نشریه علمی مهندسی فناوری اطلاعات مکانی

سال نهم، شماره دوم، تابستان ۱۴۰۰

Vol.9, No.2, Summer 2021

۵۱ -۶۵

مقاله پژوهشی

DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1

تحلیل کاپیولای مناسب برای مدلسازی ساختار وابستگی داده‌های تاخیر تروپسفری در بخش کوهستانی اروپای مرکزی

رویا موسویان[۱]، مسعود مشهدی حسینعلی[۲*]، کریستف لورنز

۱- دانشجوی دکترای ژئودزی، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۲- دانشیار گروه ژئودزی، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۳- دکترای ژئودزی، عضو علمی موسسه مطالعات هواشناسی، اقلیم شناسی و مطالعات محیطی دانشگاه صنعتی کارلسروهه

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۶/۱۰ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۱۰/۲۱

چکیده

پایین‌ترین لایه اتمسفر تحت عنوان تروپوسفر یکی از مهم‌ترین لایه‌های اتمسفری از منظر انتشار امواج الکترومغناطیس محسوب می‌شود. تغییرات این لایه تحت تاثیر پارامترهای مختلفی بوده و سیگنال‌های ارسالی از ماهواره‌ها در عبور از آن، تحت تاثیر محیط دچار تاخیر می‌شوند. در مدل‌سازی تروپسفر، عدم آگاهی از ساختار وابستگی تاخیرهای مایل تروپسفری، به کارگیری توابع پایه مناسب را بسیار پیچیده می‌نماید. از طرف دیگر، در رویکرد مبتنی بر گسسته سازی مدل (توموگرافی) ، برای انتخاب ابعاد (رزولوشن) زمانی و مکانی مناسب در کنار به کارگیری تابع دلتای دیراک به عنوان تابع پایه مورد نیاز، در نظر گرفتن ساختار وابستگی داده‌ها (تاخیرهای اتمسفری) حائز اهمیت است. در این مقاله استفاده از کاپیولا به عنوان روشی جهت مدلسازی کامل ساختار وابستگی داده‌ها، به منظور ارزیابی مدل وابستگی مناسب برای تاخیر زنیتی تروپسفری در ابعاد محلی در منطقه جنوب شرقی آلمان و بخشی از اتریش و جمهوری چک در بازه زمانی ۶ ماهه مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور ۴ کاپیولای ارشمیدسی متداول با مدل‌های وابستگی متفاوت فِرانک، کِلِیتون، گامبِل و علی- میخاییل- حق (*AMH*)، بررسی گردید. سپس با استفاده از دو معیار متداول اطلاعات آکائیک (*AIC*) و اطلاعات بیزین (*BIC*)، کاپیولای مناسب برای مدلسازی داده‌ها تشخیص داده شد. بر اساس نتایج حاصل، هر دو معیار کاپیولاهای مشابهی را پیشنهاد می‌دهند. کاپیولای پیشنهادی در بیشتر موارد گامبِل است که کاپیولایی نامتقارن و دارای وابستگی‌های دُمی به ویژه وابستگی دُمی بالا است. این موضوع بیانگر تمرکز وابستگی در این کمیت بر روی مقادیر بزرگتر آن است. این مسئله، احتمال داشتن مدلی با ابعاد متغیر با توجه به ساختار وابستگی را برای پدیده‌های تروپوسفری قوت می‌بخشد و مؤید این مهم است که در نظر گرفتن ضریب همبستگی پیرسون به تنهایی در مدلسازی های ناحیه ای تروپوسفری در همه موارد الزاما صحیح نمی باشد.

کلید واژه‌ها : کاپیولا، انتخاب مدل، ساختار وابستگی، تاخیر تروپوسفری.

* نویسنده مکاتبه کننده: تهران، خیابان ولیعصر،بالاتر از میدان ونک، تقاطع میرداماد، دانشکده مهندسی نقشه برداری. صندوق پستی: ۴۴۱۶-۱۵۸۷۵.

تلفن: ۰۲۱ ۸۸۸۷۷۰۷۱

Email: hossainali@kntu.ac.ir

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]

[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]

[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]

۱- مقدمه

در حالت کلی آنچه در آمار به عنوان وابستگی شناخته می‌شود، هر گونه رابطه عِلّی یا غیر عِلّی بین دو متغیر تصادفی و همبستگی، وجود هر وابستگی آماری اعم از خطی یا غیر خطی بین آن‌ها است [۱]. اهمیت همبستگی و اطلاع از ساختار وابستگی پدیده‌های مورد ارزیابی در مباحث مختلف ژئودزی از طراحی شبکه، مدلسازی‌های اتمسفری تا تعیین موقعیت دقیق بر متخصصان این حوزه پوشیده نیست. به عنوان مثال: در طراحی شبکه‌های تعیین موقعیت آنی کینماتیک[۱] تعیین تعداد و توزیع بهینه ایستگاه‌های دائم شبکه نیازمند آگاهی از چگونگی تغییر و یا ساختار وابستگی خطاهای وابسته به فاصله (تاخیرهای تروپسفری، یونسفری و خطای مداری) در منطقه مورد نظر است [۲]. در مدل‌سازی لایه تروپسفر، عدم آگاهی از ساختار وابستگی تاخیرهای مایل تروپسفری[۲]به کار گیری توابع پایه مناسب را بسیار پیچیده می‌نماید [۳]. از طرف دیگر، در رویکرد مبتنی بر گسسته سازی مدل (توموگرافی)، برای انتخاب ابعاد زمانی و مکانی مناسب در کنار به کارگیری تابع دلتای دیراک به عنوان تابع پایه مورد نیاز، در نظر گرفتن ساختار وابستگی داده‌ها (تاخیرهای اتمسفری) حائز اهمیت است [۴و۵]. در فرایندهای پیچیده نظیر تحمیل تاخیرهای اتمسفری بر مشاهدات سیستم‌های تعیین موقعیت و ناوبری ماهواره-ای، در غیاب ابزاری برای مدل سازی کامل ساختار وابستگی چنین منابع خطایی، مدل ریاضی به طور متغیر در زمان پارامترسازی می‌شود [۶]. در این ارتباط به عنوان مثال می‌توان به برآورد سهم تاخیر تروپسفری بر مشاهدات این سامانه ها اشاره کرد. در این رویکرد، رفتار تاخیر تروپسفری در بازه‌های زمانی یک ساعته، خطی فرض شده و ضرایب مدل‌های خطی مربوطه در فرایند تعیین موقعیت برآورد می‌گردد [۷]. بنابراین، عدم شناخت ساختار وابستگی یک پدیده به طور کامل می‌تواند به انتخاب توابع پایه نادرست در مدل سازی بیانجامد.

ضریب همبستگی[۳] یکی از متداول‌ترین شاخص‌های مورد استفاده برای بررسی ساختار وابستگی در یک مجموعه داده است. شناخته شده ترین ضریب همبستگی در علوم زمین و از جمله در ژئودزی ضریب همبستگی پیرسون[۴] است [۸ و ۹]. اما این ضریب تنها میزان وابستگی دو متغیر با فرض وجود رابطه‌ای خطی بین آن‌ها را بیان کرده و از روابط غیرخطی آن‌ها در صورت وجود، صرفنظر می‌کند. به همین دلیل برای داشتن استنباطی مبنی بر مستقل بودن دو متغیر از یکدیگر باید از معیارهای همبستگی غیرخطی نظیر ضریب همبستگی اسپیرمَن[۵] و تای کِندال[۶] استفاده کرد [۱۰]. این معیارها و معیارهای مشابه دیگر در گروه ضرایب همبستگی رتبه‌ای[۷] قرار می‌گیرند. ضرایب رتبه‌ای شامل آماره‌هایی است که وابستگی ترتیبی[۸] بین متغیرها را در نظر گرفته و با تخصیص رتبه[۹]های متفاوت به مشاهدات مختلف و اندازه‌گیری درجه شباهت بین دو رتبه، وابستگی داده‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهند [۱۱ و ۱۰] در واقع، این معیارها ارتباط بین افزایش یک متغیر در صورت افزایش متغیر دیگر را بدون نیاز به داشتن رابطه خطی در این افزایش، اندازه-گیری می‌کنند و در صورت کاهش متغیر دوم با افزایش متغیر اول، مقادیر این ضرایب منفی خواهد بود. البته، از آن‌جایی که معیارهای خطی و غیر خطی نوع متفاوتی از وابستگی را مشخص می‌کنند، نمی‌توان آن‌ها

[۱] *Real Time Kinematic*
[۲] *Slant Tropospheric Delay (STD)*
[۳] *Correlation coeficient*
[۴] *Pearson*
[۵] *Spearmann*
[۶] *Kendall's Tau*
[۷] *Rank correlation*
[۸] *Ordinal association*
[۹] *Ranking*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]
[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]

را به جای یکدیگر در نظر گرفت و برای داشتن یک ارزیابی صحیح از وابستگی باید این ضرایب همبستگی در کنار یکدیگر مورد ارزیابی قرار گیرند. بدین ترتیب، محاسبه ضرایب همبستگی به تنهایی برای ارزیابی کامل ساختار وابستگی در کمیت‌های جوی کافی نبوده و برای این منظور روش‌های دیگری مورد نیاز است [۱۲].

کاپیولا[۱] به عنوان ابزاری آماری برای بیان کامل ساختار وابستگی بین متغیرهای تصادفی و مدلسازی توابع چندمتغیره در سال ۱۹۵۹ توسط اِسکِلار[۲] تعریف شد و سپس به طور گسترده‌ای در شاخه‌های علمی مختلف مورد استفاده قرار گرفت [۱۳]. استفاده کاربردی از کاپیولا با به‌کارگیری آن در زمینه تحقیقات اقتصادی، دارایی و ارزیابی‌های مربوط به ارزش بورس و سهام آغاز شد و به عنوان روشی مناسب توسعه یافت [۱۲، ۱۴ و ۱۵]. با توجه به قابلیت این روش در مدل کردن وضعیت‌های حداکثری[۳] در پدیده‌هایی که تحت تاثیر پارامترهای مختلفی بوده و دارای ساختار وابستگی پیچیده‌ای هستند نظیر پدیده‌های طبیعی، استفاده از این تئوری مورد توجه متخصصان در حوزه مطالعات مربوط به علوم زمین و فضا نیز قرار گرفت. از جمله این تحقیقات عبارتند از: به کارگیری کاپیولا در پردازش سیگنال، تصویر و نیز تلفیق داده‌های مربوط به سنسورهای مختلف، تشخیص عوارض مهم و مانیتورینگ رویدادها، در مطالعات هیدرولوژی و نیز درونیابی زمین آماری[۴]، اهداف سنجش از دور و تشخیص تغییرات و در کاربردهای هواشناسی از جمله داده گُواری مدل [۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵ و ۲۶]. از آن جایی که در ژئودزی نیز مطالعات بر روی پدیده‌های طبیعی که اغلب تحت تاثیر عوامل متفاوت هستند صورت می‌پذیرد، به کارگیری این تابع در مدل‌سازی‌های مربوطه منطقی به نظر می‌رسد. اما با این وجود استفاده از این تئوری در ژئودزی محدود به دو مورد تحقیقاتی در سال‌های اخیر می‌باشد. در تحقیق نخست از کاپیولا برای بررسی ذخایر آب‌های زیرزمینی با داده‌های گریس استفاده شد و مدیری و همکارانش (۲۰۱۵) این روش را برای بررسی ساختار وابستگی ضرایب گریس و پر کردن گپ موجود در داده‌ها و همچنین گپ پیش‌بینی شده پس از پایان عمر این ماهواره‌ها تا راه‌اندازی مجدد سیستم ارائه دادند[۲۷]. در تحقیق دیگر، مدیری و همکارانش (۲۰۱۸) از تلفیق روش کاپیولا و آنالیز طیفی به منظور پیش‌بینی حرکت قطب استفاده کردند [۲۸].

با توجه به اهمیت لایه‌های مختلف اتمسفری در استفاده از داده‌های سیستم تعیین موقعیت جهانی[۵] (*GPS*) به عنوان عوامل اصلی خطا بر روی سیگنال‌ها، این مقاله به ارزیابی ساختار وابستگی کمیت تاخیر تروپسفری در لایه‌های مختلف تروپسفر با استفاده از کاپیولا و انتخاب مناسب‌ترین کاپیولا برای ارزیابی و بیان ویژگی‌های آن دربخشی از جنوب آلمان و نواحی اطراف آن در اتریش و جمهوری چک پرداخته است. در ادامه، ابتدا تئوری کاپیولا و چگونگی محاسبه آن و روش‌های انتخاب کاپیولای مناسب توضیح داده می‌شود. سپس به چگونگی محاسبه کمیت تاخیر تروپسفری و آماده‌سازی داده‌ها پرداخته و در نهایت پس از مقایسه و انتخاب کاپیولای مناسب، از این تابع برای مطالعه و تحلیل ساختار وابستگی این داده‌ها استفاده می‌شود.

۲- روش و تئوری

در این مقاله روش کاپیولا برای بررسی ساختار وابستگی داده‌ها پیشنهاد شده است. بنابراین، در این بخش به تئوری کاپیولا و نحوه به کارگیری آن در

[۱] *Copula*
[۲] *Sklar*
[۳] *Extreme situations*
[۴] *Geostatistical methods*
[۵] *Global Positioning System*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]
[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]

مدلسازی وابستگی پرداخته می‌شود.

۲-۱- تئوری کاپیولا

کلمه کاپیولا از اسم لاتینی به معنی اتصال[۱] گرفته شده و تابعی است که توابع توزیع چند متغیره را به توابع توزیع حاشیه‌ای یک بعدی آن‌ها متصل می‌کند. به عبارت دیگر کاپیولاها ابزاری برای مدل کردن وابستگی بین چند متغیر تصادفی بوده و هدف اصلی آن‌ها تعریف رابطه بین متغیرهای تصادفی است. تابع کاپیولا برای اولین بار با استفاده از قضیه اِسکِلار به صورت زیر تعریف شد [۲۹]:

قضیه ۱ (قضیه اِسکِلار): یک کاپیولا با بُعد n، ($C:[0,1]^n \to [0,1]$) یک تابع توزیع تجمعی با توابع حاشیه‌ای یکنواخت u_i $(i=1,2,...,n)$ می‌باشد که به صورت $\mathrm{C}(\mathbf{u})=\mathrm{C}(\mathrm{u}_1,...,\mathrm{u}_n)$ نمایش داده شده و دارای ویژگی‌های زیر است:

۱- با توجه به خاصیت صعودی بودن تابع توزیع تجمعی، $\mathrm{C}(\mathrm{u}_1,...,\mathrm{u}_n)$ نیز در هر مؤلفه u_i صعودی می‌باشد.

۲- به ازای هر $\mathbf{u}=(u_1,u_2,...,u_n)\in[0,1]^n \to [0,1]$ در صورتی که حداقل یکی از u_i ها $(i=1,2,...,n)$ برابر صفر باشد، $\mathrm{C}(\mathbf{u})=0$ می‌باشد.

۳- به ازای $u_i \in [0,1],\ i=1,2,...,\mathrm{n}$، داریم:
$\mathrm{C}(1,...,1,\mathrm{u}_i,1,...,1)=\mathrm{u}_i$

۴- هر کاپیولا شروطی نظیر نامساوی مستطیلی، پیوستگی و مشتق پذیری را نیز تامین می‌کند.

بنابراین طبق قضیه اِسکِلار، اگر F تابع توزیع تجمعی n بُعدی با توابع حاشیه‌ای $F_1,...,F_n$ باشد، آن‌گاه به ازای کلیه x_iها ($i=1,...,n$) در بازه $[-\infty,\infty]$، کاپیولای C (تابع توزیع تجمعی کاپیولا) به صورت رابطه (۱) موجود است [۳۰]:

$$F(x_1,...,x_n)=C(F_1(x_1),...,F_n(x_n)) \qquad \text{رابطه(۱)}$$

[۱] link

این قضیه منحصر به فرد بودن C را در صورت پیوسته بودن توابع حاشیه‌ای F_i تضمین می‌کند. به عبارت دیگر، اگر F_i به ازای $i=1,...,n$ پیوسته باشد، آنگاه C یکتا است. در غیر این صورت تنها بر روی بازه $\mathrm{Ran}\,F_1\times...\times\mathrm{Ran}\,F_n$ یکتا خواهد بود. که در آن، $\mathrm{Ran}\,F_i$ نشان دهنده بُرد تابع توزیع F_i می‌باشد.

اهمیت این قضیه، تعریف تابع توزیع تجمعی متغیرهای تصادفی با توزیع‌های حاشیه‌ای و کاپیولا است. علاوه بر این با فرض معکوس‌پذیر بودن تابع توزیع حاشیه‌ای، و نمایش معکوس آن با $F_i^{-1}(.)$، کاپیولا به صورت رابطه(۲) تعیین می‌شود:

رابطه(۲)

$$C(u_1,u_2,...,u_n)=F(F_1^{-1}(u_1),...,F_n^{-1}(u_n))$$

براساس رابطه (۲) از هر تابع توزیعی می‌توان به عنوان پایه‌ای برای تعریف یک کاپیولا استفاده کرد.

در عمل، اغلب به جای تابع توزیع تجمعی کاپیولا (C) از تابع چگالی احتمال کاپیولا (c) استفاده می‌شود. زیرا تفسیر آن ساده‌تر بوده و قابل برآورد از نمونه می‌باشد. تابع چگالی کاپیولا در حالت n متغیره عبارت است از:

$$c(\mathbf{u}):=\frac{\partial^d C(u_1,...,u_n)}{\partial u_1...\partial u_n} \qquad \text{رابطه(۳)}$$

این تابع طبق رابطه (۲) برحسب تابع چگالی احتمال توأم (f) و توابع چگالی احتمال حاشیه‌ای (f_i , $i=1,...,n$) به صورت رابطه (۴) قابل تعریف است:

$$c(\mathbf{u})=\frac{f(F_i^{-1}(u_1),...,F_n^{-1}(u_n))}{f_1(F_1^{-1}(u_1))..f_n(F_n^{-1}(u_n))} \qquad \text{رابطه(۴)}$$

امکان تعریف کاپیولاهای بسیار متنوعی برای مدل کردن رفتار وابستگی بین متغیرهای تصادفی وجود دارد. کاپیولاهای متداول در یک تقسیم بندی کلی در دو دسته قرار می‌گیرند: ۱- کاپیولاهای مشتق شده از توزیع‌ها نظیر کاپیولای گوسی و ۲- کاپیولاهای صریح که به طور مستقیم تعریف شده و می‌توان برای آن‌ها فرم بسته‌ای ارائه داد. این کاپیولاها در خانواده

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]
[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]

کاپیولاهای ارشمیدسی[1] قرار می‌گیرند [۳۱].

۲-۲- کاپیولاهای ارشمیدسی

کاپیولایی را که بتوان به فرم رابطه (۵) تعریف کرد، کاپیولای ارشمیدسی می‌نامند [۳۲، ۲۹ و۳۳].

رابطه(۵)

$$C_{\phi}(u_1,u_2,...,u_n)=\phi^{-1}\{\phi(u_1)+\phi(u_2)+...+\phi(u_n)\}$$

که در آن $u_i\ ,i=1,...,n$ حاشیه های یکنواخت متغیرهای تصادفی بوده و $\phi:[0,1]\rightarrow[0,\infty)$ یک تابع یک به یک با شروط ارئه شده در رابطه(۶) می‌باشد:

رابطه(۶)

$$\begin{cases}\phi(1)=0\\ (-1)^i\ \dfrac{d^i}{dx^i}\phi^{-1}(x)>0,\quad i\in\square\end{cases}$$

بدین ترتیب، ϕ را تابع مولد کاپیولا نامیده و این کاپیولا را با C_{ϕ} نمایش می‌دهند.

مشخصه اصلی کاپیولاهای ارشمیدسی آن است که تابع مولد تک متغیره ϕ حاوی کلیه اطلاعات درباره ساختار وابستگی n بُعدی است. بنابراین یکی از مزایای استفاده از نمایش ارشمیدسی آن است که می‌توان بررسی کاپیولای چند متغیره را به ارزیابی یک تابع تک متغیره کاهش داد.

در جدول (۱) کاپیولاهای ارشمیدسی دومتغیره مورد استفاده در این مقاله به همراه توابع مولد و محدوده معتبر برای پارامترهای هر یک قابل مشاهده است.

شکل‌های (۱-الف) تا (۱- د) نیز توابع چگالی دو متغیره کاپیولاهای مذکور را برای نمونه‌ای به طول ۵۰ و با پارامتر $\alpha=3$ نشان می‌دهد. این اشکال به خوبی ساختار وابستگی متفاوت این کاپیولاها را نمایش می‌دهد: همان‌گونه که این اشکال نشان می‌دهد، به جز کاپیولای فِرانک که متقارن است، بقیه کاپیولاها، کاپیولاهایی نامتقارن با وابستگی‌های دُمی[2] متفاوت می‌باشند. کاپیولای کِلِیتون برای داده‌هایی با وابستگی دُمی منفی بیشتر، مناسب است. کاپیولای گامبِل وابستگی دُمی مثبت قوی دارد. در کاپیولای *AMH* وابستگی‌های دُمی تقریبا حالت نرمال یا ضعیف دارند اما وابستگی دُمی منفی نسبتا شدیدتر است.

۲-۳- برآورد کاپیولاها

کاپیولاها نیز مانند سایر توابع به یکی از روش‌های پارامتریک، نیمه پارامتریک و یا غیر پارامتریک وابسته به اطلاعات موجود در مسئله برآورد می‌شوند. از آنجایی‌که کاپیولاها به عنوان رابطه‌ای بین توزیع حاشیه‌ای متغیرهای تصادفی تعریف می‌شوند، انتخاب یکی از روش‌های برآورد، کاملا وابسته به اطلاعات ما از حاشیه‌های تک متغیره است. در صورت معلوم بودن توابع توزیع حاشیه‌ای، روش برآورد پارامتریک برای برازش مدلی مناسب دارای دقت بیشتری است. اما در عمل، به دلیل مجهول بودن حاشیه‌های تک متغیره، روش‌های نیمه پارامتریک برای برآورد کاپیولاهای تئوریک ترجیح داده می‌شوند و از یکی از روشهای موجود غیر پارامتریک برای برآورد کاپیولای تجربی استفاده می‌شود [۳۴]. در ادامه این دو روش به نحوی که در این تحقیق به کار رفته به طور کامل توضیح داده می‌شود.

---

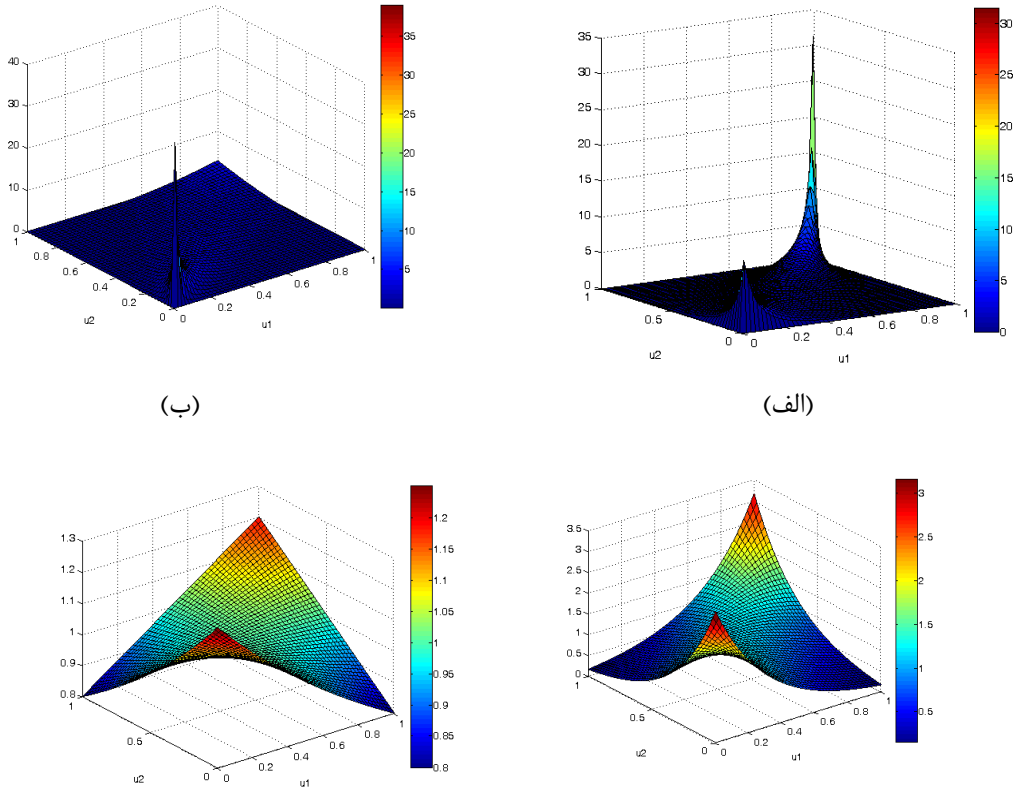
[1] *Archimedean Copula*

[2] *Tail dependence*: در تئوری احتمال، وابستگی دُمی یک جفت متغیر تصادفی معیاری از جابه‌جایی همزمان آن متغیرها در دُم‌های بالا یا مثبت (*Upper tail or Positive tail*) و پایین یا منفی (*Lower tail or Negative tail*) توزیع‌ها است.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]
[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]

جدول ۱: کاپیولاهای ارشمیدسی دو متغیره متداول

خانواده	تابع مولد $\phi(t)$	کاپیولای دو متغیره $C_{\phi}(u,v)$
کِلیتون[۱]	$\frac{t^{-\alpha}-1}{\alpha}, \quad \alpha \in (0,\infty)$	$(u^{-\alpha}+v^{-\alpha}-1)^{-\frac{1}{\alpha}}$
گامبِل[۲]	$(-\log(t))^{\alpha}, \quad \alpha \in [1,\infty)$	$\exp\left\{-[(-\log(u))^{\alpha}+(-\log(v))^{\alpha}]^{\frac{1}{\alpha}}\right\}$
فِرانک[۳]	$\log(\frac{e^{\alpha t}-1}{e^{\alpha}-1}), \quad \alpha \in \square \setminus \{0\}$	$\frac{1}{\alpha}\log\left\{1+\frac{(e^{\alpha u}-1)(e^{\alpha v}-1)}{e^{\alpha}-1}\right\}$
علی- میخاییل– حق[۴] (AMH)	$\frac{\ln(1-\alpha(1-t))}{t}, \quad \alpha \in [-1,1]$	$\frac{uv}{1-\alpha(1-u)(1-v)}$



(الف) (ب)

(ج) (د)

شکل ۱: تابع چگالی دومتغیره کاپیولاهای الف) گامبل، ب) کلیتون، ج) فرانک و د) *AMH* برای متغیرهایی به طول ۵۰

[۱] *Clayton*
[۲] *Gumble*
[۳] *Frank*
[۴] *Ali-Mikhail-Haq*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]
[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]

۲-۳-۱- برآورد کاپیولای تئوریک به روش نیمه پارامتریک

این روش‌ها در واقع تلفیقی از روش‌های پارامتریک و غیر پارامتریک بوده و به طور کلی شامل دو مرحله می‌باشند. ابتدا برآورد غیر پارامتریک حاشیه‌های تک متغیره (F_i) و یا به عبارتی برآورد توابع حاشیه‌ای تجربی ($\hat{F_i}$) و سپس برآورد پارامترهای کاپیولا به روش پارامتریک و با ماکزیمم سازی لگاریتم تابع درست نمایی (*Log-likelihood*) کاپیولا. بدین ترتیب بردار پارامترهای θ مربوط به یک خانواده d بعدی از کاپیولاها یعنی $C(u_1,u_2,...,u_d,\theta)$ با چگالی $c(u_1,u_2,...,u_d,\theta)$، با رابطه (۷) برآورد می‌شود [۳۵ و ۳۶]. در رابطه(۷)، n طول نمونه مورد ارزیابی و $\hat{F_i}$ تابع حاشیه‌ای تجربی متغیرهای تصادفی $(X_1, X_2, ..., X_i)$ با رابطه (۸) است.

در رابطه(۸)، T اندازه نمونه و I تابع مشخصه (*Indicator function*) می‌باشد. اگر X مجموعه‌ای ناتهی و A زیر مجموعه‌ای از آن باشد، تابع مشخصه A در X با رابطه (۹) بیان می‌شود.

بدین ترتیب پس از برآورد پارامتر کاپیولا از رابطه (۷)، کاپیولای تئوریک به سادگی قابل محاسبه است.

۲-۳-۲- برآورد کاپیولای تجربی

کاپیولای تجربی $\hat{C}(u_1,u_2,...,u_d)$ در حالت d متغیره با استفاده از حاشیه‌های تجربی برآورد شده $\hat{F_i}(X_i)$, $i=1,2,...,d$ در رابطه (۸) به صورت رابطه(۱۰) برآورد می‌شود [۲۹]. در رابطه (۱۰) نیز I تابع مشخصه مطابق رابطه (۹) می‌باشد.

$$\hat{\theta} = arg\ max_{\theta} L_C(\theta) = arg\ max_{\theta} \sum_{j=1}^{n} \log c(\hat{F_1}(x_1^{(j)}), \hat{F_2}(x_2^{(j)}), ..., \hat{F_d}(x_d^{(j)}); \theta) \quad \text{رابطه(۷)}$$

$$\hat{F_i} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} I\ (X_t \le x_i) \quad \text{رابطه(۸)}$$

$$I_A(x) := \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases} \quad \text{رابطه(۹)}$$

$$\hat{C}(u_1,u_2,...,u_d) = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^{T} I\ (\hat{F_1}(x_1^{(j)}) \le u_1, \hat{F_2}(x_2^{(j)}) \le u_2, ..., \hat{F_d}(x_d^{(j)}) \le u_d) \quad \text{رابطه(۱۰)}$$

۲-۴- معیارهای انتخاب کاپیولای مناسب

به منظور مدلسازی با استفاده از کاپیولا، مشابه سایر روش‌های مدل‌سازی، انتخاب کاپیولای بهینه گامی مهم محسوب می‌شود. به منظورانتخاب کاپیولای ارشمیدسی مناسب برای یک مجموعه داده که به طور مناسبی رفتار داده را مدل کند معمولا یکی از معیارهای اطلاعات بیزین[۱] (*BIC*) و یا اطلاعات آکائیک[۲] (*AIC*) مورد استفاده قرار می‌گیرد [۳۷]. این معیارها مبتنی بر مفهوم شباهت یا درست‌نمایی[۳] می‌باشند که برای برآورد و برازش مدل به کار می‌روند. بر این اساس، معیار*AIC* و *BIC* به ترتیب با روابط (۱۱) و

[۱] *Bayesian Information Criterion*
[۲] *Akaike Information Criterion*
[۳] *Likelihood*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]
[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]

(۱۲) تعریف می‌شوند [۳۸ و ۳۹]. در روابط(۱۱) و (۱۲)، $c(u_{i,1},u_{i,2},...,u_{i,d})$ چگالی کاپیولای d متغیره، n اندازه نمونه و k تعداد پارامترهای برآورد شده در مدل می‌باشد. طبق این دو معیار، کاپیولای مناسب برای مدل کردن رفتار وابستگی داده‌ها، کاپیولایی است که برای آن مقدار محاسبه شده برای معیار مذکور کمترین مقدار باشد [۳۸ و ۳۹].

$$AIC = -2\sum_{i=1}^{n}\ln[c(u_{i,1},u_{i,2},...,u_{i,d});\theta]+2k$$ رابطه(۱۱)

$$BIC = -2\sum_{i=1}^{n}\ln[c(u_{i,1},u_{i,2},...,u_{i,d});\theta]+\ln(nk)$$ رابطه(۱۲)

۳- منطقه مطالعاتی و داده‌های مورد ارزیابی

لایه تروپوسفر به عنوان پایین‌ترین لایه اتمسفری که دارای محیطی خنثی در مقایسه با لایه یونسفر می‌باشد مهمترین بخش اتمسفر در پیش‌بینی‌های هواشناسی محسوب می‌شود و در مدلسازی این لایه بایستی پارامترهای متغیر مختلفی در نظر گرفته شود. سیگنال-های ارسالی از *GPS* در عبور از این لایه، تحت تاثیر این محیط قرار گرفته و با تاخیر در گیرنده دریافت می-شوند. تاخیر ایجاد شده به عنوان خطایی در تعیین موقعیت بروز می‌کند که تاخیر تروپسفری نامیده می-شود. در مدل‌سازی تروپسفر، عدم آگاهی از ساختار وابستگی تاخیرهای مایل تروپسفری به کار گیری توابع پایه مناسب برای مدل‌سازی اتمسفری در این لایه از جو را بسیار پیچیده می‌نماید [۳]. از طرف دیگر، در رویکرد مبتنی بر گسسته سازی مدل (توموگرافی) انتخاب رزلوشن زمانی و مکانی مناسب برای مدل در کنار به کارگیری تابع دلتای دیراک به عنوان تابع پایه مورد نیاز به ساختار وابستگی داده‌ها (تاخیرهای اتمسفری) وابسته است [۴ و ۵]. در این تحقیق به دلیل کارایی کاپیولا در مطالعه و شناخت ساختار وابستگی، از آن برای نخستین بار جهت ارزیابی این ساختار در کمیت تاخیر تروپسفری در راستای زنیت[۱] (*ZTD*) استفاده شده و کاپیولای مناسب برای این منظور، شناسایی و پیشنهاد شده است.

در این بخش ابتدا به روابط مربوط به محاسبه مقادیر تاخیر تروپسفری با استفاده از داده‌های موجود و آماده-سازی سری‌های زمانی مورد ارزیابی پرداخته شده و سپس به بررسی و بحث درباره نتایج حاصل پرداخته می‌شود.

به طور کلی کمیت تاخیر تروپوسفری به دو مؤلفه خشک و تَر تقسیم می‌شود و با رابطه (۱۳) عبارت است از:

$$ZTD_i = ZHD_i + ZWD_i$$ رابطه(۱۳)

که در آن، ZHD_i و ZWD_i به ترتیب تاخیر خشک زنیتی[۲] و تاخیر تر زنیتی[۳] در لایه iام بوده و با روابط (۱۴) و (۱۵) محاسبه می‌شوند [۴۰]:

$$ZHD_i = k_1 R_d \left(\frac{p_i - e_i}{R_d T_i} + \frac{e_i}{R_w T_i}\right)$$ رابطه(۱۴)

$$ZWD_i = \left(k_2' \frac{e_i}{T_i} + k_3 \frac{e_i}{T_i^{\,2}}\right) + 1.4W$$ رابطه(۱۵)

در روابط (۱۴) و (۱۵) T_i دما در لایه iام، p_i فشار در لایه iام، $R_d = 287\, J/kg.k$ و $R_w = 461\ J/kg.k$ به ترتیب ثابت معین گازها برای هوای خشک و تر، $k_1 = 77.60 \pm 0.05\ \ KhPa^{-1}$، $k_2' = 22.2 \pm 2.2\ \ KhPa^{-1}$ و $k_3 = 3.739 \pm 0.012 \times 10^5\ \ K^2 hPa^{-1}$ ثابت‌های

[۱] *Zenith Tropospheric Delay*

[۲] *Zenith Dry Delay*

[۳] *Zenith Wet Delay*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]
[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]

تجربی، W آب مایع بوده و مقدار ترم مربوط به آن ناچیز می‌باشد و e_i فشار بخار آب که از رابطه (۱۶) قابل محاسبه است:

$$e_i = \frac{q_i p_i}{\frac{M_w}{M_d} + (1 - \frac{M_w}{M_d}) q_i} \qquad \text{رابطه(۱۶)}$$

در رابطه (۱۶)، q_i رطوبت ویژه (*Specific humidity*) و M_w و M_d به ترتیب وزن مولکولی هوای مرطوب و هوای خشک است که به صورت رابطه(۱۷) با مقادیر R_d و R_w در ارتباط هستند:

$$\frac{M_w}{M_d} = \frac{R_w}{R_d} = 0.62197 \approx 0.622 \qquad \text{رابطه(۱۷)}$$

با توجه به آن‌که تاخیر ایجاد شده روی موج در راستای زنیت دارای کمترین خمش یا تاخیر هندسی است، آن را می‌توان با بسط به سری متناهی رابطه(۱۸) با استفاده از شبکه سه بعدی پارامترهای هواشناسی حاصل از مدل‌های عددی هواشناسی برآورد کرد:

$$ZTD = 10^{-6} \sum_{i=surface}^{last\ layer} ((k_1 R_d (\frac{p_i - e_i}{R_d T_i} + \frac{e_i}{R_w T_i}) + (k_2' \frac{e_i}{T_i} + k_3 \frac{e_i}{T_i^2}) + 1.4W) \times dh_i) \qquad \text{رابطه(۱۸)}$$

کلیه پارامترها در رابطه (۱۸)، مطابق روابط (۱۴) تا (۱۷) بوده و h_i ارتفاع ژئوپتانسیلی در نقاط مختلف هر لایه فشاری می‌باشد. این رابطه، تاخیر تروپسفری کل را در راستای زنیت به دست می‌دهد.

بنابراین برای محاسبه کمیت تاخیر زنیتی مطابق رابطه(۱۸)، داشتن برآوردی از پارامترهای هواشناسی دما، رطوبت و ارتفاع ژئوپتانسیلی در لایه‌های فشاری مختلف تروپوسفر ضروری است. برای این منظور از مدل‌های عددی پیش‌بینی هواشناسی[1] نظیر مدل عددی *WRF*[2] استفاده می‌شود.

مدل *WRF* مورد استفاده در این تحقیق، مدل سه بعدی اجرا شده برای منطقه اروپای مرکزی توسط انستیتوی مطالعات هواشناسی، اقلیم شناسی و مطالعات محیطی دانشگاه صنعتی کارلسروهه است. مدل مذکور در بازه زمانی آوریل تا اکتبر سال ۲۰۱۶ با ابعاد مکانی ۳ کیلومتری و ابعاد زمانی یک ساعته در لایه‌های فشاری مختلف اجرا شده است. به دلیل تنوع توپوگرافی، بخشی از جنوب کشور آلمان به همراه نواحی همسایه آن در کشورهای اتریش و جمهوری چک به عنوان منطقه مطالعاتی در این تحقیق انتخاب شد که در شکل (۲) محدوده جغرافیایی این منطقه با کادر قرمز مشخص شده است.

به منظور انتخاب کاپیولای مناسب برای مدل کردن وابستگی‌های موجود در *ZTD* و تغییر آن ها با تغییرات مکانی پارامترهای هواشناسی مورد استفاده، ابتدا مقادیر *ZTD* در فواصل ۳ کیلومتری با ابعاد یک ساعته در هر لایه از مدل هواشناسی مذکور محاسبه شده و سپس با میانگین‌گیری از مقادیر محاسبه شده در فواصل ۱۲ کیلومتری، سری‌های زمانی متغیرهای مورد ارزیابی در ابعاد پیکسل ۱۲ کیلومتری استخراج گردید. در مرحله بعد با استفاده از روابط ذکر شده در بخش‌های (۲-۳-۱) و (۲-۳-۲) به ترتیب کاپیولاهای تئوریک و تجربی مربوط به جدول (۱) برآورد شدند. در این مقاله به دلیل بار محاسباتی بالا و پیچیدگی تفسیر نتایج، مسئله به صورت دو متغیره مورد بررسی قرار گرفته است. بنابراین، در هر لایه فشاری کاپیولای تجربی بیانگر ساختار وابستگی هر المان با کلیه المان-ها، به صورت دو به دو تشکیل شده و سپس کاپیولاهای تئوریک کِلیتون، فِرانک، *AMH* و گامبِل نیز برای هر یک برآورد شده است. سپس با استفاده از روابط بخش (۲-۴)، معیارهای *BIC* و *AIC* در هر مورد محاسبه و از مقایسه مقادیر آن‌ها، کاپیولای مناسب برای مدل سازی رفتار *ZTD* ها انتخاب می‌شود.

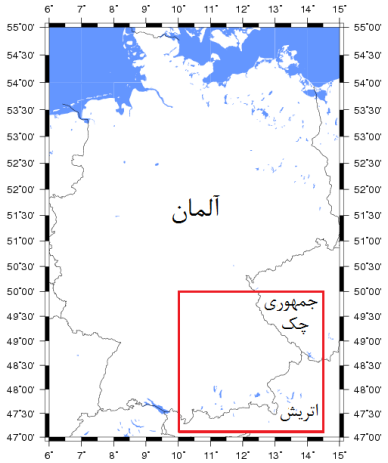
کاپیولای مناسب طبق نتایج حاصل از هر دو معیار در کلیه موارد بین کاپیولای گامبِل و فِرانک متغیر است.

[1] *Numerical Weather Prediction (NWP)*

[2] *Weather and Research Forecast*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]
[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]

البته در بیشتر موارد گامبِل انتخاب شده است. با توجه به شکل (۱) و توضیحات مربوط به آن در بخش (۲-۲)، کاپیولای گامبل دارای وابستگی دُمی مثبت بیشتر هستند. تنها تفاوت آن‌ها در شدت وابستگی دُمی است که در گامبِل به وضوح بیشتر می‌باشد. بنابراین، نتایج نشان‌دهنده ساختار وابستگی با تمرکز بیشتر در وابستگی دُمی بالا می‌باشد. جدول (۲) مقادیر این معیارها را در کاپیولاهای مورد ارزیابی برای دو المان در سطح زمین نشان می‌دهد. همان‌گونه که قابل مشاهده است، کمترین مقدار هر دو معیار مربوط به کاپیولای گامبِل می‌باشد که در جدول(۲) به صورت پر رنگ مشخص شده است.



شکل ۲: محدوده جغرافیایی منطقه مطالعاتی

جدول ۲: مقادیر برآورد شده برای معیارهای *AIC* و *BIC* (این مقادیر دارای مضرب $۱۰^{۴}$ می‌باشند)

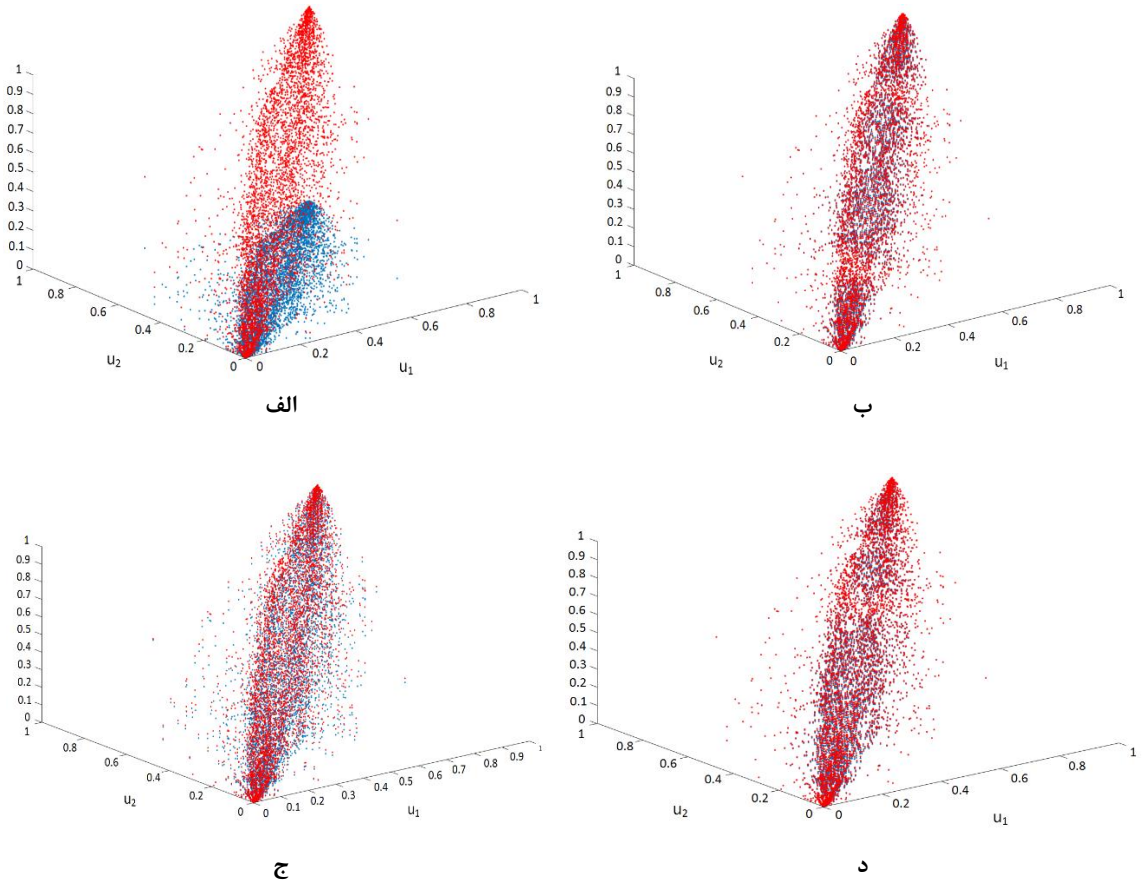
نام کاپیولا	معیار *BIC*	معیار *AIC*
کِلیتون	-۱٫۰۰۷	-۱٫۰۰۸
فِرانک	-۱٫۱۵۷	-۱٫۱۵۸
AMH	-۰٫۴۶۶	-۰٫۴۶۵
گامبِل	**-۱٫۱۵۹**	**-۱٫۱۵۹**

به منظور داشتن یک ارزیابی بصری برای برازش این کاپیولاها و میزان فیت شدگی کاپیولای انتخابی بر روی *ZTD* ها، در شکل (۳) کاپیولای تجربی و کاپیولای تئوریک محاسبه شده برای دو المان ارزیابی شده در جدول (۲) برای هر یک از چهار کاپیولای نامبرده ترسیم شده است. شکل‌های (۳-الف) تا (۳-د) به ترتیب مربوط به کاپیولاهای کِلیتون، فِرانک، *AMH* و گامبِل می‌باشد. در این شکل‌ها، کاپیولای تجربی با نقاط قرمز و کاپیولای تئوریک مربوطه با نقاط آبی نمایش داده شده است. همان‌گونه که به وضوح قابل مشاهده است، کاپیولای گامبِل در این مورد بهترین برازش را به کاپیولای تجربی داشته و صحت نتایج را تایید می‌کند. شکل‌های (۴-الف) تا (۴-د) نیز به ترتیب چگالی کاپیولاهای کِلیتون، فِرانک، *AMH* و گامبِل را در مقابل حاشیه‌های تک متغیره آن‌ها برای همان المان‌ها نشان می‌دهد. در این اشکال، نقاط آبی نشان‌دهنده پلات نقطه‌ای[۱] حاشیه‌های تجربی سری‌های زمانی است که بر روی توابع چگالی کاپیولای جدول(۱) مشخص شده است. از آن جایی که پلات نقطه‌ای وضعیت دو سری زمانی را نسبت به یکدیگر و یا در

[۱] *Scatter plot*

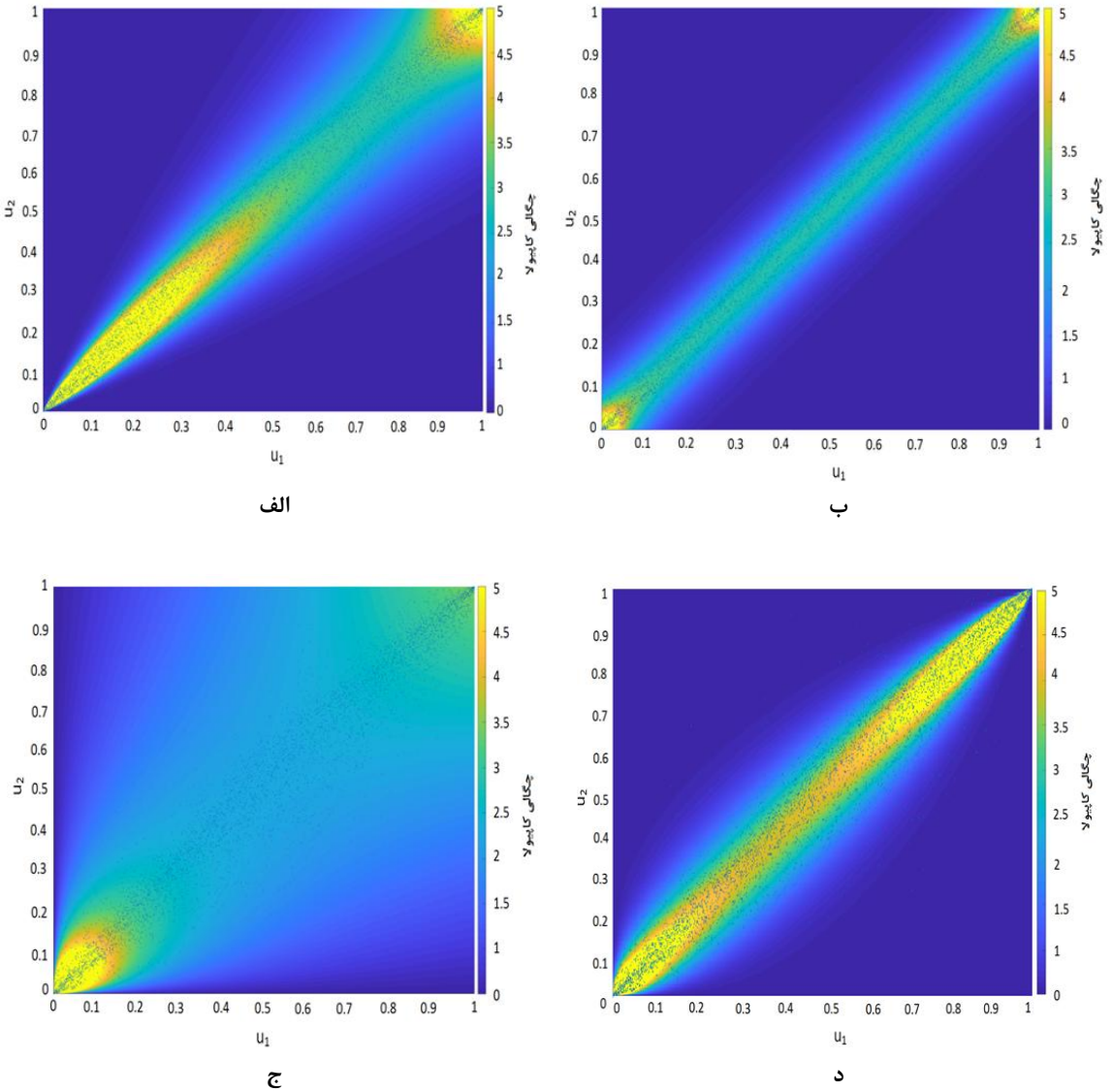
[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]
[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]

واقع همبستگی دو سری زمانی را با نقاطی مشخص می‌کند. نمایش توام آن با چگالی کاپیولاها، الگوی وابستگی *ZTD* ها در پیکسل‌های موردنظر را به طور واضح‌تری نمایان می‌کند. در این اشکال، محورهای افقی و قائم، سری‌های زمانی حاشیه‌های تک متغیره بوده و تغییر رنگ آبی تا زرد تغیر شدت چگالی کاپیولاها از مینیمم تا ماکزیمم مقدار را نشان می‌دهد. مطابق شکل (۴-د) چگالی کاپیولای گامبِل دارای تراکم بیشتر جفت مشاهدات در دُم‌ها می‌باشد که از این لحاظ با پراکندگی داده‌های مورد ارزیابی همخوانی دارد.



شکل ۳: مقایسه کاپیولاهای تئوریک و تجربی *ZTD* های مربوط به دو المان. الف) کاپیولای کِلِیتون ب) کاپیولای فِرانک. ج) کاپیولای *AMH* د) کاپیولای گامبِل. (نقاط قرمز کاپیولاهای تجربی و نقاط آبی کاپیولاهای تئوریک می‌باشند.)

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]
[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]



شکل۴: بررسی انطباق *ZTD* ها بر روی چگالی کاپیولاهای مورد ارزیابی. الف) کاپیولای کِلیتون ب) کاپیولای فِرانک. ج) کاپیولای *AMH* د) کاپیولای گامبِل

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله ساختار وابستگی کمیّت تاخیر زنیتی محاسبه شده با استفاده از پارامترهای هواشناسی در بخشی از جنوب آلمان و نواحی همسایه آن در کشورهای اتریش و چک مورد ارزیابی قرار گرفت. در این راستا، چهار کاپیولای ارشمیدسی کِلیتون، فِرانک، *AMH* و گامبِل با قابلیت مدل کردن داده‌هایی با ساختار وابستگی مختلف به کار گرفته شد. سپس با دو معیار متداول *AIC* و *BIC* کاپیولای مناسب برای مدل کردن کامل وابستگی‌ها انتخاب شد.

بر اساس نتایج، در حالت کلی کاپیولای گامبِل و در پاره‌ای از موارد فِرانک به عنوان بهترین کاپیولا برای مدلسازی کلیه وابستگی‌ها در کمیت تاخیر تروپسفری در منطقه مذکور تشخیص داده شد. این موضوع نشان-

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]
[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]

دهنده وجود نا متقارن در ساختار وابستگی داده‌های تاخیر تروپوسفری با جابه‌جایی در امتداد ارتفاعی از سطح زمین تا انتهای تروپسفر می‌باشد. این بدین معنا است که وابستگی‌ها در اغلب موارد بر روی بیشترین مقادیر (وابستگی دُمی بالا) و کمترین مقادیر (وابستگی دُمی پایین) و نه در کل داده‌ها – چنانکه ضریب همبستگی پیِرسون پیش بینی می‌کند - متمرکزند. بنابراین، ضریب همبستگی پیِرسون به تنهایی نمی‌تواند همواره گویای وابستگی‌های بین آن‌ها باشد و ارزیابی-هایی که تنها مبتنی بر همبستگی خطی انجام می‌گیرد به نتایجی ناقص در مدلسازی‌ها منتهی می‌شود.

از طرفی هر دو کاپیولای پیشنهادی وابستگی دُمی مثبت بیشتری را پیشنهاد می‌کنند. این موضوع به معنی همبستگی قوی داده‌های با مقادیر بیشتر این کمیت با یکدیگر است. البته این وابستگی در گامبِل بسیار قوی‌تر دیده شده و انتخاب آن در بیشتر موارد نشان‌دهنده شدت بیشتر وابستگی دُمی بالا در *ZTD* ها می‌باشد. بر این اساس، به عنوان مثال در مدل‌سازی توموگرافیک تروپسفر؛ این موضوع استفاده از المان‌های هم بُعد را حتی در یک لایه فشاری، رویکردی مردود در فرایند گسسته سازی این مساله معکوس می‌داند. به طور مشابه، بر اساس این نتایج مدل توموگرافی با زمان پاسخ ثابت (مثلاً سه ساعته) منعکس کننده ساختار وابستگی واقع بینانه‌ای از شرایط واقعی نیست. بررسی ساختار وابستگی تاخیر تروپسفری در المان‌های مختلف یک مدل توموگرافی می‌تواند دینامیک موجود در تغییرات این لایه از جو زمین را در طراحی مدل توموگرافی منعکس نماید.

مراجع

[1] N. S. Altman and M. Krzywiski, "Points of Significance: Association, correlation and causation," Nature methods, vol. 12, pp. 899-900, 2015.

[2] M. Khoshmanesh and M. Mashhadi Hossainali, "Constraints on a geodetic time transfer network in Iran," Arabian Journal of Geosciences, 2013.

[3] M. Rothacher, "Orbits of Satellite Systems in Space Geodesy," Geod.-Geophys. Arb. Schweiz,, vol. 46, 1992.

[4] M. Rothacher, T. A. Springer, S. Schaer, and G. Beutler, "Processing Strategies for Regional GPS Networks ,"presented at the IAG General Assembly in Rio, Rio, 1997.

[5] M. Meindl, S. Schaer, U. Hugentobler, and G. Beutler, "Tropospheric Gradient Estimation at CODE: Results from Global Solutions, in Applications of GPS Remote Sensing to Meteorology and Related Fields, ," Journal of the Meteorological Society of Japan, vol. 82(1B), pp. 331-338, 2004.

[6] G. Xu., GPS Theory, Algorithms and Applications, 2nd ed.: Springer, 2007.

[7] M. Meindl, S. Schaer, U. Hugentobler, and G. Beutler., "Tropospheric gradient estimation at code: Results from global solutions " Journal of the Meteorological Society of Japan, vol. 82 (1B), pp. 331–338.

[8] S. Petrović, "Maximal Correlation Adjustment in Physical Geodesy," Berlin, Heidelberg, 1993, pp. 242-245.

[9] G. O. Jerez and D .B. M. Alves, "Generation and Performance Analysis of GPS and GLONASS Virtual Data for Positioning Under Different Ionospheric Conditions," Boletim de Ciências Geodésicas, vol. 25, 2019.

[10] G. U. Yule and M. G. Kendall, An introduction to the theory of statistics, 14th ed., 5th impression ed. New York: Hafner Publishing Company, 1968.

[11] M. G. Kendall, Rank Correlation Methods, 4th ed.: London Griffin, 1970.

[12] P. Embrechts, A. J. McNeil, and D. Straumann, "Correlation: Pitfalls and alternatives ,"Risk, vol. 12, pp. 69-71, 1999.

[13] A. Sklar, "Fonctions de repartition a n dimensions et leurs marges," de l'Institut de Statistique de l'Universite de Paris, vol. 8, pp. 229-231, 1959.

[14] S. Daul, E. D. Giorgi, F. Lindskog, and A. J. McNeil, "The grouped t-copula with an application to credit risk," vol. 16, pp. 73–76, 2003.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]
[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]

[15] D. H. Oh and A. J. Patton, "Modelling dependence in high dimensions with factor copulas," Journal of Business and Economic Statistics, 2015.

[16] G. Mercier, G. Moser, and S .Serpico, "Conditional Copula for change detection on heterogeneous SAR data," Barcelona, Spain, 2007.

[17] A. Sundaresan. and P. K. Varshney, "Location estimation of a random signal source based on correlated sensor observations," IEEE Trans. Signal Process., vol. 59, pp. 787–799, 2011.

[18] A. Sundaresan, P. K. Varshney, and N. S. V. Rao, "Copula-based fusion of correlated decisions," IEEE Trans. Aerosp. Electron . Syst., vol. 47, pp. 454–471, 2011.

[19] S. Iyengar, P. K. Varshney, and T. Damarla, "A parametric copula based framework for hypotheses testing using heterogeneous data," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 59, pp. 2308 - 2319, 2011.

[20] A. Subramanian, A. Sundaresan., and K. Varshney, "Fusion for the detection of dependent signals using multivariate Copulas," in Proceedings of the 14th International Conference, Chicago, IL, 2011, pp. 1-8.

[21] A. Ba´rdossy and J. Li, "Geostatistical interpolation using copulas," WATER RESOURCES RESEARCH vol. 44, 2008.

[22] G. Mercier, S. Derrode ,W. Pieczynski, J. Nicolas, A. Joannic-Chardin, and J. Inglada, "Copula-based Stochastic Kernels for Abrupt Change Detection," in International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), 2006.

[23] N. Brunel and W. Pieczynski, "Unsupervised signal restoration using hidden Markov chains with Copulas.," Signal Processing, vol. 85, pp. 2304–2315, 2005.

[24] N. Brunel, W. Pieczynski, and S. Derrode, "Copulas in vectorial hidden markov chains for multicomponent image segmentation,," presented at the ICASSP'05, Philadelphia, USA,, 2005.

[25] S. Vogl, P. Laux, W. Qiu, G. Mao, and H. Kunstmann, "Copula-based assimilation of radar and gauge information to derive bias-corrected precipitation fields.," Hydrol. Earth Syst. Sci. , vol. 16, pp. 2311–2328, 2012.

[26] L. Neppel, N. Pujol, and R. Sabatier, "A multivariate regional test for detection of trends in extreme rainfall: the case of extreme daily rainfall in the French Mediterranean area," Advances in Geosciences, vol. 26, pp. 145–148, 2011.

[27] S. Modiri",Copula-based analysis of correlation structures in case of GRACE coefficients," Master, Geodesy, Stuttgart, 2015.

[28] S. Modiri, S. Belda, R. Heinkelmann, M. Hoseini, J. M. Ferrándiz, and H. Schuh, "Polar motion prediction using the combination of SSA and Copula-based analysis," Earth, Planets and Space, vol. 70, 2018.

[29] R. B. Nelsen, An introduction to Copulas, 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 2006.

[30] J. Rank, Copulas: From Theory to Application in Finance: Wiley, 2007.

[31] Aas. K., "Modelling the dependence structure of financial assets: Asurvay of four copulas," SAMBA/22/04, 2004.

[32] P. Embrechts, F. Lindskog, and A. McNeil, "Modelling dependence with copulas and applications to risk management.," in Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, S. Rachev, Ed., ed: Elsevier, 2003.

[33] C. Genest and L. Rivest, "Statistical Inference Procedures for Archimedean Copulas," Journal of the American Statistical Association, vol. 88, pp. 1034–1043, 1993.

[34] U. Cherubini, E. Luciano, and W. Vecchiato, Copula methods in finance. England: Wiley, 2004.

[35] F. Durante and C. Sempi, "Copula Theory: An Introduction," in Copula Theory and its Applications. vol. 198, F. Durante, W. H. ardle, P. Jaworski, and T. Rychlik, Eds., ed: Springer, 2010, pp.31-3 .

[36] C. Genest, K. Ghoudi, and L. P. Rivest, "A semiparametric estimation procedure of

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]
[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]

dependence parameters in multivariate families of distributions.," Biometrika, vol. 82, pp. 543–552, 1995.

[37] C. Topcu, "Comparison of some selection criteria for selecting bivariate Archimedean Copulas," AKU-J. Sci. Eng., vol. 16, pp. 250-255, 2016.

[38] A. Dias and P. Embrechts, "Dynamic Copula Models for Multivariate High Frequency Data in Finance," Quantitative Finance, vol. 3, pp. 1-16, 2004.

[39] H. Parra Palaro and L. Koodi Hotta, "Using Conditional Copula to Estimate Value at Risk," Journal of Data Science, vol. 4, pp. 93-115, 2006.

[40] R. Ghoddousi-Fard, "Modelling tropospheric gradients and parameters from NWP models: Effects on GPS estimates.," PhD ,Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, 2009.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]
[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]

K. N. TOOSI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
FACULTY OF GEODESY AND GEOMATICS ENGINEERING

Journal of Geospatial Information Technology
Vol.9 No.2, Summer 2021

Research Paper

Appropriate Copula Investigation for Modeling Dependence Structure of Troposperic Delay Data in the Mountainous Area of Central Europe

Roya Mousavian [1], Masoud Mashhadi Hossainali [2]*, Cristof Lorenz [3]

1- PhD student of Geodesy in Department of Geodesy and Geomatics, K. N. Toosi University of Technology
2- Associate Professor in Department of Geodesy and Geomatics, K. N. Toosi University of Technology
3- Institute of Meteorology and Climate research Atmospheric Environmental Research (IMK-IFU), Karlsruhe Institute of Technology

Abstract

Troposphere is the lowest and one of the most complex layers of the Earth's atmosphere from the electromagnetic signal travelling point of view. Electromagnetic signals in travelling through this medium are affected and received by a delay in receivers. In GNSS applications, regardless of treating the impact as a signal or noise, it has to be modeled efficiently. To this end, the problem is firstly discretized in space and time. To adopt an appropriate time and spatial resolution for the model, a-priori information on the dependence structure of the input data is inevitable. This study applies Copula as a mathematical tool for modeling the dependence structure of the Zenith Tropospheric Delays (ZTD). For this purpose, four of the most common Archimedean Copulas, i.e. Frank, Clayton, Gumbel and Ali-Mikhail-Haq (AMH) are used. In this research, south-east of Germany together with the neighboring areas in Czech Republic and Austria are selected as the study region. For this evaluation, hourly time series of ZTDs from April to October 2016 are calculated using three dimensional meteorological parameters extracted from the Weather Research and Forecast (WRF) model. Appropriate Copula is detected by two common criteria, i.e. Akaike Information Criterion (AIC) and Bayesian Information Criterion (BIC). The obtained results in most cases suggest Gumbel Copula for the test field. This Copula is asymmetric and exhibits tail dependence, especially the upper form within the input data. This implies tropospheric delays are more associated when approaching the larger values. Moreover, the results approve that the Pearson correlation is not always an appropriate measure for analyzing the dependence structure in the local scale troposphere modeling. Also, the obtained results emphasize on the necessity of applying a dynamic model based on the dependence structure of tropospheric delays.

Key words: *Copula, Model Selection, Dependence Structure, Tropospheric Delay.*

Correspondence Address: *K. N. Toosi University of technology, Faculty of Geodesy and Geomatics – Geodesy group, Tehran, Iran.*
Tel : *+98 21 88877071*
Email: *Hossainali@kntu.ac.ir*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-02-20]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1400.9.2.2.1]
[DOI: 10.52547/jgit.9.2.51]