

این مقاله در دومین کنفرانس ملی مهندسی فناوری اطلاعات مکانی به عنوان مقاله برگزیده انتخاب شده است که پس از تکمیل، داوری مجدد و اخذ پذیرش در این شماره از نشریه به چاپ می‌رسد.

اثر توپوگرافی در تعیین ژئوید با استفاده از مدل‌های ژئوتانسیل

سهیل هجرتی^{۱*}، مهدی گلی^۲

۱- دانش آموخته کارشناس ارشد ژئودزی، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم تحقیقات شاهرود

۲- استادیار ژئودزی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۸/۰۲ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۱۱/۱۱

چکیده

وجود توپوگرافی در بالای ژئوید مانع اصلی برای تعیین ارتفاع ژئوید با استفاده از مدل‌های ژئوتانسیل است. مدل‌های ژئوتانسیل جهانی امکان مدل‌سازی میدان پتانسیل زمین را به صورت بسط سری خارجی از هارمونیک‌های کروی فراهم می‌سازند. استفاده از این بسط برای تعیین آنومالی پتانسیل بروی ژئوید در داخل توپوگرافی سبب تولید یک بایاس می‌شود که به آن بایاس توپوگرافی می‌گویند. این مطالعه به محاسبه ژئوید با استفاده از مدل‌های ژئوتانسیل می‌پردازد. برای این منظور دو روش مستقیم انتقال تحلیلی و غیر مستقیم رپ به کار گرفته می‌شود. روش انتقال تحلیلی بر مبنای استفاده از مدل‌های ژئوتانسیل در داخل توپوگرافی و اعمال بایاس توپوگرافی و روش رپ بر مبنای محاسبه آنومالی ارتفاعی و تبدیل آن به ژئوید است. موفقیت این دو روش برای بازیابی ژئوید در ۴۹۰ نقطه ترازیبی با جی‌پی‌اس در منطقه کوهستانی کلرادو در امریکا مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج نشان دهنده توافق خوب دو روش در حد سانتیمتر در قیاس با نقاط ترازیبی با جی‌پی‌اس است. همین‌طور نشان از بهبود دقت نسبی و مطلق ژئوید حاصل از مدل ای‌جی‌ام ۰۸ به میزان ۶۰٪ در هر دو روش می‌باشد. نتایج عددی نشان داد که استفاده از مدل‌های هارمونیک ارتفاعی بجای ارتفاع نقطه می‌تواند باعث ایجاد بایاس چند سانتیمتری روی ارتفاع ژئوید شود. علاوه بر این دقت مطلق روش رپ از روش انتقال تحلیلی در تعیین ژئوید در قیاس با نقاط ترازیبی با جی‌پی‌اس بالاتر است.

کلیدواژه‌ها: انتقال تحلیلی، بایاس توپوگرافی، ژئوید، مدل ژئوتانسیل.

*نویسنده مکاتبه کننده: تهران- سعادت آباد- شهرک مخابرات- خیابان پیوند- کوچه ۱۴- پلاک ۱۴- واحد سوم شرقی- کدپستی: ۱۹۸۱۹۳۳۴۷۷

تلفن: ۰۹۱۱۲۸۱۵۶۹۹ - ۰۲۱۲۲۱۳۶۸۸۲

Email : hejrati.sohyl@gmail.com ; hejrati@iau-shahrood.ac.ir

۱- مقدمه

مدل های ژئوپتانسیل جهانی^۱ (GGMs) قادر به مدلسازی دقیق طول موج های بلند و متوسط میدان پتانسیل زمین هستند. این مدل ها پتانسیل جاذبی زمین را در قالب سری هارمونیک از ضرایب نرمالیز کروی تا درجه/مرتبه محدود ارائه می دهند. تعیین ژئوئید برای قسمت هایی از ژئوئید که در قاره ها و داخل توپوگرافی نهفته است، نیاز به تعیین آنومالی پتانسیل در داخل توپوگرافی دارد. این در حالی است که GGMs تنها برای مناطق بیرون از توپوگرافی زمین آنومالی پتانسیل را در اختیار قرار می دهند. از نظر تئوری در داخل توپوگرافی سری هارمونیک های کروی و اگر هستند [۱۱]. بدیهی است که در درجه و مرتبه محدود واگرایی اتفاق نمی افتد، اما باعث فاصله گرفتن از مقادیر صحیح می شود که آنرا بایاس توپوگرافی یا خطا انتقال تحلیلی^۲ می نامند [۴].

بایاس توپوگرافی توسط شوبرگ (۱۹۷۷) معرفی شد [۱۱]. جکلی (۱۹۸۱) و (۱۹۸۲) نشان داد که مقدار خطا انتقال تحلیلی در سطح زمین برای محاسبه آنومالی ارتفاعی (یا ارتفاع ژئوئید) با استفاده از بسط سری خارجی آنومالی پتانسیل تا درجه/مرتبه ۳۰۰، نزدیک به ۰.۵ میلی متر است [۴ و ۵]. ونیچک و همکاران (۱۹۹۵) با استفاده از فشرده سازی دوم هلمرت، طول موج های بلند ژئوئید را در فضای هلمرت محاسبه کردند. آنها برای این منظور از مدل هارمونیک توپوگرافی تا ترم دوم آن استفاده کردند [۱۷]. مارتینک و ونیچک (۱۹۹۶) اثر بایاس توپوگرافی را برای یک مدل ایزوستاسی اختیاری محاسبه کردند [۶]. رپ (۱۹۹۷) ارتفاع ژئوئید را از آنومالی ارتفاعی محاسبه کرد [۱۰]. نهاوندچی و شوبرگ (۱۹۹۸) اثرات بایاس توپوگرافی را تا توان سوم توپوگرافی محاسبه کردند [۸]. نهاوندچی (۲۰۰۲) روش رپ

(۱۹۹۷) و استفاده از توسعه انتگرال عددی به سری دو جمله ای (تا توان سوم توپوگرافی) را روی داده های ترازیبی با GPS^۳ منطقه ایران مقایسه کرد [۹]. اُگرن (۲۰۰۴) خطا انتقال تحلیلی را بروی ژئوئید تا توان چهارم از ارتفاع توپوگرافی محاسبه کرد. براساس مطالعه او بیشینه مقدار این خطا برای بسط فوق تا درجه/مرتبه ۱۸۰۰ در رشته کوه های هیمالیا ۴.۷ متر بود [۱]. شوبرگ (۲۰۰۷) نشان داد که بایاس توپوگرافی تنها تابع تغییرات دانسیته در راستا شعاعی ژئوسنتریک آن نقطه است. به عقیده او این بایاس از یک رابطه ساده شامل توان های دوم و سوم ارتفاع توپوگرافی محاسبه می شود [۱۳]. در حالیکه ورمیر (۲۰۰۷) نشان داد بایاس توپوگرافی برای زمین واقعی پیچیده تر از فرم پیشنهادی شوبرگ (۲۰۰۷) است [۱۸]. شوبرگ (۲۰۰۹) نشان داد که اثر ناهموازی توپوگرافی نسبت به پوسته کروی بوگه تأثیری در تعیین ژئوئید ندارد [۱۴]. شوبرگ و باقربندی (۲۰۱۱) با استفاده از مدل EGM08 خطا انتقال تحلیلی را برای رشته کوه های هیمالیا مقدار ۰/۰۸- تا ۵/۳ متر برآورد کردند [۱۵]. شوبرگ (۲۰۱۵) نشان داد که بایاس توپوگرافی حاصل از تکنیک انتقال تحلیلی برای تعیین ژئوئید در داخل توپوگرافی با GGMs و انتگرال استوکس نتایج یکسانی ندارد [۱۶].

هدف از این تحقیق محاسبه اثر توپوگرافی به دو روش مستقیم انتقال تحلیلی و غیرمستقیم رپ در تعیین ارتفاع ژئوئید با GGMs می باشد. این مطالعه سعی دارد به سوالات زیر پاسخ دهد.

- برای محاسبه اثر بایاس توپوگرافی کدام توان توپوگرافی و تا چه درجه هارمونیک کافی است؟
- کدامیک از روش های فوق در مقایسه با نقاط ترازیبی با GPS دقت بالاتری را فراهم می کند؟
- استفاده از ارتفاع نقاط بجای مدل هارمونیک ارتفاعی چه تأثیری بر نتایج دارد؟

^۳ Global Positioning System

^۱Global Geopotential Models

^۲Analytical Continuation Error

معادل اختلاف ضرایب هارمونیک بسط داخلی و خارجی توپوگرافی است. ضرایب هارمونیک T_{nm}^e از کم کردن ضرایب هارمونیک میدان ثقل نرمال از ضرایب ژئوپتانسیل ماهواره‌ای به دست می‌آید. همچنین ضرایب بایاس توپوگرافی را می‌توان به صورت ترکیب خطی از ضرایب هارمونیک توان‌های توپوگرافی نوشت [۷].

$$\delta V_{nm}^{ei} = -2\pi G\rho \left[H_{nm}^2 + \frac{2}{3R} H_{nm}^3 + \frac{n(n+1)}{12R^2} H_{nm}^4 + \dots \right] \quad \text{رابطه (۲)}$$

که $\Omega = (\theta, \lambda)$ ، θ و λ به ترتیب متمم عرض و طول کروی هستند. با استفاده از روابط (۱ و ۲) ارتفاع ژئوئید از طریق بسط هارمونیک‌های کروی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$N(\Omega) = \frac{GM}{a\gamma_e} \sum_{n=0}^{n_{max}} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=-n}^n [T_{nm}^e + \delta V_{nm}^{ei}] Y_{nm}(\Omega) - \frac{U(r_g, \Omega)}{\gamma_e} \quad \text{رابطه (۴)}$$

توپوگرافی است. امروزه بدلیل محدودیت در وجود داده‌های گرانی، بیشترین درجه GGMS محدود به ۲۱۶۰ است. در حالی که با توجه به وجود داده‌های رقومی ارتفاعی مانند etopo1، مدل‌های هارمونیک ارتفاعی تا درجات بالاتر نظیر ۱۰۸۰۰ فراهم شده است [۲]. در صورتی که درجه استفاده شده در مدل هارمونیک توان‌های توپوگرافی بیشتر از درجه GGMS باشد، در رابطه (۴) اثر بایاس توپوگرافی باید از بسط جداگانه محاسبه شود. صرف‌نظر از توان‌های مرتبه چهارم وقتی $n_{max} \rightarrow \infty$ ، اثر بایاس توپوگرافی طبق رابطه (۴) به رابطه خلاصه شده زیر تبدیل می‌شود.

$$\delta V(\Omega) = -2\pi G\rho \left[H^2(\Omega) + \frac{2}{3R} H^3(\Omega) \right] \quad \text{رابطه (۵)}$$

در این رابطه، H ارتفاع ارتومتریک نقطه است.

۲- اثر بایاس توپوگرافی در روش انتقال تحلیلی

مارتینک (۱۹۹۸) نشان داد که ضرایب هارمونیک آنومالی پتانسیل روی ژئوئید از رابطه (۱) به دست می‌آید [۷].

$$T_{nm} = T_{nm}^e + \delta V_{nm}^{ei} \quad \text{رابطه (۱)}$$

در این رابطه T_{nm} ، ضرایب هارمونیک آنومالی پتانسیل روی ژئوئید، T_{nm}^e ضرایب هارمونیک بسط خارجی آنومالی پتانسیل روی ژئوئید و δV_{nm}^{ei} بایاس توپوگرافی،

در رابطه فوق، G ثابت جاذبی نیوتن، ρ دانسیته توپوگرافی و R شعاع متوسط ژئوئید است. H_{nm}^i ضرایب هارمونیک نام توان توپوگرافی است که از رابطه (۳) زیر به دست می‌آید.

$$H_{nm}^i = \frac{1}{4\pi(2n+1)} \iint_{\sigma} H^i Y_{nm}(\Omega) d\Omega \quad \text{رابطه (۳)}$$

در رابطه فوق، GM ضریب ثابت حاصلضرب جرم زمین در ثابت جاذبی نیوتن و a مقیاس GGMS است. این ضرایب ممکن است با مقادیر متناظر در میدان ثقل نرمال که در محاسبه ترم $U(r_g, \Omega)$ به کار می‌رود، متفاوت باشد. در رابطه فوق r_g شعاع ژئوسنتریک ژئوئید و γ_e شتاب ثقل نرمال روی بیضوی است. بدیهی است که r_g در اختیار نیست. با توجه به مجهول بودن این کمیت می‌توان از شعاع ژئوسنتریک بیضوی به جای آن استفاده کرد.

اختلاف رابطه (۳) با بسط هارمونیک مرسوم استاندارد برای تعیین ژئوئید، وجود ترم δV_{nm}^{ei} است. مطالعات نهان‌دچی (۲۰۰۲) و آگرن (۲۰۰۴) نشان داده است که هارمونیک‌های توان‌های بالاتر از چهارم وجود ندارد [۹ و ۱]. برخی محققین از ترم‌های مرتبه دوم [۱۷] و برخی تا ترم‌های مرتبه سوم [۱۳] سود بردند. نکته مهم دیگر، درجه هارمونیک توان‌های

۳- روش رَپ

روش رَپ (۱۹۹۷) برای تعیین ژئوئید، محاسبه آنومالی ارتفاعی و تبدیل آن به ژئوئید با اعمال تصحیح جدایی ژئوئید از کوازی-ژئوئید می باشد [۳ و ۱۲].

$$N_P(\Omega) = \zeta_P(r, \Omega) + \delta_{N-\zeta}(\Omega) \quad \text{رابطه (۶)}$$

که در این رابطه $\delta_{N-\zeta}$ تصحیح جدایی ژئوئید از کوازی-ژئوئید است. مقدار این تصحیح در تقریب اول و صرفنظر از ناهمواری های توپوگرافی برابر است با رابطه (۷)،

$$\delta_{N-\zeta} = \frac{\Delta g^{SB}}{\bar{\gamma}} H = \frac{\Delta g^{SB}}{\gamma_e} H \quad \text{رابطه (۷)}$$

که در این رابطه، Δg^{SB} آنومالی ساده بوگه و $\bar{\gamma}$ شتاب جاذبی متوسط نرمال است. تاثیر جایگزین کردن مقدار متوسط با شتاب روی بیضوی در $\delta_{N-\zeta}$ ناچیز است. در رابطه فوق آنومالی جاذبی ساده بوگه از رابطه (۸) محاسبه می شود.

$$\Delta g^{SB} = \Delta g^{FA} - 2\pi G\rho H \quad \text{رابطه (۸)}$$

با بسط این رابطه در فضا فرکانس داریم:

$$\text{رابطه (۹)}$$

$$\Delta g_{nm}^{SB} = \Delta g_{nm}^{FA} - 2\pi G\rho H_{nm} = \frac{(n-1)}{R} T_{nm} - 2\pi G\rho H_{nm}$$

بر طبق رابطه (۶)، تعیین ژئوئید به روش رَپ نیاز به محاسبه کمیت های روی زمین دارد. با توجه به تغییرات ارتفاع حتی با وجود ثابت بودن عرض جغرافیایی در روند محاسبات روی گرید، مقدار متمم عرض ژئوسنتریک θ بطور مداوم تغییر می کند. این به مفهوم محاسبه توابع وابسته لژاندر برای همه نقاط گرید و زمانبر شدن محاسبات است. از این رو رَپ (۱۹۹۷) به منظور سرعت بخشیدن به محاسبات، رابطه (۶) را به شکل زیر باز نویسی کرد [۱۰].

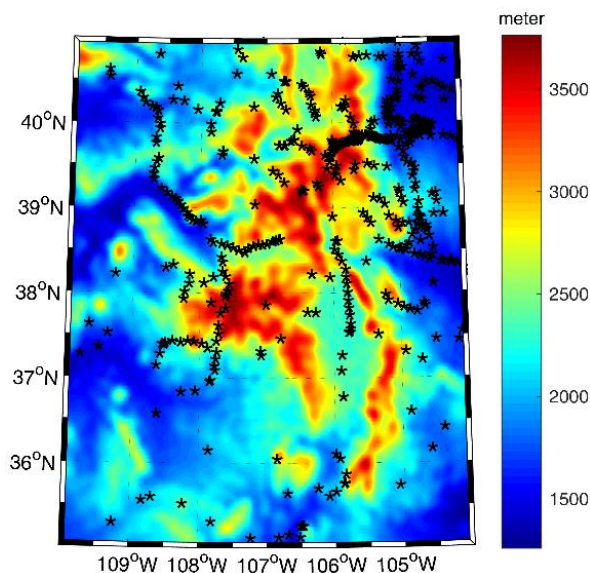
$$\text{رابطه (۱۰)}$$

$$N_P(\Omega) = \zeta_0(r_e, \Omega) + \frac{\partial \zeta}{\partial r} H + \frac{\partial \zeta}{\partial \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} H + \delta_{N-\zeta}$$

در رابطه فوق، $\zeta_0(r_e, \Omega)$ آنومالی ارتفاعی ζ روی بیضوی و ترم های دوم و سوم مشتق این کمیت نسبت به ارتفاع هستند.

۴- محاسبات عددی

منطقه تست در کشور امریکا منطقه کوهستانی کلرادو محدود به عرض جغرافیایی ۳۵ تا ۴۱ درجه شمالی و طول جغرافیایی ۱۰۴ تا ۱۱۰ درجه غربی انتخاب گردید. در این منطقه ۴۹۰ ایستگاه ترازابی با GPS وجود دارد که برای آزمون بین دو روش مستقیم انتقال تحلیلی و غیر مستقیم رَپ استفاده می شود. شکل (۱) وضعیت توپوگرافی منطقه تست را با استفاده از مدل هارمونیک تا درجه/مرتبه ۲۱۶۰ به همراه توزیع نقاط ترازابی با GPS نشان می دهد. در این مطالعه از مدل ژئوپتانسیل EGM08 با درجه/مرتبه ۲۱۹۰ و مدل های ارتفاعی تا درجه/مرتبه ۲۱۶۰ و تا توان چهارم استفاده شد. مدل های ارتفاعی هارمونیک از بسط مدل ارتفاعی جهانی etopo5 به سری هارمونیک های کروی محاسبه گردید. رزولوشن این مدل ارتفاعی ۵ دقیقه کمانی است که با استفاده از قضیه نمونه برداری روی کره امکان بازتولید درجات هارمونیک ۲۱۶۰ را مهیا می سازد. البته تنها هارمونیک ۲۱۶۰/۲۱۶۰ قابل محاسبه نخواهد بود.



شکل ۱: توپوگرافی منطقه تست و نقاط ترازابی با GPS موجود در آن منطقه

به منظور بررسی دقت و کارایی دو روش ارائه شده، ارتفاع ژئوئید این دو روش با ژئوئید هندسی حاصل از

می‌دانیم که ارتفاع حاصل از مدل هارمونیک، فرکانس‌های بالای ۲۱۶۰ را ندارد، لذا انتظار داریم که دقت این رابطه از رابطه (۲) بیشتر باشد. اگرچه که دقت نسبی دو رابطه نزدیک به هم است اما دقت مطلق نتایج حاصل از رابطه (۵) حدود ۵ سانتیمتر بهتر از رابطه (۲) است.

در این مطالعه برای محاسبه ژئوئید به روش رپ از رابطه (۱۰) استفاده نشده است! زیرا در این رابطه اثر ترم‌های غیرخطی تغییرات آنومالی ارتفاعی نسبت به ارتفاع صرف نظر شده است. به جای آن از محاسبه آنومالی ارتفاعی در سطح زمین و تبدیل آن به ژئوئید با استفاده از رابطه (۶) استفاده کردیم. همینطور آنومالی هوای آزاد و بوگه نیز با استفاده از مدل ژئوپتانسیل EGM08 محاسبه می‌شوند. در این روش همانند روش انتقال تحلیلی، به‌کارگیری ارتفاع نقطه به جای ارتفاع حاصل از مدل هارمونیک، نتایج بهتری را به همراه دارد. همین‌طور همانند حالت قبل استفاده از مدل هارمونیک برای تعیین ارتفاع نقاط تاثیر زیادی بر دقت نسبی نداشته و بیشتر باعث ایجاد بایاس می‌شود.

در قیاس صورت گرفته بین دو روش، همانطور که انتظار می‌رفت نتایج بهم نزدیک است. بر اساس مطالعه اگر (۲۰۰۴) دو روش انتقال تحلیلی و رپ تا توان دوم توپوگرافی هم ارز هستند. این مساله بخوبی با نتایج جدول (۱) تایید می‌شود. از نظر تئوری روش انتقال تحلیلی بعنوان روش مستقیم باید دقت بالاتری نسبت به روش رپ داشته باشد. زیرا همان‌طور که می‌دانیم ضرایب هارمونیک GGMs روی بیضوی محاسبه می‌شوند و دقت بالاتری آنجا دارند. اما دقت نسبی و مطلق روش رپ در هر دو حالت استفاده از ارتفاع نقاط و ارتفاع حاصل از مدل هارمونیک نسبت به روش انتقال تحلیلی بالاتر است. این نتایج با نتیجه مطالعه نه‌اوندچی با مدل EGM96 روی ۳۳ نقطه ترازیبی با GPS در ایران همخوانی دارد.

داده‌های ترازیبی با GPS در منطقه آزمون مورد مقایسه قرار می‌گیرد. در جدول (۱) نتایج عددی کمیت‌های مختلف از جمله ارتفاع مشاهداتی و ارتفاع حاصل از مدل هارمونیک، آنومالی ارتفاعی، ارتفاع ژئوئید همراه با بایاس و اثر توان‌های دوم، سوم و چهارم توپوگرافی در روش انتقال تحلیلی آورده شده است. نتایج این جدول نشان می‌دهد که توان دوم توپوگرافی بخش اعظم اثر بایاس توپوگرافی را در بر می‌گیرد. به‌طوری‌که اثر توان سوم توپوگرافی کمتر از میلی‌متر و اثر توان چهارم به ندرت از یک سانتیمتر تجاوز می‌کند.

در جدول (۲) نتایج ژئوئید محاسبه شده به دو روش انتقال تحلیلی و رپ با ژئوئید نقاط ترازیبی با GPS مقایسه شده است. در این جدول برای هر دو روش، محاسبات یکبار برای ارتفاع ارتومتریک نقاط و بار دیگر برای ارتفاع مدل هارمونیک انجام شده است. اولین نتیجه، نزدیکی ژئوئید مدل EGM08 با اعمال اثر توپوگرافی در هر دو روش به میزان ۶۰٪ به نقاط ترازیبی با GPS به‌طور نسبی و مطلق است. به عنوان نتیجه دوم و همان‌طور که انتظار می‌رود استفاده از ارتفاع خود نقاط، بهبود (کمی) در نزدیکی ژئوئید با نقاط ترازیبی با GPS دارد. در روش انتقال تحلیلی اعمال اثر توان چهارم، بهبود چند میلی‌متری ژئوئید را فراهم می‌کند. این نتیجه نشان دهنده درستی استدلال مطالعه ورمیر (۲۰۰۷) در مقابل نظریه شوبرگ (۲۰۰۷) است. همان‌طور که در قبل اشاره شد، در حالی‌که شوبرگ (۲۰۰۷) معتقد است تنها توان‌های دوم و سوم توپوگرافی در بایاس انتقال تحلیلی دخیل هستند، ورمیر (۲۰۰۷) نشان داد که توان‌های بالاتر از سوم توپوگرافی نیز دارای سهم (کمی) در بایاس تحلیلی می‌باشند [۱۸]. در جدول (۲) همچنین نتایج بایاس انتقال تحلیلی محاسبه شده از رابطه (۵) آورده شده است. این رابطه از ارتفاع نقطه بجای ارتفاع حاصل از مدل هارمونیک استفاده می‌کند.

جدول ۱: پارامترهای آماری کمیت‌های مختلف. واحد متر

کمیت	رابطه	کمینه	بیشینه	میانگین	انحراف معیار
ارتفاع ارتومتریک نقطه	H	۱۳۲۴	۳۶۸۷	۲۰۵۲	۵۰۲
ارتفاع هارمونیک ۲۱۶۰	$\sum_n \sum_m H_{nm}$	۱۳۵۱	۳۷۰۵	۲۱۶۰	۵۹۶
آنومالی ارتفاعی	$\zeta(r, \Omega) = T(r, \Omega) \gamma^{-1}$	-۲۲.۵۲۶	-۱۰.۷۲۸	-۱۵.۸۴۱	۲.۶۷۶
ژئوئید با بایاس توپوگرافی	$N^B(\Omega) = T(R, \Omega) \gamma_e^{-1}$	-۲۲.۶۵۶	-۱۰.۵۵۹	-۱۵.۸۲۷	۲.۶۹۴
بایاس توپوگرافی	$[2\pi G\rho] H_{nm}^2$	۰.۳۲۸	۱.۵۶۸	۰.۲۰۷	۰.۵۷۲
بایاس توپوگرافی	$[4\pi G\rho / (3R)] H_{nm}^3$	۰	۰.۰۰۰۶	۰.۰۰۰۲	۰.۰۰۰۱
بایاس توپوگرافی	$[2\pi G\rho / (12R^2)] n(n+1)H_{nm}^4$	-۰.۰۳۲	۰.۰۱۶	-۰.۰۰۲	۰.۰۰۵

جدول ۲: اختلاف مدل‌های مختلف ژئوئید با ژئوئید حاصل از نقاط ترازیبی با GPS. واحد متر

مدل ژئوئید	کمینه	بیشینه	میانگین	انحراف معیار	خطا متوسط مربعی
آنومالی ارتفاعی	۰.۲۴۲	۱.۱۷۸	۰.۴۹۵	۰.۱۷۶	۰.۵۲۶
ژئوئید همراه بایاس توپوگرافی	۰.۲۰۰	۱.۵۵۳	۰.۵۱۰	۰.۲۶۱	۰.۵۷۳
ژئوئید + اثر توان دوم توپوگرافی	-۰.۱۴۹	۰.۲۷۲	۰.۲۳۴	۰.۱۲۱	۰.۲۶۳
ژئوئید + اثر توان دوم، سوم و چهارم توپوگرافی	-۰.۱۵۰	۰.۷۲۱	۰.۲۳۲	۰.۱۲۱	۰.۲۶۱
ژئوئید + اثر رابطه (۵) روی ژئوئید	-۰.۲۴۷	۰.۷۰۲	۰.۱۷۱	۰.۱۲۶	۰.۲۱۳
ژئوئید روش رپ با ارتفاع هارمونیک	-۰.۱۵۹	۰.۷۱۱	۰.۲۱۶	۰.۱۱۶	۰.۲۴۵
ژئوئید روش رپ با ارتفاع نقاط	-۰.۲۴۳	۰.۶۷۹	۰.۱۵۷	۰.۱۲۵	۰.۲۰۰

۵- نتیجه گیری

در این مطالعه اثر توپوگرافی با دو روش انتقال تحلیلی و رپ، به‌منظور دست‌یابی به ارتفاع ژئوئید با استفاده از مدل‌های ژئوپتانسیل بررسی شد. روش انتقال تحلیلی بر مبنای تعیین مستقیم ژئوئید در داخل توپوگرافی همراه با تعیین بایاس توپوگرافی است. روش رپ به‌طور غیر مستقیم بر مبنای تعیین آنومالی ارتفاعی در خارج توپوگرافی (سطح زمین) و تبدیل آن به ژئوئید است. با احتساب این‌که سهم عمده اثر توپوگرافی ناشی از توان دوم ارتفاع آن است، دو روش از نظر تئوری با یکدیگر تقریباً هم‌ارز هستند. نتایج عددی ما نشان داد،

مراجع

[1] Agren J. (2004), "The analytical continuation bias in geoid determination

using potential coefficients and terrestrial gravity data", Journal of Geodesy, Vol. 78,

pp. 314-332.

- [2] Balmino G., N. Vales, S. Bonvalot, and A. Briais (2012), "Spherical harmonic modelling to ultra-high degree of Bouguer and isostatic anomalies". *Journal of Geodesy*, Vol. 86, pp. 499–520.
- [3] Heiskanen W. and H. Moritz (1967), *Physical Geodesy*. San Francisco: WH Freeman.
- [4] Jekeli C. (1981), "The downward continuation to the Earth's surface of the truncated spherical and ellipsoidal harmonic series of gravity and height anomalies". Rep. 327, Department of Geodetic Science, The Ohio State University, Columbus.
- [5] Jekeli C. (1982), "A numerical study of the divergence of spherical harmonic series of the gravity and height anomalies at the Earth's surface". *Bull. Geod. Sci. Affini*, Vol. 57, pp. 10–28.
- [6] Martinec Z. and P. Vanicek (1996), "Formulation of the boundary - value problem for geoid determination with a higher-degree reference field". *Geophysical Journal International*, Vol. 126, pp. 219–228.
- [7] Martinec Z. (1998), *Boundary-value problems for gravimetric determination of a precise geoid. Lecture Notes in Earth Sciences no.73*. Berlin Heidelberg New York: Springer.
- [8] Nahavandchi H and L.E. Sjoberg (1998), "Terrain correction to power H^3 in gravimetric geoid determination". *Journal of Geodesy*, Vol. 72, pp. 124–135.
- [9] Nahavandchi H. (2002), "Two different method of geoidal determination using a spherical harmonic representation of the geopotential, topographic corrections and the height anomaly– geoid height difference". *Journal of Geodesy*, Vol. 76, pp. 345-352.
- [10] Rapp R.H. (1997), "Use of potential coefficient models for geoid undulation determinations using aspherical harmonic representation of the height anomaly - geoid undulation difference". *Journal of Geodesy*, Vol. 71, pp. 282–289.
- [11] Sjoberg L.E. (1977), "On the errors of spherical harmonic developments of gravity at the surface of the Earth". Rep. 257, Department Geodetic Science, The Ohio State University, Columbus.
- [12] Sjoberg L.E. (1995), "On the quasigeoid to geoid separation". *Manuscr.Geod.*, Vol. 20, pp. 182–192.
- [13] Sjoberg L.E. (2007), "The topographic bias by analytical continuation in physical geodesy". *Journal of Geodesy*, Vol. 81, pp. 345-350.
- [14] Sjoberg L.E. (2009a), "The terrain correction in gravimetric geoid computation - is it needed?". *Geophysical Journal International*, Vol. 176, pp. 14-18.
- [15] Sjoberg L.E. and M. Bagherbandi (2011), "A Numerical study of the analytical downward continuation error in geoid computation by EGM08". *Journal of Geodetic Science*, Vol. 1, pp. 2-8.
- [16] Sjoberg L.E. (2015), "The topographic bias in Stokes' formula vs. the error of analytical continuation by an Earth Gravitational Model - are they the same?". *Journal of Geodetic Science*, vol. 5, pp. 171-179.
- [17] Vanicek P., M.Najafi, Z.Martinec, L.Harrie and L.E.Sjoberg (1955), "Higher order reference field in the generalized Stokes–Helmert's scheme for geoid computation". *Journal of Geodesy*, Vol. 70, pp. 176–182.
- [18] Vermeer M. (2007), "Comment on Sjoberg (2007), The topographic bias by analytical continuation in physical geodesy *Journal of Geodesy*, Vol. 81, pp.345-350". *Journal of Geodesy*, Vol. 81, pp. 445-450.



Terrain effect in geoid determination by geopotential models

Soheil Hejrati^{*1}, Mehdi Goli²

1- Graduated of MSc. Geodesy, Dept. of Engineering, Azad University of Science and Research Shahrood, Iran.

2- Assistant Professor, Dept. of Civil Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

Abstract

Topographic masses above the geoid are considered as a major obstacle in geoid determination by using Global Gravitational Models (GGMs). GGMs provide the possibility of the Earth's potential field modeling as the expansion of the external-type series of spherical harmonics. Applying the external expansion to obtain disturbing potential on the geoid within the topographic masses will cause a bias called 'topographic bias'. This study deals with calculating geoidal height using Earth Gravitational Model 2008 (EGM08). In order to do so, two methods of Direct Analytical Continuation one and Rapp's Indirect one are utilized. The Analytical Continuation Approach is based on using EGM08 within the topographic masses and applying topographic bias. Alternatively, Rapp's Approach is based on calculating height anomaly and its downward continuation on the geoid. The success of these two methods to geoid simulation on 490 GPS-Levelling stations in mountainous region of Colorado in the USA were evaluated. The results are an indicator of the fact that two methods are compatible with each other with centimetric accuracy compared to GPS-Levelling points. Also, it suggests an improvement in the relative and absolute accuracy of the geoidal height resulting from EGM08 about 60% in both methods. The numerical investigation revealed that taking advantage of height harmonic models instead of point actual height can bring a bias in the matter of a few centimeters on the geoid. Moreover, the absolute accuracy of Rapp's Approach is higher than Analytical Continuation Approach in geoid determination in comparison GPS-Levelling points.

Key words: Analytical Continuation, Topographic bias, Geoid, Earth Gravitational Model

Correspondence Address. Saadat abad, Mokhaberat, Peyvand Street, alley 14, No 14, Tehran, Iran.
Tel: +98 21 22136882 / +98 911 281 5699

Email: hejrati.soheyl@gmail.com ; hejrati@iau-shahrood.ac.ir