشاهدات ایستگاه مرجع اصلی جابجا شده اعمال شد و با تشکیل خط مبنای کوتاه، به انجام تعیین موقعیت برای راستای مورد نظر پرداخته شد. در نهایت روش کریجینگ معمولی بر اساس تابع کواریانس و تابع تغییرنما با یکدیگر مقایسه شدند و نتایج به‌دست آمده حاکی از بهبود ۵۰، ۷۳ و ۲۴ درصدی تابع تغییرنما نسبت به تابع کواریانس است.

در خاتمه به ذکر چند پیشنهاد در رابطه با موضوعات مطرح شده در این مقاله پرداخته می‌شود:

۱- استفاده از ایستگاه‌های دائم GNSS با تراکم و وسعت بیشتر به منظور بررسی الگوریتم جدید VRS در حوزه‌ای وسیع‌تر

۲- استفاده از تابع تغییرنما جهت دار[1] به جای استفاده از تابع تغییرنما معمولی برای روش کریجینگ معمولی

۳- برآورد پارامترهای تجربی تابع تغییرنما جهت‌دار با استفاده از روش‌های کمترین مربعات مانند کمترین مربعات وزن‌دار[2] یا کمترین مربعات کامل وزن‌دار[3]

۴- اضافه‌کردن ترند خطی به روش کریجینگ معمولی و تعمیم آن به روش کریجینگ جهانی و مقایسه این روش با سایر روش‌های درون‌یابی دقیق دیگر

سپاسگزاری

از آقای سید یوسف غیاثی از دانشگاه اصفهان بابت راهنمایی‌های مفیدشان در زمینه محاسبه توابع تجربی تغییرنما سپاسگزاری می‌گردد.

[1] Directional variogram
[2] Weighted Least Square (WLS)
[3] Weighted Total Least Square (WTLS)

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

مراجع

[1] C. Rizos and S. Han, "Reference Station Network Based RTK Systems - Concepts and Progress," Wuhan University Journal of Natural Sciences, vol. 8, no. 2, pp. 566-574, 2003 .

[2] H. Landau, U. Vollath and X. Chen, "Virtual Reference Station Systems," Journal of Global Positioning Systems, vol. 1, no. 2, pp. 137-143, 2002 .

[3] M. E. Cannon and G. Fotopoulos, "An Overview of Multi-Reference Station Methods for Cm-Level Positioning," GPS Solutions, vol. 4, no. 3, pp. 1-10, 2001 .

[4] X. Chen, S. Han, C. Rizos and P. Goh, "Improving Real Time Positioning Efficiency Using the Singapore Integrated Multiple Reference Station Network (ION GPS 2000)," in Proceedings of 13th International Technical Meeting of the Satellite Division of the U.S Institute of Navigation, Salt Lake City, utah, USA, 2000 .

[5] B. Hoffmann-Wellenhof, H. Lichtenegger and E. Wasle, GNSS – Global Navigation Satellite Systems, SpringerWienNewYork, 2008 .

[6] E. Wei, H. Chai, Z. An and J. Liu, "VRS Virtual Observations Generation Algorithm," Journal of Global Positioning Systems, vol. 5, no. 1, pp. 76-81, 2006 .

[7] A. Malekzadeh, J. Asgari and A. R. Amiri-Simkooei, "An Algorithm for Network Real Time Kinematic Processing," in The 3rd ISPRS International Conference on Sensors and Models in Photogrammetry and Remote Sensing, Kish, Iran, 2015 .

[8] L. Dai, H. Shaowei, J. Wang and C. Rizos, "A Study on GPS/GLONASS Multiple Reference Station Techniques for Precise Real-Time Carrier Phase-Based Positioning," in 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2001), Salt Lake, 2001 .

[9] L. Dai, H. Shaowei, J. Wang and C. Rizos, "Comparison of Interpolation Algorithms in Network-Based GPS Techniques," NAVIGATION, Journal of the Institute of Navigation, vol. 50, no. 4, pp. 277-293, 2004 .

[10] L. Wanninger, "Improved Ambiguty Resolution by Regional Differential Modelling of the Ionosphere," in ION GPS, Palm Springs, California, 1995 .

[11] G. Wubbena, A. Bagge, G. Seeber, V. Boder and P. Hankemeier, "Reducing Distance Dependent Errors for Real-Time Precise DGPS Applications by Establishing Reference Station Networks," in Institute of Navigation (ION GPS), Kansas, 1996 .

[12] N. A. Cressie, Statistics for Spatial Data (Revised Edition), New York, Chichester, Torento, Brisbane, Singapore: Wiley, 1993 .

[13] H. Wackernagel, Multivariate Geostatistics, Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003 .

[14] M. Ouassou, A. B. O. Jensen, J. G. O. Gjevestad and O. Kristiansen, "Next Generation Network Real Time Kinematic Interpolation Segment to Improve the User Accuracy," International Journal of Navigation and Observation, vol. 2015, 2015 .

[15] J. Asgari, A. R. Amiri Simkooei and F. Zangeneh Nejad, "A Virtual Reference Station Algorithm Development for a Network RTK System," Journal of Geomatics Science and Technology, vol. 2, no. 4, pp. 73-88, 2013 .

[16] A. R. Amiri-Simkooei, "Least-Squares Variance Component Estimation: Theory and GPS Applications," Delft University of Technology, Delft, Netherlands, 2007.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]

[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]

[17] P. Teunissen, D. Simons and C. Tiberius, Probability and Observation Theory, Delft,Netherlands: Department of Earth Observation and Space systems (DEOS), 2005 .

[18] Y. Ghiasi and V. Nafisi, "The Improvement of Strain Estimation Using Universal Kriging," Acta Geodetica et Geophysica, vol. 50, no. 4, pp. 479-490, 2015 .

[19] G. Bohling, "Introduction to Geostatistics," in Hydrogeophysics: Theory, Methods, and Modeling, Boise, Idaho, USA, 2007 .

[20] D. E. Myers, "On Variogram Estimation," in Proceeding of ICOSCO-I, the First International Conference on Statistical Computing, New York, USA, 1991 .

[21] A. M. Al Shaery, S. Lim and C. Rizos, "Functional Models of Ordinary Kriging for Medium Range Real-time Kinematic Positioning Based on the Virtual Reference Station Technique," in Proceedings of the 23rd International Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2010), Portland, USA, 2010 .

[22] H. Zhang, "Optimal Interpolation and the Appropriateness of Cross-Validating Variogram in Spatial Generalized Linear Mixed Models," Journal of Computational and Graphical Statistics, vol. 12, pp. 1-16, 2003 .

[23] M. Eriksson and P. P. Siska, "Understanding Anisotropy Computations," Mathematical Geology, vol. 32, no. 6, pp. 683-700, 2000 .

[24] G. Seeber, Satellite Geodesy, Berlin: Walter de Gruyter, 2003 .

[25] A. Leick, GPS Satellite Surveying, Wiley, 2004 .

[26] A. Leick, L. Rapoport and D. Tatarnikov, GPS Satellite Surveying, New Jersey USA, Canada: Wiley, 2015 .

[27] J. Asgari, "Etude de Modeles Predictifs Dans Un Reseau de Stations GPS Permanentes," Ecole Doctorale Astronomie & Astrophysique d'Ile de France, Paris,France, 2005.

[28] N.Cressie, "The origins of kriging," Mathematical Geology, vol. 22, no. 3, pp. 239-252, 1990 .

[29] P. Goovaerts, Geostatistics for Natural Resources Evaluation, New York: Oxford University Press, 1997.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]

[DOI: 10.29252/jgit.5.2.1]