نشریه علمی مهندسی فناوری اطلاعات مکانی

سال یازدهم، شماره چهارم، زمستان ۱۴۰۲

Vol.11, No.4, Winter 2024

۳۶- ۲۱

مقاله پژوهشی

پیش‌تحلیل مدل‌های بازسازی توموگرافیک بخار آب مبتنی بر تحلیل ماتریس طراحی فضای مدل با ترکیب‌های متفاوت از مشاهدات ماهواره‌های *GNSS*

الهه صادقی[1*]، مسعود مشهدی حسینعلی[2]، عبدالرضا صفری[3]

۱- دانشجوی دکتری ژئودزی، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، دانشکدگان فنی، دانشگاه تهران

۲- دانشیار گروه ژئودزی، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۳- استاد، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، دانشکدگان فنی، دانشگاه تهران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۶/۲۲ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۱۰/۰۵

چکیده

با توجه به اینکه بخار آب نقش کلیدی در تغییرات آب‌وهوایی ایفا می‌کند، مدل‌سازی این کمیت با بالاترین دقت و کمترین هزینه همیشه مورد توجه محققین بوده است. تکنیک توموگرافی از طریق آنالیز اثر لایه تروپوسفر بر روی سیگنال‌های ماهواره‌های *GNSS* به مدل‌سازی چهار بعدی بخار آب می‌پردازد. مجهول مسئله درتوموگرافی بخار آب مبتنی بر المان‌های حجمی، میزان این کمیت در هر المان می‌باشد. یکی از مشکلات اساسی در توموگرافی تروپوسفر، عدم وجود و یا وجود تعداد ناکافی سیگنال در برخی از المان‌های حجمی است. برای بررسی و ارزیابی کارایی مدل‌های توموگرافی نیاز است که قبل از اجرای آن اعتبار مدل مورد بررسی قرار گیرد. در تحقیق پیشرو، میزان اثرگذاری دو پارامتر در بهبود بازسازی توموگرافیک انکسارپذیری‌تر تروپوسفر از طریق آنالیز آماری ماتریس طراحی مدل مورد بررسی قرار گرفته است. اولین مورد بررسی تاثیر افزایش مشاهدات در مسئله توموگرافی با بکارگیری ترکیب‌های متفاوتی از سیگنال‌های ماهواره‌های *GNSS* و مورد دوم بررسی تأثیر اندازه المان‌های حجمی مدل در کیفیت مدل‌سازی توموگرافیک انکسارپذیری‌تر است. در این مطالعه از ماتریس رزولوشن و تابع گسترش آن برای ارزیابی اعتبار مدل‌های پیشنهادی، در مرحله پیش آنالیز بهره‌گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که استفاده از مشاهدات تمامی ماهواره‌ها باعث افزایش کیفیت مدل‌ها می‌شود ولی این میزان چندان قابل توجه نمی‌باشد. به عنوان مثال در مدل توموگرافی با رزولوشن افقی ۴۰ کیلومتر با افزایش ۶۵ درصدی میزان مشاهدات با بکارگیری تمام ماهواره‌های فعال، تنها ۷ درصد کمبود مرتبه ماتریس طراحی در روز مورد مطالعه بهبود پیدا کرده است و مقادیر تابع گسترش تقریباً در تمامی مدل‌ها با یکدیگر برابری می‌کنند. در مقابل بزرگ کردن ابعاد افقی شبکه می‌تواند تاثیر بهتری در کیفیت مدل‌ها داشته باشد؛ به گونه‌ای که مقادیر تابع توسعه هنگامی که تنها از مشاهدات *GPS* استفاده شده از مقدار ۰٫۲ در مدل با ابعاد افقی ۳۰ کیلومتر به ۰٫۰۴ در مدل با ابعاد افقی ۵۰ کیلومتر کاهش پیدا کرده است. در واقع افزایش مشاهدات در کنار روش‌های دیگر مانند معرفی ابعاد بهینه المان‌های حجمی می‌تواند در افزایش کیفیت مدل‌های توموگرافیک انکسارپذیری‌تر موثر باشد.

کلید واژه‌ها : *GNSS* توموگرافی، ماتریس طراحی، ماتریس رزولوشن، تابع گسترش.

[*] نویسنده مکاتبه کننده: تهران، خیابان کارگر شمالی، بالاتر از جلال آل احمد، دانشکدگان فنی دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی.

تلفن: ۰۲۱۸۸۰۰۸۸۴۴

Email: Sadeghi.Elaheh@ut.ac.ir

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

۱- مقدمه

بخار آب نقش بسیار مهمی در شکل‌گیری پدیده‌های جوی مانند بارش باران و برف، همچنین آلودگی هوا بازی می‌کند. به همین جهت، پایش و تعیین توزیع و تغییرات آن در اتمسفر از اهمیت زیادی برخوردار است. دانش دقیق از توزیع سه‌بعدی این پارامتر متغیر، المان کلیدی برای پیش‌بینی آب‌وهوا و تغییرات اقلیمی در کاربردهای هواشناسی است[۱، ۲ و ۳]. توزیع غیر یکنواخت این پارامتر از نظر زمانی و مکانی به دلیل پویایی جو و پدیده‌های جوی است که بالای سطح زمین رخ می‌دهد. تکنیک‌های متنوعی برای اندازه‌گیری بخار آب در جو وجود دارد، از آن جمله می‌توان به لیدار[۱] [۴ و۵] رادیومتر[۲] بخار آب [۶]، سنسورهای زمینی [۷ و۸] و رادیوسوند[۳] اشاره کرد. از مسائل مورد توجه محققین پایش بخار آب موجود در جو با دقت بالاتر و هزینه پایین‌تر است. با توجه به اثرگذاری تأخیری در سیگنال‌های ارسالی از ماهواره‌های سیستم‌های تعیین موقعیت ماهواره‌ای جهانی (GNSS[۴]) در ایستگاه‌های ردیابی، مسئله بازسازی توموگرافیک میدان بخار آب یا انکسارپذیری‌تر با بهره‌گیری از مشاهدات ماهواره‌های GNSS مطرح و گسترش آن مورد توجه محققین قرار گرفته است [۹ و۱۰].

در بین ماموریت‌های GNSS موجود، استفاده از مشاهدات گیرنده‌های GPS به دلیل پیشینه زیاد در بین متخصصین به عنوان نخستین اندازه‌گیری‌ها در مدل‌سازی بخار آب بکار گرفته شده است. توموگرافی بخار آب مبتنی بر تأخیر در دریافت سیگنال GPS برای اولین بار توسط بویس ارائه گردید [۱۱]. تا کنون تحقیقات بسیاری در راستای بهبود مدل‌های توموگرافی با GPS صورت گرفته است که از آن‌ها می‌توان به [۱۲، ۱۳ و ۱۴] اشاره نمود. با بروز رسانی سامانه GLONASS[۵] و پیشرفت قابل توجه در ماهواره‌های BDS[۶] و Galileo، بهره‌گیری از تمامی مشاهدات GNSS می‌تواند در بهبود کیفیت بازسازی توموگرافیک بخار آب مؤثر باشد [۱۵ و۱۶].

در GNSS توموگرافی دو رویکرد مورد بررسی است؛ توموگرافی بخار آب مبتنی بر المان‌های حجمی که روش مورد استفاده در این تحقیق است و به تفصیل مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد و توموگرافی بخار آب مبتنی بر توابع پایه. مجهولات در GNSS توموگرافی مبتنی بر توابع پایه، ضرایب توابع پایه متعامد هستند. از اولین مطالعات صورت گرفته در این زمینه می‌توان به تحقیقات ژائو و همکاران (۲۰۱۸) اشاره کرد [۱۷]. در زمینه توسعه و بهبود توموگرافی بخار آب مبتنی بر توابع پایه تحقیقات زیادی صورت گرفته است که از آن‌ها می‌توان به تحقیقات حاجی‌آقا جانی و عامریان (۲۰۲۰) اشاره کرد [۹]. آن‌ها در مطالعات خود از توابع پایه اسپیلاین برای بازسازی توموگرافیک چگالی بخار آب در لایه‌های ارتفاعی استفاده کردند [۹]. در راستای بهبود توموگرافی تروپوسفر مبتنی بر توابع پایه نیز مطالعات صورت گرفته شده است از آن جمله می‌توان به تحقیقات دهواری و همکاران (۲۰۲۲) اشاره نمود [۱۸]. آن‌ها در تحقیقات خود کاربرد مشاهدات رخداد آکولتیشن[۷] را به جبران کمبود مشاهدات در مناطقی که ایستگاه های GNSS از تراکم مطلوبی برخوردار نیست مطرح کردند. نتایج نشان می‌دهد که تلفیق مشاهدات رخداد آکولتیشن با مشاهدات سیگنال‌های GPS افزایش دقت مقادیر حاصل از بازسازی توموگرافیک انکسارپذیری‌تر را به همراه دارد [۱۸].

در توموگرافی بخار آب مبتنی بر المان‌های حجمی، تروپوسفر به مجموعه محدودی از عناصر، معروف به

[1] Lidar
[2] Radiometer
[3] Radiosonde
[4] Global navigation satellite system
[5] Global Navigation Satellite System
[6] BeiDou Navigation Satellite System
[7] Radio Occultation

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

وکسل[1]، تقسیم می‌شود [۱۹] و از تأخیر سیگنال‌های دریافتی از ماهواره‌های GNSS در بازسازی بخار آب تروپوسفر در هریک از این وکسل‌ها استفاده می‌شود [۲۰]. از مشکلات اساسی در این تکنیک، نبود و یا عدم وجود تعداد کافی سیگنال به دلیل محدود بودن تعداد گیرنده‌ها و زاویه ارتفاعی ماهواره‌ها در برخی از وکسل‌ها است که باعث کمبود مرتبه ماتریس طراحی می‌شود [۲۱ و۲۲]. به همین جهت گروهی از محققان در زمینه یافتن روش‌های مختلف برای مقید کردن مسئله و یافتن یک راه حل منحصر به فرد تحقیق می‌کنند. تحقیقات صورت گرفته در توسعه مدل‌های توموگرافی در راستای حل این مسئله متمرکز بوده است [۲۳، ۲۴، ۲۵ و ۲۶].

در زمینه آنالیز اولیه و ارزیابی کارایی مدل‌های توموگرافی، اخیراً تحقیقاتی صورت گرفته شده است؛ به عنوان نمونه انتخاب سایز وکسل‌ها که بیشتر مبتنی بر افزایش تعداد مشاهدات در آن‌ها و حذف وکسل‌هایی است که یا تقاطعی در آن‌ها رخ نداده و یا تعداد مشاهدات در آن‌ها کافی نیست [۲۷، ۲۸ و ۲۹]. با توجه به این اصل که در توموگرافی بخار آب، فرض بر همگن بودن میزان بخار آب در تمام فضای اشغال شده توسط هر وکسل است، ابعاد وکسل‌ها باید به گونه‌ای باشد که هم در برگیرنده مشاهدات کافی بوده و هم میزان بخار آب در فضای اشغال شده توسط وکسل همگن باشد. از دیگر تحقیقات در زمینه آنالیز اولیه می‌توان به تحقیقات صادقی و همکاران (۲۰۲۲) اشاره کرد که با بهره‌گیری از مدل‌های عددی هواشناسی به عنوان دانش اولیه از شرایط جوی، ابعاد وکسل‌ها را متناسب با دینامیک جو تعیین کرده‌اند [۳۰]. اداوی و همکاران (۲۰۲۲) نیز تحقیقاتی در زمینه بهره‌گیری از گسترش ماتریس رزولوشن[2] در راستای ارزیابی کیفیت مدل توموگرافی بدون استفاده از داده‌های مرجع انجام دادند. در این تحقیقات تابع گسترش بکوس-گیلبرت (BG[3]) به عنوان روشی آماری برای ارزیابی کیفیت مدل توموگرافی معرفی گردیده است [۳۰].

با توجه به چالش‌های موجود در مسئله توموگرافی بخار آب که به مواردی از آن‌ها اشاره شد؛ آنالیز اولیه مدل توموگرافی می‌تواند در مدیریت هزینه، زمان و حجم محاسبات مؤثر باشد. به این جهت ما در این تحقیق چند مدل توموگرافی را با استفاده از گروه‌های متفاوتی از مشاهدات GNSS تشکیل و کارایی آن‌ها با ماتریس رزولوشن مورد بررسی قرار داده‌ایم. علاوه بر آن از تابع گسترش BG برای ارزیابی کیفیت و کارایی مدل‌های نام برده بهره‌گرفته‌ایم. تمامی این موارد و خلاصه‌ای از تئوری بازسازی توموگرافیک انکسارپذیری تر با استفاده از مشاهدات GNSS، مباحثی است که در بخش متدولوژی به تفصیل بیان شده است. پیاده سازی و نتایج عددی روش پیشنهادی برای سه مدل توموگرافی با رزولوشن افقی (ابعاد افقی) متفاوت وکسل‌ها، بررسی آماری ماتریس رزولوشن و گسترش آن در قالب نمودارها و جداول در بخش نتایج عددی گردآوری گردیده است.

۲-تئوری و روش

در این بخش از مقاله در ابتدا اساس بازسازی توموگرافیک انکسار پذیری‌تر با استفاده از مشاهدات ماهواره‌ای بیان شده است و در ادامه تئوری ماتریس رزولوشن و کارایی آن در ارزیابی کیفیت مدل‌های توموگرافی معرفی شده است. در بخش پایانی این قسمت تئوری و مفهوم گسترش ماتریس رزولوشن بیان شده است.

۲-۱- اساس بازسازی توموگرافیک تروپوسفر

در مسئله GNSS tomography با توجه به کمیت مشاهده شده؛ خروجی‌های متفاوتی از معادلات مشاهدات قابل استخراج است. اگر کمیت مشاهده شده

[1] Voxel
[2] spread of the resolution matrix
[3] Backus-Gilbert spread function

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

به عنوان ورودی مسئله، SWD[1] (تأخیر تر مایل) باشد؛ خروجی معادلات مشاهدات، انکسار پذیری‌تر تروپوسفر خواهد بود (رابطه (۱)) [۱۹] و اگر ورودی مسئله SWV[2] (بخار آب مایل) باشد نتیجه حاصل از معادلات مشاهدات، بازسازی چگالی بخار آب منطقه مطالعاتی است (رابطه (۲)) [۳۲].

رابطه(۱) $$SWD = 10^{-6}\int_s N_w\, ds$$

رابطه(۲) $$SWV = 10^{-6}\int_s \rho_w\, ds$$

در روابط (۱) و (۲)، S مسیر سیگنال بین یک ماهواره و یک گیرنده، N_w پارامتر انکسار پذیری تر و ρ_w چگالی بخار آب می‌باشد. دو کمیت نام برده را می‌توان با اطلاعات اضافی به یکدیگر تبدیل کرد [۱۱]:

رابطه(۳) $$SWV = \frac{10^5}{\left(k_3/T_m + k_2'\right).R_v}\, SWD$$

در رابطه(۳)، $k_3 = 3.776\times10^5\ \mathrm{K^2hPa^{-1}}$ و $k_2' = 16.48\ \mathrm{KhPa^{-1}}$ ضرایب انکسارپذیری، $R_v = 461\mathrm{JKg^{-1}K^{-1}}$ ثابت گاز و T_m متوسطی وزن‌دار از دمای تروپوسفر[3] می‌باشد که براساس داده‌های هواشناسی محاسبه می‌شود [۳۳].

در مدل‌سازی توموگرافیک مبتنی بر وکسل، مدل به صورت یک شبکه متشکل از وکسل‌هایی است که درفضای اشغال شده توسط هر یک از آن‌ها، مجهول مورد نظر ثابت فرض می‌شود. بنابراین لازم است که معادلات انتگرال در روابط (۱) و (۲) به فرم گسسته باز نویسی گردند (رابطه (۴)) [۱۳]. در این تحقیق انکسارپذیری تر به عنوان مجهول در نظر گرفته شده است؛ به همین جهت از آوردن روابط مربوط به چگالی بخار آب صرفه نظر می‌گردد.

رابطه(۴) $$SWD_i = 10^{-6}\sum_{j=1}^{n} N_{wj}\,\Delta s_j$$

در رابطه(۴)، j نشان‌دهنده وکسلی است که i امین سیگنال آن را قطع می‌کند. به این ترتیب نمایش ماتریسی رابطه (۴) به صورت رابطه (۵) می‌باشد [۱۹].

رابطه(۵) $$b = AX$$

در رابطه(۵)، X بردار مجهولات(N_w)، A ماتریس طراحی و شامل طول‌های Δs_j است [۳۲]. ماتریس A ماتریسی $(m\times n)$ است که در آن (m) تعداد مشاهدات بوده و وابسته به تعداد ایستگاه‌ها، رزولوشن زمانی و تعداد ماهواره‌های قابل رویت می‌باشد. تعداد ستون‌های ماتریس (n) تعداد مجولات مسئله می‌باشد که برابر تعداد وکسل‌های مدل توموگرافی است. ماتریس b بردار مشاهدات (SWD) می‌باشد. جهت دستیابی به نحوه محاسبه این کمیت به عنوان مثال به [۲۷] مراجعه کنید.

در توموگرافی مبتنی بر وکسل‌ها، ماتریس A ماتریسی با ابعاد بزرگ و تنک[4] است. علاوه بر این، به دلیل عدم عبور سیگنال از برخی از وکسل‌ها این ماتریس از مرتبه کاملی برخوردار نیست. در نتیجه، جهت اضافه کردن قید(ها)یی به دستگاه معادلات مشاهدات ضروری است [۱۹، ۳۳ و۳۲]. ماتریس طراحی بازتابی از وضعیت هندسی مسئله می‌باشد. لذا، میزان تاثیر تغییر ابعاد وکسل‌ها و تعداد ماهواره‌های مشاهداتی در جواب مساله را می‌توان از طریق ماتریس طراحی بررسی کرد.

۲-۲- ماتریس رزولوشن

همانطور که پیشتر بیان شد؛ یکی از چالش‌های پیش رو در روش توموگرافی، ارزیابی کیفیت پارامترهای مدل بازسازی شده است. ارزیابی ماتریس رزولوشن فضای مدل (R_m) یکی از رایج ترین روش‌ها در این زمینه است. ماتریس رزولوشن تعیین کننده میزان بایاس در یک مسئله معکوس گسسته است. اگر این ماتریس واحد باشد ($R_m = I$) در این صورت تمامی پارامترهای

[1] Slant Wet Delay
[2] slant water vapor
[3] Weighted mean tropospheric temperature
[4] Large sparse

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

مدل به صورت منحصر به فرد قابل برآورد می‌باشند [۳۴]. با توجه به اثر منابع خطا براورد مقدار صحیح پارامتر شکست‌پذیری (N_w^{true}) ازمعادله (۱) ممکن نیست. به عبارت دیگر، $N_w^{true} \neq N_w^{est}$. اگر N_{w0} میدان انکسارپذیری تر اولیه باشد که از مدل های عددی هواشناسی بدست آمده، میزان اختلاف بین این دو کمیت را با استفاده ازرابطه(۶) می‌توان محاسبه کرد [۳۴]:

رابطه(۶) $$N_w^{est} - N_{w0} = C_m A^T G^{-1}[AN_w^{true} - AN_{w0}]$$

بر این اساس، ماتریس زیر حاصل از رابطه (۷) که به ماتریس رزولوشن معروف است بدست می‌آید. این ماتریس، شاخصی را برای ارزیابی میزان صحت نتایج برآورد شده از رابطه (۱) در اختیار می‌گذارد [۳۶ و ۳۸].

رابطه(۷) $$R_m = C_m A^{\dagger} G^{-1} A$$

در رابط(۷)، $A^{\dagger}$ معکوس تعمیم یافته ماتریس A می‌باشد و $C_m = diagonal(d_m N_{w0})$ و δ_m ضریب میرایی[۱] است و در بازه (۱ ۰) تعریف می‌شود [۳۷]. با استفاده از قضیه تجزیه به مقادیر و بردارهای منفرد [۳۸]، اگر S ماتریس مقادیر ویژه A باشد، داریم $A = USV$ و $A^{\dagger} = VS^{-1}U$ که در آن‌ها V و U به ترتیب ماتریس‌های بردارهای منفرد راست و چپ هستند. به این ترتیب ماتریس رزولوشن را به صورت رابطه(۸) می‌توان نوشت [۳۵ و ۳۸]:

رابطه(۸) $$R_m = V_p V_p^T$$

در رابطه(۸)، p تعداد مقادیر منفرد غیر صفر است. اگر فضای پوچ ماتریس A تنها شامل عنصر بدیهی باشد، R_m یک ماتریس واحد و چنانچه $rank(A) = p < n$ ماتریس رزولوشن ماتریسی قطری خواهد بودکه تعدادی از عناصر آن صفراند. پر واضح است که اگر عناصر روی قطر اصلی ماتریس رزولوشن صفر و یا نزدیک به صفر باشد، پارامترهای متناظر با این مقادیر در مدل‌سازی به خوبی بازسازی نمی‌شود [۳۵]. با توجه به ویژگی ماتریس رزولوشن یک طراحی بهینه از هندسه مدل توموگرافی منتج به ماتریس رزولوشن یکه خواهد شد. به عبارت دیگر از ماتریس رزولوشن می‌توان در آنالیز اولیه یک مدل توموگرافی استفاده کرد.

۳-۲- تئوری و مفهوم گسترش ماتریس رزولوشن

از آنجا که ماتریس رزولوشن از ماتریس طراحی بدست می‌آید، نشان‌دهنده هندسه و فیزیک مسئله است و می تواند در مرحله طراحی مدل توموگرافی مورد بررسی قرار داده شود. با توجه به تعریف و نحوه محاسبه ماتریس رزولوشن که در زیر بخش (۲-۲) به طور کامل شرح داده شده است؛ عناصر بزرگ روی قطر با عناصر کوچک خارج از قطر نشان می‌دهند که اگر هندسه و کیفیت داده‌های مشاهداتی به اندازه کافی مناسب باشند، پارامتر مورد نظر به درستی برآورد شود. بر خلاف آن عناصر بزرگ خارج از قطر نشان می‌دهد که پارامتر مورد نظر با کیفیت پایینی برآورد خواهد شد *[۳۰]*. مِنک[۲] (۲۰۱۲) بر اساس ویژگی مطرح شده از ماتریس رزولوشن، گسترش ماتریس رزولوشن را مطرح کرد *[۳۶]*. یکی از ابزارهای شناخته شده در حل مسائل معکوس، گسترش ماتریس رزولوشن مدل برای ارزیابی کیفیت راه‌حل ارائه شده، بدون نیاز به مقادیر مرجع (مانند داده‌های رادیوسوند) و محاسبه کمیت‌های آماری است. این کمیت کیفیت پارامترهای مدل را با در نظر گرفتن خوب بودن داده‌ها، ماتریس وضوح مدل و ماتریس کوواریانس اندازه‌گیری می‌کند. مفهوم اصلی پشت این مقدار، ماتریس وضوح فضای مدل است که حاوی اطلاعات ارزشمندی در مورد ماتریس طراحی و کیفیت مشاهدات است. تابع گسترش ماتریس رزولوشن که در آن از نُرم فِروبنیوس[۳] استفاده شده است، تابع گسترش دریخله نامیده می‌شد؛ اما به دلیل یکسان بودن وزن عناصر غیر قطری علی رغم نزدیک یا دور

[۱] Damping coefficient

[۲] Menke

[۳] Frobenius

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

بودن به عناصر قطری تابع گسترش دریخله معیار مناسبی برای ارزیابی ماتریس رزولوشن نیست. به همین جهت برای حل این موضوع ضریب وزن W_{ij} به رابطه دریخله اضافه گردید. رابطه (۹) بازسازی شده معادله دریخله می‌باشد [۳۶ و ۴۱].

$$Spread(R_{mi}) = \sum_{j=1}^{M} W_{ij}[R_{mi} - d_{mi}]^2 \quad \text{رابطه(۹)}$$

در رابطه(۹)، وزن W_{ij} فاصله بین وکسل i ام با j امین وکسل در واحد کیلومتر در هر لایه ارتفاعی و M تعداد وکسل در هر لایه از مدل است. اگر وزن را معکوس فاصله گاوسی[1] بین هر وکسل با وکسلی دیگر از همان لایه قرار دهیم تابع گسترش حاصل، تابع گسترش بکوس گیلبرت (BG) نامیده می‌شود [۴۰ و ۴۱]. از آنجا که فاصله معکوس گوسی برای وکسل‌هایی از یک لایه ارتفاعی تعریف می‌شود از مخفف BGH[2] برای این تابع گسترش استفاده می‌شود. توابع گسترش دیگری توسط محققین معرفی شده است [۴۳ و ۴۵]. در این تحقیق از تابع گسترش BGH استفاده شده است.

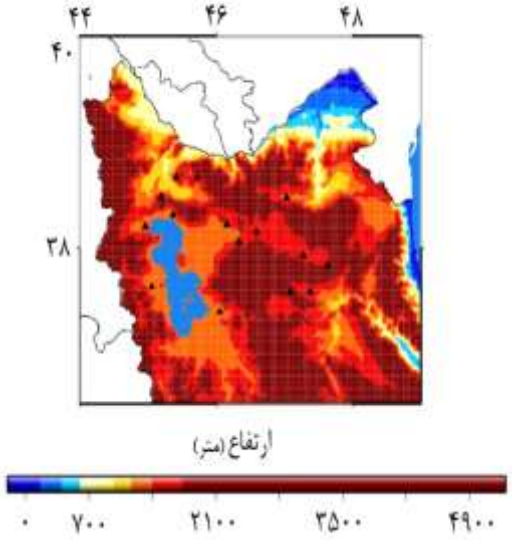
مطالعات صورت گرفته در زمینه کاربرد گسترش ماتریس رزولوشن در پیش تحلیل توموگرافی بخار آب نشان می‌دهد که همبستگی قابل توجهی بین تابع گسترش ماتریس رزولوشن و پارامتر آماری STD[3] وجود دارد [۳۱].

۳- نتایج عددی

در این تحقیق برای بررسی میزان تأثیر افزایش مشاهدات در کیفیت بازسازی توموگرافیک بخار آب اتمسفر و همچنین بررسی میزان تاثیر ابعاد افقی مدل توموگرافی در کیفیت نتایج، چند مدل توموگرافی مورد بررسی قرار گرفته است. مدل‌های توموگرافی با سه تفکیک افقی متفاوت با در نظر گرفتن سه دسته مشاهدات از ماهواره‌های *GNSS* و با بکارگیری ماتریس رزولوشن و تابع گسترش ماتریس رزولوشن مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. نتایج حاصل از پیش آنالیز صورت گرفته در این بخش گزارش شده است.

۳-۱- منطقه مطالعاتی و مدل‌های توموگرافی

برای پیاده سازی روش پیشنهادی در این تحقیق منطقه شمال غربی ایران انتخاب شده است. این منطقه به دلیل داشتن شبکه‌ای نسبتاً متراکم از ایستگاه‌های دائمی *GPS* به عنوان منطقه مطالعاتی انتخاب شد (شکل (۱)). از مشاهدات پانزده ایستگاه دائمی *GNSS* با توزیع مکانی نشان داده شده در شکل (۲) در این تحقیق استفاده شده است. روز ۳۰۰ از سال ۲۰۱۸ میلادی با بیشینه رطوبت نسبی ۹۳ درصد به عنوان یک روز مرطوب جهت مطالعه انتخاب گردیده است.



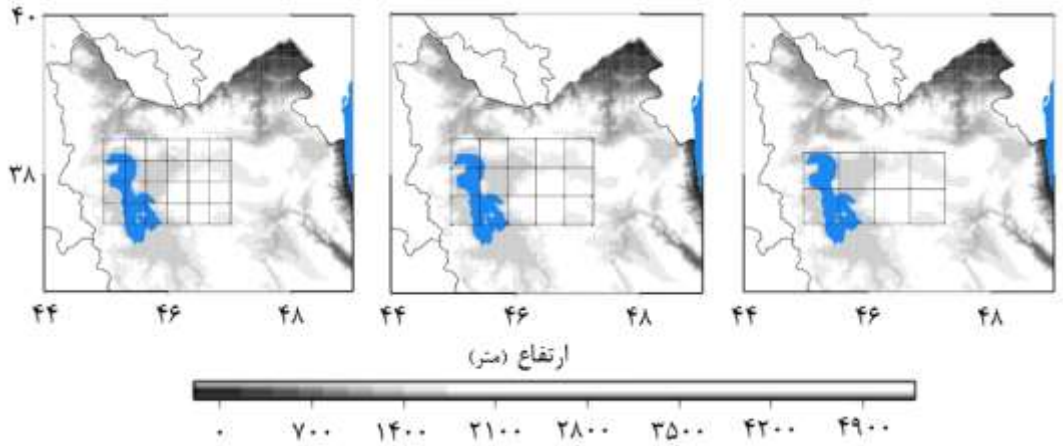
شکل ۱: موقعیت جغرافیایی منطقه مطالعاتی و توزیع ایستگاه‌های دائمی *GPS* در منطقه (با علامت مثلث)

در این تحقیق سه شبکه توموگرافی با ابعاد افقی ۳۰، ۴۰ و ۵۰ کیلومتری جهت بررسی و پیاده سازی روش پیشنهادی در نظر گرفته شده است. از نظر تفکیک ارتفاعی هر سه شبکه مشابه یکدیگر می‌باشند. تفکیک ارتفاعی مدل‌ها به دلیل تغییرات شدیدتر بخار آب اتمسفری، از سطح زمین تا ارتفاع حدود ۴ کیلومتری

[1] Gaussian inverse distance (GID)
[2] The BG spread due to considering GID for every horizontal layer
[3] Standard Deviation (STD)

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

۵۰۰ متر و پس از آن ۱ کیلومتر تا ارتفاع تقریباً ۱۰ کیلومتری از سطح زمین در نظر گرفته شده است. تفکیک زمانی برای هر سه مدل توموگرافی یک ساعت می‌باشد. موقعیت سه شبکه توموگرافی معرفی شده در تصاویر شکل(۲) قابل مشاهده است.



شکل ۲: نمای بالایی از مدل‌های توموگرافیک با تفکیک افقی ۳۰ کیلومتر (تصویر چپ)، تفکیک افقی ۴۰ کیلومتر (تصویر وسط) و مدل با تفکیک افقی ۵۰ کیلومتر (تصویر راست)،

۲-۳- آنالیز ماتریس طراحی

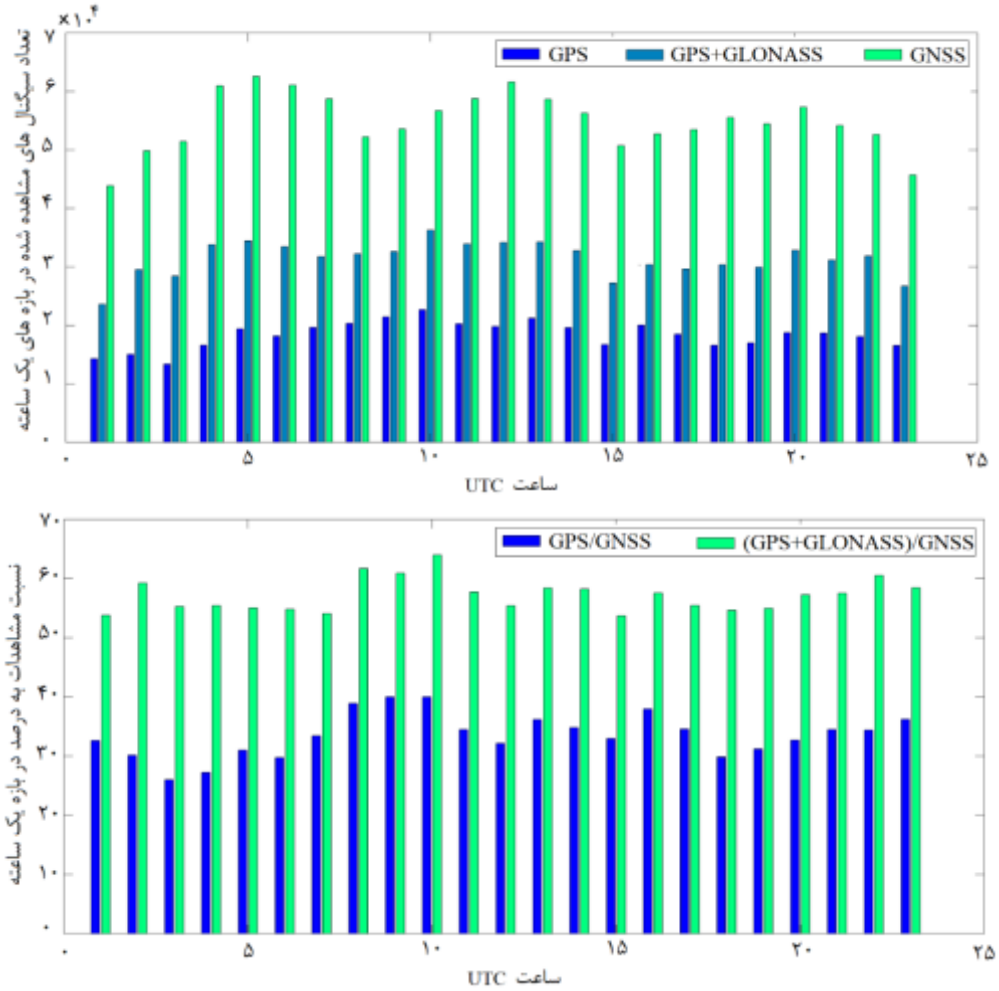
یکی از چالش‌ها در بازسازی توموگرافیک بخار آب عدم وجود تعداد کافی سیگنال در برخی از وکسل‌های شبکه توموگرافی است. از منظر عددی ماتریس طراحی از آرایه‌های نامتجانس برخوردار است به گونه ای که تعدادی از این آرایه‌ها بسیاری مقادیری نزدیک به صفر، برخی دیگر مقادیری کوچک و برخی مقادیری بسیار بزرگ دارند. این عدم تجانس به بزرگ شدن عدد شرط[۱] و بد وضع[۲] شدن مسئله می‌انجامد. در این تحقیق میزان تغییر مرتبه ماتریس طراحی با اضافه کردن مشاهدات بقیه ماهواره‌های *GNSS* به مشاهدات ماهواره‌های *GPS* مورد بررسی قرار گرفته است. افزایش تعداد مشاهدات می‌تواند به کاهش تعداد وکسل که هیچ سیگنال از آن‌ها عبور نکرده است منتهی گردد. کاهش تعداد چنین المان‌هایی استفاده از قیود کمتری را برای رسیدن به جوابی یکه ایجاب می‌کند. به این ترتیب، مقادیر بازسازی شده مجهولات کمتر تحت تاثیر قیود تحمیل شده به مساله مورد نظر خواهند بود. از طرف دیگر افزایش تعداد مشاهدات به افزایش حجم و زمان محاسبات می‌انجامد. در شرایط جوی ناپایدار رسیدن به جوابی واقع بینانه برای مجهولات نیازمند کوچک کردن رزولوشن زمانی است. با توجه به اینکه ماهواره‌های مورد استفاده در تعیین موقعیت و ناوبری برای مطالعات هواشناسی طراحی نشده‌اند، استفاده از مشاهدات ماهواره‌های دیگر در کنار مشاهدات ماهواره‌های سامانه *GPS* ممکن است ناپایداری جواب را در بازه‌های زمانی کوچک تقویت نماید. این نتیجه‌گیری از آن جهت است که هندسه فضایی ماهواره‌ها احتمال دارد به گونه‌ای باشد که باعث افزایش مشاهدات در برخی از وکسل‌ها و عدم مشاهدات کافی در دیگر وکسل‌ها شود.

جهت بررسی مرتبه ماتریس طراحی، سه استراتژی در ترکیب مشاهدات ماهواره‌ای در بازسازی توموگرافیک بخار آب در نظر گرفته شده است: در رویکرد اول فقط

[۱] Condition number
[۲] Ill-posed

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

از مشاهدات ماهواره‌های *GPS* استفاده شده است. استراتژی دوم مشاهدات هر دو دست ماهواره‌های *GLONASS* و *GPS* را در بر می‌گیرد. در رویکرد آخر از مشاهدات تمامی ماهواره‌های فعال *(GPS, GNSS GLONASS, Galileo, BDS)* استفاده می‌شود. از فرض‌های اولیه در تومـوگرافی تروپوسفر پایدار بودن شرایط جوی در بازه‌های زمانی مورد تحقیق است و در پیش‌بینی‌های هواشناسی فرض می‌شود که شرایط جوی در بازه‌های یک ساعته پایدار است به همین علت بررسی‌ها برای یک روز کامل با تفکیک زمانی یک ساعته صورت گرفته شده است. در روز ۳۰۰ از سال ۲۰۱۸ میلادی تعداد کل مشاهدات در هر اپک یک ساعته در سه ترکیب مذکور از ماهواره‌های *GNSS* در شکل(۳) گزارش شده است.

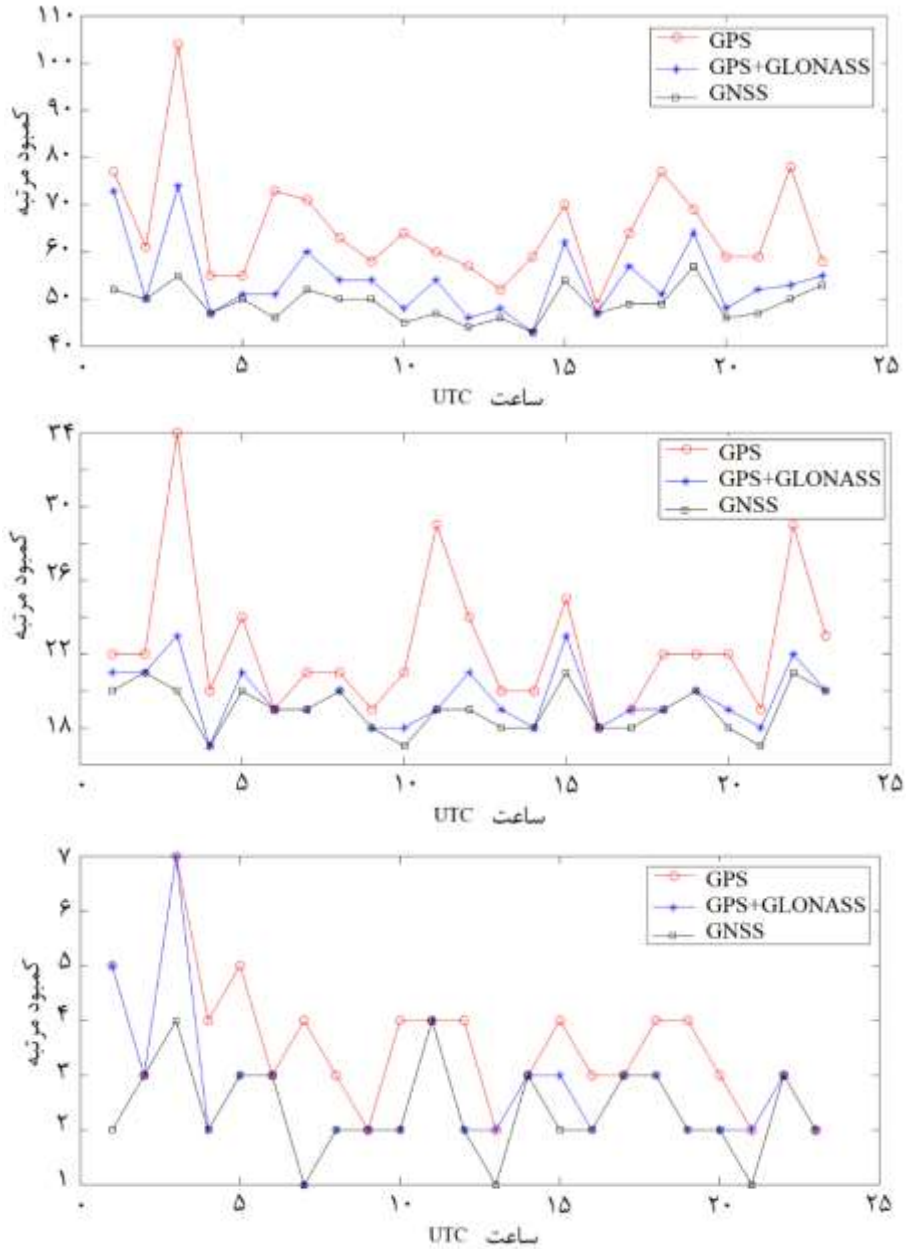


شکل ۳: نمودار بالا، تعداد مشاهدات ماهواره‌های *GNSS* دریافت شده توسط ۱۵ ایستگاه مطالعاتی در روز ۳۰۰ از سال ۲۰۱۸. نمودار پایین، درصد تعداد مشاهدات از ماهواره‌های *GPS* به تمامی ماهواره‌های فعال و درصد تعداد مشاهدات از ماهواره‌های *GPS* به مجموعه مشاهدات از ماهواره‌های *GPS* و *GLONASS*

همانطور که از شکل(۳) مشخص است تنها با استفاده از مشاهدات *GPS* در بهترین حالت فقط از ۴۰ درصد از تمام مشاهدات ماهواره‌های *GNSS* استفاده شده است این میزان به ۲۶ درصد در ساعات اولیه روز کاهش پیدا کرده است و در مقایسه با مجموع مشاهدات *GPS* و *GLONASS*، مشاهدات *GPS* در بیشترین مقدار به ۶۴

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

درصد از مشاهدات رسیده است. مسئله مورد بحث این است که این افزایش تعداد مشاهدات در مدل توموگرافی به چه میزان می‌تواند در کیفیت پارامترهای بازسازی شده تاثیر مثبت داشته باشد. به همین جهت از ماتریس رزولوشن برای بررسی و ارزیابی کیفیت هندسه مسئله توموگرافی استفاده می‌شود. کمبود مرتبه ماتریس طراحی در ترکیب‌های مختلف از ماهواره‌های *GNSS* برای هر سه مدل توموگرافی در شکل(۴) قابل ملاحظه است.

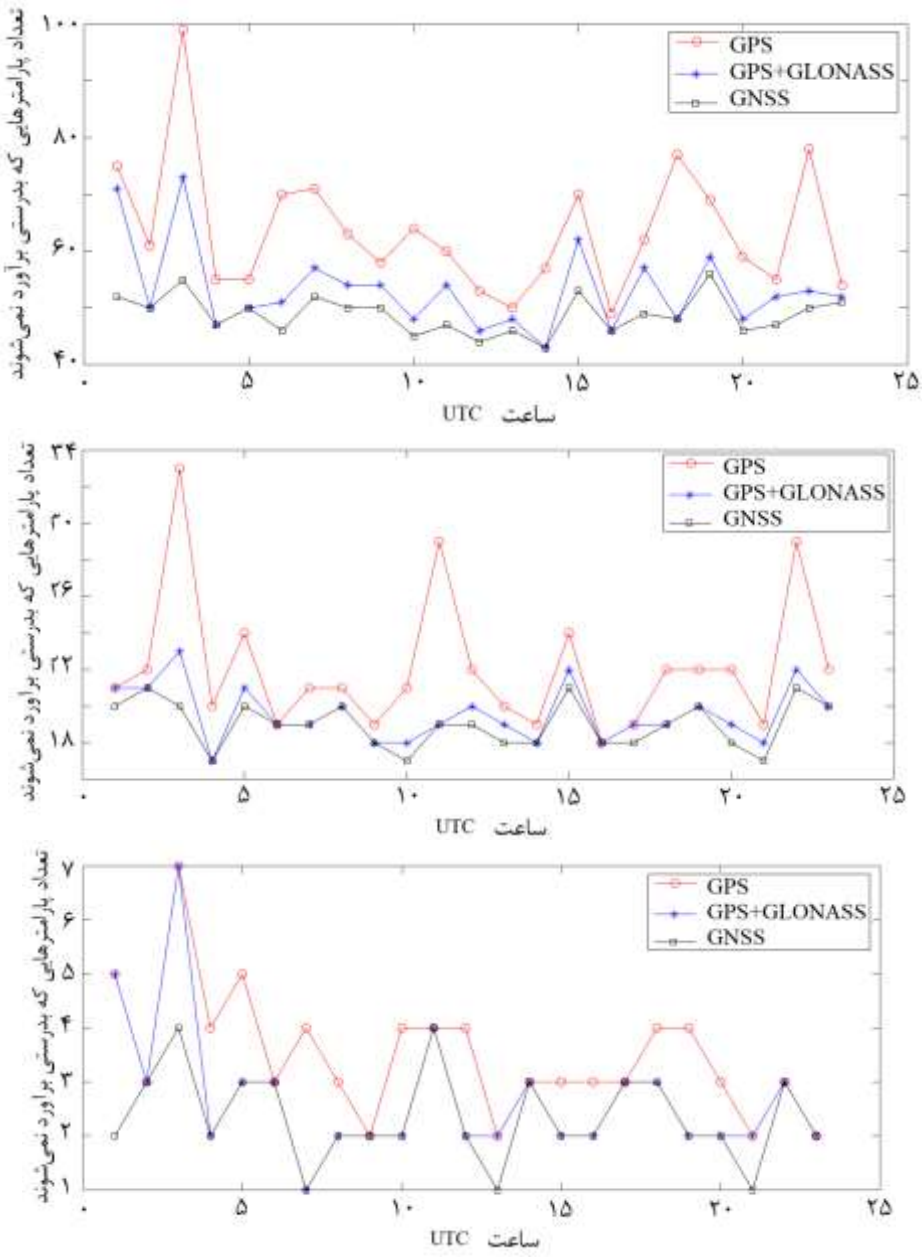


شکل ۴: کمبود مرتبه ماتریس طراحی مدل‌های توموگرافی از بالا به پایین به ترتیب مدل با تفکیک افقی ۳۰، ۴۰ و ۵۰ کیلومتر با اپک‌های زمانی یک ساعته در روز ۳۰۰ از سال ۲۰۱۸

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

همانطور که مشخص است با افزایش تعداد ماهواره‌های مشاهده شده، کمبود مرتبه ماتریس طراحی کاهش پیدا کرده است اما این مقدار حتی در مدل با تفکیک افقی ۵۰ کیلومتری به صفر نمی‌رسد. برای بررسی کیفیت مدل‌های معرفی شده ماتریس رزولوشن تشکیل و مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به تعریف ماتریس رزولوشن، اگر عناصر روی قطر اصلی ماتریس رزولوشن صفر باشد، پارامتر متناظر با آن در مدل‌سازی به خوبی بازسازی نمی‌شود شکل(۵) تعداد عناصر قطر اصلی ماتریس رزولوشن را که برابر صفر است، برای هر سه دسته مشاهدات ماهواره‌ای در هر سه مدل توموگرافی نشان می‌دهد.



شکل ۵: تعداد پارامترهایی از مدل‌های توموگرافی که بدرستی برآورد نمی‌شوند، از بالا به پایین به ترتیب مدل با تفکیک افقی ۳۰، ۴۰ و ۵۰ کیلومتر با اپک‌های زمانی یک ساعته در روز ۳۰۰ از سال ۲۰۱۸

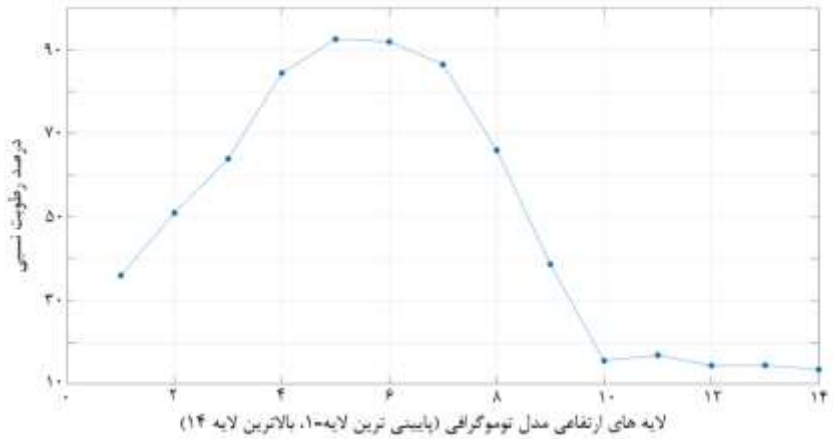
[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

در مدل توموگرافی با تفکیک افقی ۵۰ کیلومتر، تعداد پارامترهایی که به درستی برآورد نمی‌شوند، هنگامی که فقط شامل مشاهدات *GPS* است در بیشترین مقدار به بیش از ۶ درصد از کل وکسل‌های شبکه رسیده است اما در صورت بکارگیری مشاهدات *GPS* و *GLONASS* این عدد به حدود ۳/۵ درصد کاهش یافته است. این در حالی است تعداد پارامترهایی که به درستی برآورد نمی‌شوند، در بکارگیری تمامی مشاهدات *(GNSS)* در کمترین مقدار خود به کمتر از یک درصد از کل وکسل‌های شبکه رسیده است. در مدل با تفکیک افقی ۴۰ کیلومتر تعداد پارامترهایی که بدرستی برآورد نمی‌شوند هنگامی که فقط سیگنال‌های ماهواره‌های *GPS* در نظر گرفته شده در بیشترین مقدار به بیش از ۱۴/۵ درصد کل وکسل‌های شبکه رسیده است در حالی که این عدد در صورت به کارگیری تمامی مشاهدات *(GNSS)* به حدود ۹ درصد و در کمترین مقدار خود در این ترکیب از مشاهدات ماهواره‌ای به حدود ۷/۵ در صد از کل وکسل‌های شبکه کاهش یافته است.

با توجه به شکل(۵) در مدل با تفکیک افقی ۳۰ کیلومتر، بیشترین تعداد پارامترهایی که بدرستی برآورد نمی‌شوند هنگامی که فقط سیگنال‌های ماهواره‌های *GPS* در نظر گرفته می‌شود به بیش از ۲۷ درصد از کل وکسل‌های شبکه توموگرافی می‌رسد. در صورت استفاده از مشاهدات *GLONASS* و *GPS* این عدد به حدود ۱۵ درصد و با بکارگیری تمامی مشاهدات *(GNSS)* در کمترین مقدار خود به حدود ۱۲درصد از کل وکسل‌های مدل توموگرافی می‌رسد.

۳-۳- آنالیز ماتریس رزولوشن بر مبنای *BGH*

گسترش ماتریس رزولوشن روشی جهت ارزیابی کمی کیفیت ماتریس رزولوشن در حل مسائل معکوس محسوب می‌شود. در این تحقیق برای بررسی کیفیت ماتریس رزولوشن از تابع گسترش *BGH* استفاده شده است. برای هر سه دسته ترکیب از مشاهدات ماهواره‌های *GNSS* در هر سه مدل توموگرافی با تفکیک افقی ۳۰، ۴۰ و ۵۰ کیلومتری مقادیر تابع گسترش *BGH* بدست آمد. مقدار متوسط در هر مدل توموگرافی محاسبه شده و در جداول (۱) و (۲) قابل ملاحظه است. از آنجا که مقدار انکسار پذیری‌تر در لایه‌های بالایی جو به صفر نزدیک می‌شود و رطوبت موجود در جو در ارتفاع‌های بالا به طور قابل توجهی کاهش پیدا می‌کند، درصد رطوبت ویژه حاصل از مقادیر ثبت شده توسط رادیوسوند در لایه‌های ارتفاعی در شکل(۶) گویای این مطلب است. به همین علت مقدار متوسط *BGH* یکبار برای تمام مدل (۱۴ لایه ارتفاعی) محاسبه شده است و یکبار برای لایه‌های پایینی جو (از نزدیک سطح زمین تا ۹امین لایه ارتفاعی) که رطوبت قابل ملاحظه‌تری در آن ارتفاع وجود دارد؛ مقادیر بدست آمده به ترتیب در جدول (۱) و جدول (۲) قابل ملاحظه است.



شکل۶: درصد رطوبت نسبی در لایه‌های ارتفاعی حاصل از داده‌های مشاهداتی رادیوسوند در روز ۳۰۰ از سال ۲۰۱۸ در ساعت *UTC*۰۰:۰۰

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

جدول۱: مقادیر متوسط گسترش *BGH* برای مدل‌های توموگرافی در اپک اول از روز ۳۰۰ سال ۲۰۱۸ در تمامی لایه‌های ارتفاعی

لایه‌های ارتفاعی ۱ تا ۱۴			
ابعاد افقی المان‌های مدل	*GPS*	*GLONASS+GPS*	*Multi-GNSS*
۳۰ *Km*	۰/۲۱	۰/۲	۰/۱۴
۴۰ *Km*	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۰۸
۵۰ *Km*	۰/۰۴	۰/۰۴	۰/۰۲

جدول۲: مقادیر متوسط گسترش *BGH* برای مدل‌های توموگرافی در اپک اول از روز ۳۰۰ سال ۲۰۱۸ در ۹ لایه‌های ارتفاعی نزدیک به سطح زمین

لایه‌های ارتفاعی ۱ تا ۹			
ابعاد افقی المان‌های مدل	*GPS*	*GLONASS+GPS*	*Multi-GNSS*
۳۰ *Km*	۰/۳۳	۰/۳۱	۰/۲۴
۴۰ *Km*	۰/۱۶	۰/۱۶	۰/۱۵
۵۰ *Km*	۰/۰۷	۰/۰۷	۰/۰۳

نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که در هر سه دسته مدل توموگرافی با بکارگیری تمام ماهواره‌های فعال *GNSS* کیفیت مدل در بازسازی توموگرافیک بخار آب افزایش پیدا خواهد کرد. در این حالت مقدار مشاهدات در کمترین میزان خود به بیش از ۶۰ درصد نسبت به زمانی که تنها از مشاهدات *GPS* استفاده می‌شود افزایش می‌یابد. اضافه شدن مشاهدات ماهواره‌های *GLONASS* به مشاهدات *GPS* تاثیری در افزایش کیفیت بازسازی بخار آب نسبت به زمانی که تنها از مشاهدات *GPS* استفاده می‌شود، نخواهد گذاشت. این در حالی است که مشاهدات به میزان تقریبا ۳۵ درصد افزایش پیدا کرده و بنابراین بار محاسباتی به ویژه در کاربردهای نزدیک به آنی افزایش می‌یابد. بر اساس نتایج گزارش شده درجدول‌های (۱) و (۲) افزایش مشاهدات در هر المان با کاهش رزلوشن افقی مدل (افزایش ابعاد وکسل‌ها) باعث بهبود کیفیت بازسازی توموگرافیک بخار آب خواهد شد. این مسئله در هر سه دسته از ترکیب مشاهدات *GNSS* قابل مشاهده است.

۴- نتیجه گیری

در این تحقیق کیفیت بازسازی توموگرافیک بخار آب با بکارگیری ترکیب‌های مختلفی از مشاهدات ماهواره‌های *GNSS* مورد مقایسه قرار گرفته است. سه نوع استراتژی ترکیبی از مشاهدات ماهواره‌ای مورد بررسی قرار گرفت. در اولین استراتژی تنها از مشاهدات *GPS*، در رویکرد دوم از ترکیب مشاهدات *GPS* و *GLONASS* و در آخرین استراتژی از مشاهدات تمام ماهواره‌های فعال *GNSS (GPS, GLONASS, Galileo, Beido)* استفاده شده است. علاوه بر ترکیب‌های متفاوت از مشاهدات ماهواره‌ای، تأثیر اندازه ابعاد افقی مدل در کیفت بازیابی توموگرافیک بخار آب با ثابت نگه داشتن تفکیک ارتفاعی در همه مدل‌ها نیز مورد بررسی قرار گرفته است. در آنالیز هر سه استراتژی ترکیب مشاهدات فوق از سه مدل توموگرافی با قدرت تفکیک‌های افقی ۳۰، ۴۰ و ۵۰ کیلومتری استفاده شده است. مطالعات در بخش شمال غربی کشور ایران به دلیل تراکم نسبتاً مناسبی از گیرنده‌های دائم *GPS* انجام گرفته است. شبکه مورد مطالعه شامل ۱۵ ایستگاه دائم *GPS* می‌باشد. تحقیقات در روز ۳۰۰ از سال ۲۰۱۸ صورت گرفته است.

مقایسه مدل‌های توموگرافی نشان می‌دهد که با وجود افزایش تقریباً دو برابری مشاهدات در استراتژی دوم

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

نسبت به رویکردی که فقط شامل مشاهدات *GPS* است کمبود مرتبه ماتریس طراحی در مدل‌هایی با قدرت تفکیک افقی ۳۰، ۴۰ و ۵۰ کیلومتری به ترتیب۱۲، ۴/۵ و ۲/۵ درصد بهبود می‌یابد. در استراتژی سوم با افزایش تقریبا سه برابری مشاهدات نسبت به مدلی که فقط شامل مشاهدات *GPS* است کمبود مرتبه ماتریس طراحی در مدل ۳۰، ۴۰ و ۵۰ کیلومتری به ترتیب ۱۵، ۷ و ۵ درصد بهبود داشته است. مقادیر گزارش شده در این روز مطالعاتی نشان می‌دهد که افزایش مشاهدات هر چند در کاهش تعداد وکسل‌های خالی مؤثر بوده است ولی میزان کاهش تعداد چنین وکسل‌هایی قابل توجه نمی‌باشد.

در ادامه از تابع گسترش *BGH* برای ارزیابی کمی کیفیت ماتریس رزولوشن استفاده شده است. از نتایج این تحلیل می‌توان برای پیش‌بینی کیفیت مقادیر بازسازی شده انکسارپذیری‌تر بهره گرفت. نتایج حاصل از تابع گسترش نشان می‌دهد که افزایش مشاهدات تاثیر قابل ملاحظه‌ای در بالا بردن کیفیت پارامترهای برآورد شده نخواهد داشت؛ این در حالی است که افزایش رزولوشن افقی مدل توموگرافی در هر سه دسته استراتژی ترکیب مشاهدات، نتایج بهتری را در روز مورد مطالعه نشان می‌دهد. بر اساس نتایج حاصل، افزایش تعداد مشاهدات به تنهایی تأثیر مثبتی بر افزایش کیفیت انکسارپذیری‌تر بازسازی شده ندارد. به ویژه برای آن دسته از وکسل‌هایی که خالی از مشاهده نبوده و با اشعه‌های ماهواره‌های *GPS* تقاطع داشته است.

بنابر نتایج بدست آمده از این تحقیق و گزارش‌های محققین دیگر مهم‌ترین عوامل موثر تأثیرگذار بر کیفیت بخار آب بازسازی شده به روش توموگرافی شامل تشخیص رزولوشن مناسب مدل در ابعاد زمانی و مکانی و همچنین افزایش تراکم ایستگاه‌های گیرنده زمینی است. لذا پس از غلبه بر این مشکلات است که می‌توان انتظار داشت تا کیفیت بازسازی توموگرافیک بخارآب تروپوسفر با بهره‌گیری از مشاهدات تمام ماهواره‌های *GNSS* به طور قابل توجهی بهبود یابد.

مراجع

[1] K. Chen, R. M. Horton, D. A. Bader, C. Lesk, L. Jiang, B. Jones, L. Zhou, X. Chen, J. Bi, and P. L. Kinney, "Impact of climate change on heat-related mortality in Jiangsu province, China", Environmental pollution, 224:317–325, 2017.

[2] Y. Yao, and Q. Zhao, "Maximally using GPS observation for water vapor tomography", IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 54(12):7185–7196.

[3] G. Guerova, "Application of GPS derived water vapour for numerical weather prediction in Switzerland", Doctoral dissertation Bern of University, 2016.

[4] O. Bock, J. Tarniewicz, C. Thom, and J. Pelon, "The effect of in- homogeneities in the lower atmosphere on coordinates determined from GPS measurements", Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C, 27(4- 5):323–328, 2002.

[5] J. Tarniewicz, O. Bock, J. Pelon, and C. Thom, "Raman lidar for external GPS path delay calibration devoted to high accuracy height determination", Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C, 27(4-5), 329-333, 2002.

[6] J. Braun, C. Rocken, and J. Liljegren, "Comparisons of line-of-sight water vapor observations using the global positioning system and a pointing microwave radiometer", Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 20(5), 606-612, 2003.

[7] M. R. Troller, "GPS based determination of the integrated and spatially distributed water vapor in the troposphere", Ph.D. thesis, ETH Zurich, 2004.

[8] S. L. Lutz, "High-resolution GPS tomography in view of hydrological hazard assessment", Ph.D. thesis, ETH Zurich, 2008.

[9] S. Haji-Aghajany, Y. Amerian, and S.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

Verhagen, “B-spline function-based approach for GPS tropospheric tomography”. GPS Solutions, 24(3):1–12, 2020. [10] J. Lingham, “Description logics for vague spatial data”, Ph.D Thesis, Department of Spatial Information Science and Engineering at The University of Maine, 2004.

[10] X. Wang, and A. E. Dessler, “The response of stratospheric water vapor to climate change driven by different forcing agents”, Atmospheric Chemistry and Physics, 20(21):13267–13282, 2020.

[11] M. Bevis, S. Businger, T. A. Herring, C. Rocken, R. A. Anthes, and R. H. War, “GPS meteorology: Remote sensing of atmospheric water vapour using the global positioning system”, Journal of Geophysical Research: Atmospheres, 97(D14):15787–15801, 1992.

[12] L. Gradinarsky, and P. Jarlemark, “Ground-based GPS tomography of water vapour: analysis of simulated and real data”, J Meteorol Soc Jpn Ser II 82:551–560, 2004.

[13] L. Gradinarsky, and P. Jarlemark, “Ground-based GPS tomography of water vapour: analysis of simulated and real data”, J Meteorol Soc Jpn Ser II 82:551–560, 2004.

[14] X. Wang, and A. E. Dessler, “The response of stratospheric water vapor to climate change driven by different forcing agents”. Atmospheric Chemistry and Physics, 20(21), 13267-13282, 2020.

[15] Z. Dong, and S. Jin, “3-D water vapor tomography in Wuhan from GPS, BDS and GLONASS observations”. Remote Sensing, 10(1), 62, 2018.

[16] P. Benevides, J. Catalao, G. Nico, and P.M.A. Miranda, “4D wet refractivity estimation in the atmosphere using GNSS tomography initialised by radiosonde and AIRS measurements: results from a 1 week intensive campaign”. GPS Solution 22:91. https://doi.org/10. 1007/s10291-018-0755-5, 2018.

[17] Q. Zhao, Y. Yibin, and Y. Wanqiang, “Troposphere water vapour tomography: A horizontal parameterised approach.” *Remote Sensing* 10, no. 8, 2018.

[18] M. Dehvari, S. Farzaneh, and M. A. Sharifi, “Combination of Radio Occultation data in 3D and 4D functional model tomography for retrieving the wet refractivity indices”. Journal of the Earth and Space Physics, 48(1), 13-31. doi: 10.22059/jesphys.2021.321252.1007308, 2022.

[19] A. Flores, G. Ruffini, and A. Rius, “4D tropospheric tomography using GPS slant wet delays”, In Annales Geophysicae, 18:223–234. Springer, 2000.

[20] H. Brenot, A. Walpersdorf, M. Reverdy, J. Van Baelen, V. Ducrocq, C. Champollion, F. Masson, E. Doerflinger, P. Collard, and P. Giroux, “A GPS network for tropospheric tomography in the framework of the Mediterranean hydro meteorological observatory Cévennes-Vivarais (southeastern France)”, Atmospheric Measurement Techniques, 7(2):553–578, 2014.

[21] M. Bender, G. Dick, M. Ge, Z. Deng, J. Wickert, H.G. Kahle, A. Raabe, and G. Tetzlaff, “Development of a GNSS water vapour tomography system using algebraic reconstruction techniques”, Advances in Space Research, 47(10):1704–1720, 2011.

[22] M. Bender, G. Dick, M. Ge, Z. Deng, J. Wickert, H.G. Kahle, A. Raabe, and G. Tetzlaff, “Development of a GNSS water vapour tomography system using algebraic reconstruction techniques”, Advances in Space Research, 47(10):1704–1720, 2011.

[23] M. Bender, G. Dick, M. Ge, Z. Deng, J. Wickert, H.G. Kahle, A. Raabe, and G. Tetzlaff, “Development of a GNSS water vapour tomography system using algebraic reconstruction techniques”, Advances in Space Research, 47(10):1704–1720, 2011.

[24] M. Troller, B. Burki, M. Cocard, A.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

Geiger, and H. G. Kahle, "3-d refractivity field from GPS double difference tomography", Geophysical research letters, 29(24):2–1, 2002.

[25] M. Bender, G. Dick, J. Wickert, M. Ramatschi, M. Ge, G. Gendt, M. Rothacher, A. Raabe, and G. Tetzlaff, "Estimates of the information provided by GPS slant data observed in Germany regarding tomographic applications", Journal of Geophysical Research: Atmospheres, 114(D6), 2009.

[26] C. Champollion, F. Masson, E. Doerflinger, P. Collard, P. Giroux, "A GPS network for tropospheric tomography in the framework of the Mediterranean hydro meteorological observatory Cévennes-Vivarais (southeastern France)", Atmospheric Measurement Techniques, 7(2):553–578, 2014.

[27] C. Champollion, F. Masson, E. Doerflinger, P. Collard, P. Giroux, "A GPS network for tropospheric tomography in the framework of the Mediterranean hydro meteorological observatory Cévennes-Vivarais (southeastern France)", Atmospheric Measurement Techniques, 7(2):553–578, 2014.

[28] B. Chen, and Z. Liu, "Voxel-optimized regional water vapor tomography and comparison with radiosonde and numerical weather model", Journal of geodesy, 88(7), 691-703, 2014.

[29] Z. Adavi, and M. Mashhadi-Hossainali, "4D tomographic reconstruction of the tropospheric wet refractivity using the concept of virtual reference station, case study: northwest of Iran", Meteorology and Atmospheric Physics, 126(3):193–205, 2014.

[30] E. Sadeghi, M. Mashhadi Hossainali, and A. Safari," Development of a hybrid tomography model based on principal component analysis of the atmospheric dynamics and GPS tracking data", GPS Solutions, 26(3), 1-13, 2022.

[31] Z. Adavi, R. Weber, and W. Rohm, "Pre-analysis of GNSS tomography solution using the concept of spread of model resolution matrix", Journal of Geodesy, 96(4), 1-12, 2022.

[32] C. Champollion, F. Masson, M.-N.Bouin, A. Walpersdorf, , E. Doerflinger, O. Bock, and J. Van Baelen, "GPS water vapour tomography: pre- preliminary results from the escompte field experiment", Atmospheric Research, 74(1-4):253–274, 2005.

[33] E. Sadeghi, M. Mashhadi-Hossainali, , and H. Etemadfard, "Determining precipitable water in the atmosphere of Iran based on GPS zenith tropospheric delays", Annals of geophysics, 57(4), A0430-A0430, 2014.

[34] W. Rohm, and J. Bosy, "Local tomography troposphere model over mountains area", Atmospheric Research, 93(4):777–783, 2009.

[35] Z. Adavi, and R.vWeber, "Evaluation of virtual reference station constraints for GNSS tropospheric tomography in Austria region," Adv. Geosci., vol. 50, pp. 39–48, 2019.

[36] W. Menke, "Geophysical data analysis: discrete inverse theory (MATLAB edition)", Academic Press, New York, 2012.

[37] R. C. Aster, B. Borchers, and C. H. Thurber, " Parameter estimation and inverse problems: Elsevier Academic", Borchers, CH Thurber–Elsevier-Academic Press, New York, London, 2005.

[38] Aster R, Borchers B, Thurber C. (2013) Parameter estimation and inverse problems. Academic Press, New York, 2013.

[39] H. Brenot, W. Rohm, M. Kaˇcmaˇrík, G. Möller, A. Sá, D. Tonda´s, L. Rapant, R. Biondi, T. Manning, C. Champollion, "Cross-validation of GPS tomography models andmethodological improvements using CORS network", AtmosMeas Tech Discuss 2018:1–42. https://doi. org/10.5194/amt-2018-292, 2018.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

[40] D. S. Watkins, “The singular value decomposition (SVD)”, Fundamentals of Matrix Computations, 261-288, 2002.

[41] C. Miller, R., and P. S. Routh, “Resolution analysis of geophysical images: Comparison between point spread function and region of data influence measures”, Geophysical Prospecting, 55(6), 835-852, 2007.

[42] B. Kaltenbacher, A. Neubauer, and O. Scherzer, “Iterative Regularization Methods for Nonlinear Ill-Posed Problems”,Walter de Gruyter, 2008.

[43] D. Piretzidis, and M.G. Sideris, ” MAP-LAB: a MATLAB graphical user interface for generating maps for geodetic and oceanographic applications, 2016.

[44] N. Maercklin, Seismic structure of the Arava fault, dead sea transform, 2004.

[45] A. Michelini, and T. McEvilly, “Seismological studies at Parkfield. I. Simultaneous inversion for velocity structure and hypocenters using cubic B-splines parameterisation. Bull Seismol Soc Am 81:524–552, 1991.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

K. N. TOOSI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
FACULTY OF GEODESY AND GEOMATICS ENGINEERING

Journal of Geospatial Information Technology
Vol.11, No.4, Winter 2024

Research Paper

Pre-analysis of GNSS water vapor tomography based on analysis of the models space resolution matrix with various combinations of GNSS satellites observations

Elahe Sadeghi [1*], Masoud Mashhadi Hosseinali [2], Abdolreza Safari [3]

1- Ph.D. student of Geodesy in the School of Surveying and Geospatial Engineering, College of Engineering, University of Tehran.
2- Associate Professor in Geodesy and Dean of Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering at K. N. Toosi University of Technology.
3-Professor at the University of Tehran. He received his Ph.D. in geodesy from the School of Surveying and Geospatial Engineering, College of Engineering, University of Tehran.

Abstract

Water vapor has an obvious role in the hydrological cycle and plays a key role in energy transport. Therefore, monitoring and determining its changes and distribution is demanding. In voxel-based tropospheric tomography, water vapor is computed for a set of voxels, each covering a specific part of the troposphere. One of the fundamental flaws in GPS tomography is the absence or insufficiency of signals in some voxels. To evaluate the performance of the tomography models, it is necessary to analyse the validity of the proposed model before implementing it. In this study, the efficacy of two elements has been investigated in tomography models. Using the observed various GNSS combined strategies and changing the horizontal resolution of the tomography model had been investigated to improve the validation of tomography model. In this research, we use the resolution matrix and the spread of the resolution matrix to provide a quality measurement without using the reference field as radiosonde data. The results show that all of the GNSS observations can increase the quality of the efficiency tomographic model but not as it was expected. To give an instance, the design matrix rank deficiency of the tomography model with 40 km horizontal resolution, has been improved just 7% on the study day, while the amount of the observations increased around 65% when we used all the active satellites. Oppositely, increasing the horizontal resolution caused an increase in the quality of the tomography models, so that, the values of spread decrease from 0.2 to 0.04, when just GPS observations were used. Therefore, increasing observations when using the available techniques such as the optimal horizontal resolution can be important for the tomography.

Key words: *GNSS tomography, design matrix, resolution matrix, spread function.*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.21]

Correspondence Address: *School of Surveying & Geospatial Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.*
Tel : *+98 21 88008841*
Email : *Sadeghi.Elaheh@ut.ac.ir*