نشریه علمی مهندسی فناوری اطلاعات مکانی

سال یازدهم، شماره چهارم، زمستان ۱۴۰۲

Vol.11, No.4, Winter 2024

۱۰۳ -۱۱۷

مقاله پژوهشی

یک رابطه فرکتالی جدید برای اندازه‌گیری زبری سطح به منظور استفاده در مدل‌های فیزیکی بازپراکنش راداری

محمد ملکی*

استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۱۱/۲۴

چکیده

حساسیت امواج مایکروویو به پارامترهای فیزیکی و هندسی خاک سبب شده است تا سنجش از دور راداری کاربردهای وسیعی در حوزه‌های مختلف پیدا کند. در مسائل کشاورزی و زیست محیطی بررسی پارامترهای خاک از جمله رطوبت و زبری آن از مسائل مهم و مورد توجه متخصصان این حوزه بوده است که رطوبت مربوط به خصوصیت فیزیکی و زبری مربوط به خصوصیت هندسی خاک می‌باشد. پارامتر زبری نقش مهمی در تعیین چگونگی فرسایش خاک دارد. همچنین به منظور بررسی رطوبت خاک حتما می‌بایست زبری خاک نیز مورد مطالعه قرار گیرد. مدل‌های مختلفی به منظور تخمین این دو پارامتر از تصاویر راداری وجود دارد که از مهمترین آنها به مدل معادله انتگرالی (*IEM*) و مدل آشفتگی کوچک (*SPM*) می‌توان اشاره نمود. با توجه به اینکه ارزیابی دقت این مدل‌ها در تخمین زبری سطح بر اساس داده‌های واقعی زمینی صورت می‌گیرد، لذا محاسبه اندازه‌گیری زبری زمینی از اهمیت بالایی برخوردار است. به منظور اندازه‌گیری زبری زمینی دو روش استفاده از هندسه اقلیدسی و استفاده از هندسه فرکتالی وجود دارد. به منظور اندازه‌گیری زبری سطح برای ورود به مدل‌های فیزیکی پراکنش سطح و یا اندازه‌گیری به منظور اعتبارسنجی نتایج حاصل از وارونه‌سازی زبری با استفاده از مدل‌های فیزیکی، روش‌ها و فرمول‌های مختلف فرکتالی پیشنهاد شده که مبتنی بر طول پروفیل می‌باشند، در حالی که در این مطالعه رابطه جدیدی برای اندازه‌گیری زبری به روش فرکتالی پیشنهاد شده که مبتنی بر فواصل نمونه‌برداری و ضریب هورست است. این رابطه بر اساس شبیه‌سازی سطوح مختلف فرکتالی در ابعاد وسیعی به دست آمده است. دقت مدل به‌دست آمده $RMSE = ۰.۱۲$ و $R^۲ = ۰.۹۹۸۸$ می‌باشد. نتایج ارزیابی دقت این رابطه در اندازه‌گیری زبری برای محدوده‌های خارج از شبیه‌سازی، ضریب همبستگی بالای ۹۸ درصد را بین مقادیر واقعی و تخمینی نشان داده است.

کلیدواژه‌ها : پارامتر زبری سطح، هندسه فرکتالی، هندسه اقلیدسی، مدل فرکتالی *fbm*

* نویسنده مکاتبه کننده: گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران.

تلفن: ۰۹۱۸۳۳۶۷۶۵۰

Email: mo.maleki158@gmail.com

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]

۱- مقدمه

حساسیت امواج ماکرویو به پارامترهای فیزیکی و هندسی خاک سبب شده است تا سنجش از دور راداری کاربردهای وسیعی‌درحوزه‌های مختلف پیدا کند. بخصوص قابلیت بازیابی رطوبت خاک از تصاویر با قدرت تفکیک مکانی و زمانی بالا سبب شده است که مشارکت این علم در پیش‌بینی مدل‌های هیدرولوژی و هواشناسی و همچنین در بهینه‌سازی فعالیت‌های اقتصادی در بخش کشاورزی بیشتر شده و قابلیت‌های آن به اثبات رسیده است. در تخمین کمی پارامترهای خاک یعنی رطوبت[۱] زبری[۲] جداسازی نقش و مقدار هر کدام آنها در باز پراکنش تصاویر راداری مسئله مهمی می‌باشد، لذا به منظور تخمین مقدار رطوبت خاک، اندازه گیری کمی زبری خاک نیز مورد نیاز است. اندازه‌گیری مقدار زبری خاک با تصاویر چند پلاریزه بهتر انجام می‌گیرد. پارامتر زبری به عنوان یک عامل مزاحم در اندازه‌گیری رطوبت مطرح می‌باشد که مطالعات زیادی در خصوص به حداقل رساندن نقش این کمیت در تخمین رطوبت خاک انجام گرفته است[۱]. برای جداسازی نقش این دو پارامتر می‌بایست از تصاویر با پلاریزاسیون کامل[۳] استفاده نمود[۲]. یکی از پارامترهای کلیدی در مورد سطح،[۴] رطوبت حجمی آب‌موجود در خاک می‌باشد که مقدار باز پراکنش امواج راداری به شدت به دلیل تاثیر ثابت دی الکتریک به آن وابسته می‌باشد. ویژگی دیگر سطح، پارامتر هندسی خاک است که این پارامتر تحت عنوان زبری خاک توصیف می‌شود. زبری خاک بوسیله دو پارامتر تعریف می‌گردد:

۱- $K.S$ (K شماره موج و S انحراف معیار ارتفاع می‌باشد)

۲- طول همبستگی.

پارامتر $K.S$ تغییرات زبری را در جهت عمودی و پارامتر طول همبستگی، تغییرات زبری را در جهت افقی نشان می‌دهد.

الگوریتم‌های مختلفی در رابطه با ارتباط پارامترهای سطح با بازپراکنش امواج با پلاریزاسیون‌های مختلف به منظور تخمین آنها پیشنهاد شده‌است. در تمام این موارد پلاریمتری نقش مهم و تعیین‌کننده‌ای دارد.

مسئله پراکنش امواج الکترومغناطیس از سطوح با زبری نامنظم همواره یکی از موضوعات مورد توجه محققان بوده است و تاکنون هنوز روش دقیق و قابل اعتمادی برای آن بدست نیامده است. البته برای بسیاری از کاربردهای عملی،روش‌های تقریبی مناسب می‌باشد. یکی از مشهورترین و متداولترین مدل‌های تقریبی در حوزه رادار مدل آشفتگی کوچک (SPM[۶]) می‌باشد. فرض اولیه در این مدل این است که تغییرات ارتفاعی در مقایسه با طول موج کوتاه است، در نتیجه این مدل برای طول موج‌های بلند مانند S و L مناسب می‌باشد. اگر چه این مدل برای محدوده کوچکی از سطوح معتبر است، اما به‌هرحال یکی از روش‌های کلاسیک در حوزه رادار می‌باشد. این مدل در بسیاری از کارهای عملی استفاده شده است و در بسیاری از مطالعات روش‌های عددی برای این مدل انجام گردیده است[۳و۴]. در نواحی مدل SPM، نسبت پراکنش هم پلاریزه[۷] برای نواحی با زبری اندک ($K.S<۰/۳$)، به ثابت دی الکتریک حساس می‌باشد. متعاقبا این نسبت برای نواحی زبرتر ($K.S>۰/۳$) غیرحساس می‌باشد. معمولا زبری سطوح طبیعی در طول موج باند L داری $۰/۳<K.S<۱$ می‌باشد. برای این نواحی تاکنون مدل‌های تجربی و

[۱] *Moisture*

[۲] *Roughness*

[۳] *Full Polarized*

[۴] *Surface*

[۵] *Volumetric soil moisture*

[۶] *Small Perturbation Model*

[۷] *Copolarized*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]

نیمه تجربـی در بعضـی از مطالعـات توسـعه داده شـده است[۵و۶]. بین پلاریزاسیون‌های مختلف در ارتباط بـا تغییرات ارتفاعی و ثابت دی الکتریک سطح، همبستگی مشاهده می‌گردد[۷]. این مشاهدات نشان می‌دهـد کـه استفاده از ضریب همبستگی می‌توانـد بـرای جداسـازی رطوبت و زبری خاک استفاده گردد، اما با این وجود بـاز هم روش عددی قوی برای این کـار نمـی‌باشـد. ارتبـاط بین زبری سطح خاک با مقادیر ویژه ماتریس همدوسـی پـراکنش، کـه هرکـدام از آنهـا داری تعبیـر فیزیکـی خودشـان مـی‌باشـند، بـا اسـتفاده از دامنـه تصـاویر در آزمایشگاه اثبات شده است[۸].

این دستاورد، متخصصـان را بـه اسـتفاده از تصـاویر بـا پلاریزاسیون کامل بـرای جداسـازی پارامترهـای سـطح ترغیب نموده است. اولین مـدل در ایـن رابطـه توسـط هاجنسک[۱] و همکاران تحت عنـوان *X-Bragg* کـه مـدل توسـعه یافتـه *SPM* یـا مـدل *Bragg* مـی‌باشـد، ارائـه شده‌است[۲]. در این مدل بـرخلاف مـدل *SPM* کـه از تصاویر دو پلاریزه (هم پلاریزه) استفاده می‌شـود، ایـن مدل از پلاریزاسیون کامل استفاده می‌کند.

یکی دیگر از مدل‌های فیزیکـی مشـهور بـرای تخمـین زبری سـطح از تصـاویر راداری، مـدل معادلـه انتگرالـی (*IEM*)[۲] می‌باشد.

در تخمین زبری سطح، روشی که برای اندازه‌گیـری آن برای ورود به مدل‌های فیزیکی استفاده می‌گردد، بسـیار مهم می‌باشد. روش‌های مورد استفاده شامل اندازه‌گیری زبری سطح به روش هندسه اقلیدسی و هندسه فرکتالی می‌باشـند. مطالعـات متعـددی در جهـت بهبـود دقـت بازیابی زبری سطح با استفاده از مدل‌های فیزیکی انجام شده است. در کـار بـا مـدل *IEM* مطالعـات بیشـتر در زمینه نحوه بیان هندسه سطح صورت گرفته اسـت. بـه عبارت دیگر با انجام پیش‌پردازش بـر روی پارامترهـای ورودی مدل *IEM* سعی در بالا بردن دقت تخمین زبری سطح را داشته‌اند[۹و۱۰]. همچنین علاوه بـر محاسـبه پارامترهای زبری سطح با استفاده از روش فرکتالی برای ورود به مدل *IEM* یکی دیگر از روش‌های بهبود دقـت، اسـتفاده از مـدل فیزیکـی فرکتـالی *SPM* مـی‌باشـد. مطالعات مختلفی به منظور محاسبه بعد فرکتالی تصویر *SAR* با این مدل و مدل هندسه فرکتالی صورت گرفتـه است[۱۱و ۱۲].

اکثر تحقیقات اذعان دارند کـه مـدل فرکتـالی بهتـرین روش برای بیان هندسه سطح یا زبری می‌باشد[۱۳،۱۴و ۱۵]

۲ – اندازه‌گیری پارامتر زبری ورودی مـدل‌هـای فیزیکی بازپراکنش به روش هندسه اقلیدسی:

پارامترهای زبری مدل‌های فیزیکی در هندسه کلاسیک شامل مربع میانگین ریشه ارتفاع[۳] (*rms_height*) و طـول همبستگی می‌باشند. *rms_height* نشان‌دهنده تغییرات ارتفاعی زبری سطح و طول همبستگی بیـانگر تغییـرات زبـری سـطح در جهـت افقـی مـی‌باشـد. مقـدار *rms_height* (σ) از رابطه (۱) حاصل می‌گردد:

رابطه(۱)

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}[(\sum_{i=1}^{N} z_i^2) - N\bar{z}^2}} \qquad \text{و} \qquad \bar{z} = \frac{1}{N}$$

در رابطه (۱)، N تعداد نمونـه‌هـا، z ارتفـاع نمونـه‌هـای اندازه‌گیـری شـده و $\bar{z}$ میـانگین ارتفـاع کـل نمونـه‌هـا می‌باشد. زبری نسبت به طول موج تعریف می‌گردد؛ بـه عنوان مثال برای طول موج C ممکن است یـک سـطح زبر باشد در حالی که برای طول موج L زبـری آن فـرق کنـد(کمتـر باشـد). لـذا تغییـرات عمـودی ارتفـاع بـا پارامتر $k.\sigma$ تعریف می‌گردد که k شماره موج می‌باشـد و مقدار آن برابر با $2\pi/\lambda$ بوده که λ طول موج است.

۳- مدل هندسه فرکتالی:

در میان مدل‌های هندسی برای بیان پدیده‌های طبیعی

[۱] *Hajnesk*

[۲] *Integral Equation Model*

[۳] *Root Mean Square of height*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]

و زبری سطح، مدل فرکتالی نسبت به مدل‌های دیگر مانند نمایی و گوسی بهتر است[۱۳و۱۵]. در اکثر مطالعات معمولا از مدل فرکتالی حرکت براونی (*fBm*) برای توصیف زبری سطح استفاده می‌گردد. یک روند تصادفی[۲] $z(x, y)$ سطح *fBm* را هنگامی می‌تواند توصیف کند که برای هر مقدار $x'.y'.y$ و x در دامنه اعداد حقیقی، رابطه(۲) برقرار باشد:

رابطه(۲)

$$pr\{z(x,y)-z(x'.y')<\zeta=\frac{1}{\sqrt{2\pi s\tau^{H}}}\int_{-\infty}^{\zeta}\exp(-\frac{\zeta^{2}}{2s^{2}\tau^{2H}})d\zeta$$

$$\tau=\sqrt{(x-x')^{2}+(y-y')^{2}}$$

در رابطه(۲)، τ فاصله بین دو نقطه می‌باشد که از رابطه بیان شده بدست می‌آید. همچنین در این رابطه، مقدار H، ضریب هورست می‌باشد که معمولا دارای مقدار بین صفر و یک است.s انحراف معیار افزایشی[۳] می‌باشد و این مقدار نباید با *rms_height* اشتباه گرفته شود. پارامتر دیگر مهم در هندسه فرکتالی توپوتزی[۴]است که تحت عنوان طول مشخصه سطح فرکتالی *fBm* تعریف می‌گردد. ارتباط این طول با ضریب هورست و s از رابطه (۳) به دست می‌آید:

رابطه(۳)

$$s=T^{1-H}$$

در رابطه(۳)، T مقدار توپوتزی می‌باشد. توپوتزی عبارت است از طولی که مقدار شیب[۵]*RMS* نقاط بر روی آن، برابر یک باشد. ضریب هورست از طریق رابطه(۴) برای سطوح سه بعدی با بعد فرکتالی ارتباط پیدا می‌کند:

رابطه(۴)

$$D=3-H$$

در رابطه (۴)، D بعد فرکتالی می‌باشد.

نکته مهم در خصوص بیان فرکتالی سطح این است که زبری سطح در هندسه فرکتالی هم می‌تواند به صورت خود متشابه[۶] و هم خود وابسته [۷]تعریف گردد *[۱۶]*.در یک سطح خود متشابه اگر یک قسمت کوچک آن بزرگنمایی گردد، دقیقا مانند کل آن سطح می‌باشد. بر طبق این تعریف واژه فرکتال را می توان مترادف با مقیاس ثابت [۸]در نظر گرفت. بسیاری از خصوصیات زمین شناسی خاک در مقیاس‌های متفاوت ممکن است شبیه به هم به نظر برسند، اما در مورد توپوگرافی و زبری سطح این خصوصیت به ندرت اتفاق می‌افتد*[۱۷]*. در این حالت بخش کوچکی از سطح تابعی از سطح کل می‌باشد که تحت عنوان خود متشابه تعریف می‌گردد. بنابراین دو پارامتر برای توصیف زبری توسط هندسه فرکتالی مورد نیاز است. اولین پارامتر نحوه تغییرات زبری سطح را در مقیاس‌های متفاوت بیان می‌کند و پارامتر دیگر واریانس سطح را در مقیاس مرجع تعریف می‌کند. این دو پارامتر همان بعد فرکتالی و توپوتزی می‌باشند. یک پارامتر به تنهایی نمی‌تواند زبری سطح را توسط هندسه فرکتالی بیان کند. ممکن است دو سطح با زبری مختلف دارای ابعاد فرکتالی یکسان باشند که در این صورت آنچه که می‌تواند این دو را از هم متمایز کند توپوتزی است. زبری سطح به دو مولفه بسیار مهم به‌خصوص در هندسه فرکتالی وابسته است*[۱۷]*:

۱- اندازه واحد نمونه‌برداری: یعنی اینکه با یک بار اندازه‌گیری چه ناحیه‌ای از سطح را پوشش می‌دهد. این اندازه در واقع همان طول پروفیل می‌باشد. معمولا اکثر داده‌های زبری زمینی در مقیاس1×1 مترمربع اندازه-گیری می‌شوند*[۱۸و۱۹]*.

۲- فاصله بین نمونه‌های اندازه‌گیری یا فاصله بین نقاطی که ارتفاع آنها اندازه‌گیری می‌شود.

---

[۱] *Fractal Brownian Motion*

[۲] *Stochastic process*

[۳] *Incremental Standard deviation*

[۴] *Topothesy*

[۵] *Root Mean Square Slope*

[۶] *Self similar*

[۷] *Self –affine*

[۸] *Scale invariance*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]

امروزه روش‌هـای مختلفـی بـرای انـدازه‌گیـری زمینـی ارتفاع نقاط وجود دارد که عبارتند از روش‌های تماسـی و غیرتماسی. در روش‌های تماسی مانند اندازه‌گیـری بـا مقطع بردارهای سوزنی معمولا قدرت تفکیک مکانی در حد یـک سـانتیمتر مـی‌باشـد[۱۹]، امـا در روش‌هـای غیرتماسی مانند روش‌های فتـوگرامتری امکـان انـدازه-گیری با قدرت تفکیک مکانی بهتر از سانتیمتر و در حد میلیمتر وجود دارد.

تابع خود همبستگی (کـه طـول همبسـتگی از آن بـه دست می آید)، درجه همبستگی بین ارتفـاع $z(x)$ را در نقطه x و ارتفاع $z(x+\rho)$ بـه فاصـله ρ از x انـدازه‌گیـری می‌کند. این تابع مطابق رابطه (۵) بیان می‌گردد:

$$\rho(r)=\frac{\sum_{i=1}^{N-r} z_i - z_{i+r} / \Delta x}{\sum_{i=1}^{N} z_i^{\,2}} \qquad \text{رابطه(۵)}$$

در رابطه(۵)، r جابجایی مکـانی[۲] و Δx فواصـل مقـاطع نمونه‌برداری می‌باشد. طول همبستگی l عبارت است از طول r به هنگـامی کـه مقـدار تـابع خـود همبسـتگی بزرگتـر یـا مسـاوی $1/e$ گـردد. متـداولترین توابـع همبسـتگی، توابـع نمـایی و گوسـی مـی‌باشـد کـه از روابط(۶) و (۷) به دست می‌آیند:

$$\rho(r)=e^{\frac{-|r|}{l}} \qquad \text{رابطه(۶)}$$

$$\rho(r)=e^{\frac{-r^2}{l^2}} \qquad \text{رابطه(۷)}$$

محاسبه طول همبستگی به دلیـل وابسـتگی بـه طـول پروفیـل و مقـدار rms_height همـواه کـار سـخت و پیچیده ای بوده است. بغدادی (۲۰۰۰) روابطی را بـرای محاسـبه طـول همبسـتگی بـه عنـوان تـابعی از پلاریزاسیون، طول موج ، زاویه برخـورد و rms_height بـرای ورود بـه مـدل IEM ارائـه داد[۲۰]. در بعضـی از مطالعات از شکل تعمیم یافته تـابع خودهمبسـتگی بـه عنـوان هندسـه فرکتـالی مطـابق رابطـه (۸) اسـتفاده می‌گردد.

$$\rho(r)=e^{\frac{-r^{\beta}}{l^{\beta}}} \qquad \text{رابطه(۸)}$$

زریبـی[۳] و همکـاران (۲۰۰۰) از تـابع رابطـه(۷) بـرای محاسبه بعد فرکتالی در زمین‌های کشـاورزی اسـتفاده نمودند. آنها نتیجه گرفتند که مقدار بعد فرکتالی بـرای زمین‌های کشاورزی بـرای پروفیـل طـولی، حـدود ۱٫۴ می‌باشد[۲۱].

در رابطه(۸) اگر مقدار $\beta = ۲$ باشد تـابع گوسـی و اگـر برابر یک باشد تـابع خودهمبسـتگی بـه نمـایی تبـدیل می‌شود.

۳-۱- محاسبه پارامتر زبری(rms_height) ورودی مدل‌هـای فیزیکـی بـازپراکنش بـا اسـتفاده از هندسه فرکتالی:

همانطور که گفته شد دو پارامتر مهم هندسـه فرکتـالی عبارتند از بعد فرکتالی و توپوتزی. برای محاسـبه rms-$height$ می‌بایست ابتدا تابع طیف مقطع یا سطح را بـه دست آورد. بعد از محاسبه مربوط به تابع طیـف سـطح، ضریب هورست و بعد فرکتالی به دست مـی‌آینـد. تـابع چگالی طیف توان سـطح[۴](PSD) از رابطـه (۹) حاصـل می‌شود[۲۲]:

$$s(k)=s_0.k^{-\alpha}, k=\sqrt{k_x^{\,2}+k_y^{\,2}} \qquad \text{رابطه(۹)}$$

در رابطه (۹)، k عدد موج و α شیب طیف مـی‌باشـد و مقدار s_0 از رابطه (۱۰) به دست می‌آید:

$$s_0=2^{H+1}\gamma^2(1+h)\sin(\pi H)s^2 \qquad \text{رابطه(۱۰)}$$

مقدار α برابـر بـا شـیب مقـدار $S(k)$ بـر حسـب k در مقیـاس لگـاریتمی مـی‌باشـد. رابطـه بـین α و ضـریب

[۱] *Autocorrelation Function*

[۲] *Lag Distance(increment distance)*

[۳] *Zribi*

[۴] *power spectral density*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]

هورست برای پروفیل به صورت $\alpha = 2H + 1$ و برای سطح به صورت $\alpha = 2H + 2$ می‌باشد.

یکی دیگر از پارامترهای هندسه فرکتالی توپوتزی می‌باشد که در واقع پیچیدگی هندسه فرکتالی را بیان می‌کند. این مقدار از رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود [۲۳]:

$$T = \exp(\frac{\alpha}{2} - 2H) \quad \text{رابطه(۱۱)}$$

در رابطه(۱۱)، a از تقاطع رگرسیون خطی RMS با محور Y به دست می‌آید.

با داشتن مقدار توپوتزی می‌توان مقدار rms_height برای پروفیل با طول L را از رابطه(۱۲) که توسط سامرس و همکاران(۲۰۱۲) ارائه شده، محاسبه نمود [۲۴]:

$$rms - height = T^{1-H} L^{H} \quad \text{رابطه(۱۲)}$$

روابط دیگری برای مقدار طول همبستگی و rms_height با استفاده از هندسه فرکتالی ارائه شده است که از جمله آن روابط(۱۳) و (۱۴) است که توسط دیرکینگ (۱۹۹۹) ارائه شده است [۲۵]:

$$rms - height = \sqrt{\frac{L^{\alpha}}{\alpha - 1}} \quad \text{رابطه(۱۳)}$$

$$l = \frac{(\alpha - 1)^2 L}{2(2\alpha - 1)} \quad \text{رابطه(۱۴)}$$

در روابط(۱۳) و (۱۴)، L طول پروفیل، α شیب تابع طیف سطح و l طول همبستگی می‌باشد.

همانطورکه در روابط بالا مشاهده می‌گردد، پارامترهای هندسه فرکتالی ارتباط مستقیمی با طول پروفیل دارند. محققین زیادی تاکید کرده‌اند که این روابط باید بر حسب طول پروفیل ایجاد گردد. اما نکته مهم دیگر این است که این پارامترها علاوه بر طول پروفیل تابعی از فاصله بین نمونه‌های اندازه‌گیری شده یا قدرت تفکیک نمونه‌برداری می‌باشند. به همین جهت ارائه یک رابطه که وابستگی زبری سطح را به فواصل نمونه‌برداری نشان دهد می‌تواند در بهبود دقت اندازه‌گیری این پارامتر مفید باشد. در واقع هدف اصلی در این مطالعه ارائه رابطه‌ای است که تابعی از فواصل نمونه‌برداری می‌باشد.

۴-ارائه روش پیشنهادی این تحقیق برای محاسبه rms_height فرکتالی

برای ارائه روش پیشنهادی در این مطالعه ابتدا شبیه‌سازی سطوح فرکتالی، در محدوده وسیعی از ابعاد فرکتالی و طول‌ها و قدرت تفکیک‌های مکانی مختلف انجام گرفت. محدوده این شبیه‌سازی در جدول(۱) آمده است.

جدول۱: محدوده ابعاد فرکتالی، قدرت تفکیک مکانی و طول مربوط به سطوح شبیه‌سازی شده

محدوده	پارامتر
از ۰٫۱ تا ۰٫۹ به فواصل ۰٫۱	ضریب هورست (H)
از ۲ میلیمتر تا ۴ سانتیمتر به فواصل ۲ میلیمتر	rms_height
از ۱ سانتیمتر تا ۱۱ سانتیمتر به فواصل ۲ سانتیمتر	قدرت تفکیک سطح (R)
از ۱ متر تا ۱۰ متر	طول سطح (L)

به منظور اندازه‌گیری rms_height سطوح شبیه‌سازی شده، ابتدا تابع PSD مربوط به هر پروفیل تخمین زده می‌شود. سپس مقدار α از رگرسیون خطی تابع PSD در مقیاس لگاریتمی محاسبه می‌گردد. تمامی مراحل شبیه‌سازی سطوح و تخمین تابع PSD و محاسبه α در نرم‌افزار متلب انجام گرفته است.

بعد از محاسبه α مقدار ضریب هورست و بعد فرکتالی محاسبه می‌شوند. علاوه بر بعد فرکتالی یکی دیگر از پارامترهای مهم هندسه فرکتالی، s می‌باشد. s همان انحراف معیار افزایشی سطح است که با واحد m^{1-H}

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]

اندازه‌گیری می‌شود. این پارامتر *rms_height* نیست و همانطور که قبلا گفته شد رابطه بین این دو پارامتر از طریق رابطه(۱۲) بیان می‌گردد.

در رابطه(۱۲)، $s = T^{1-H}$ می‌باشد. همانطور که از رابطه(۱۲) مشاهده می‌شود، ارتباط بین *rms_height* و s تابعی از L یا طول پروفیل و ضریب هورست می‌باشد، درحالی که در این تحقیق نشان داده خواهد شد که این رابطه ارتباط شدیدی با قدرت تفکیک یا فاصله بین نمونه‌ها داشته و ارتباط بسیار کمی با طول پروفیل دارد. بر این اساس، رابطه‌ای جدید برای ارتباط بین *rms_height* و s ارائه خواهد شد که بر خلاف رابطه(۱۲) که تابعی از طول پروفیل می‌باشد، این رابطه تابعی از قدرت تفکیک یا فاصله بین نقاط نمونه‌برداری است (رابطه(۱۵)).

$$rms_height = A \times S \qquad \text{رابطه(۱۵)}$$

در رابطه(۱۵)، A تابعی از قدرت تفکیک (فواصل نمونه-برداری) و ضریب هورست می‌باشد.

بعد از شبیه‌سازی سطوح در محدوده‌های مطابق جدول(۱)، با روش *welch* تابع *PSD* کلیه سطوح از رابطه(۹) محاسبه می‌گردد. در رابطه(۹)، $S(k)$ همان تابع *PSD* می‌باشد.

با معلوم بودن $S(k)$ در رابطه (۹) و همچنین محاسبه مقدار α، می‌توان مقدار s را از رابطه(۱۶) محاسبه نمود.

$$s = 10^{(\log S + \alpha \log k)} \qquad \text{رابطه(۱۶)}$$

با محاسبه S و α می‌توان مقدار s را (مطابق رابطه(۱۰)) از رابطه (۱۷) به دست آورد.

$$s = \sqrt{S / 2^{H+1}\gamma^{2}(1+H)\sin(\pi H)} \qquad \text{رابطه(۱۷)}$$

به این ترتیب مقدار s برای کلیه سطوح محاسبه می-گردد. با معلوم بودن *rms_height* مربوط به آنها می-توان ضریب A را به دست آورد.

۵- نتایج و پیشنهادها

با بررسی نتایج، می‌توان نتیجه گرفت که رابطه بین ضریب A و *rms_height* به شدت تابع بعد فرکتالی می‌باشد و تا حدود بسیار کمی که قابل چشم‌پوشی نیز هست، به تغییرات *rms_height* وابسته است. به عنوان مثال جداول(۲) و (۳) به ترتیب نشان‌دهنده ضریب A برای طول ۱ متر و قدرت تفکیک یک سانتیمتر و طول ۱۰ متر و قدرت تفکیک ۵ سانتیمتر می‌باشند. سطرهای جداول نشان‌دهنده ضرایب با توجه به تغییر *rms_height* و ستون‌های آن‌ها نشان‌دهنده ضرایب با توجه به تغییر ضریب هورست می‌باشند. تغییرات *rms_height* بین مقادیر ۲ میلیمتر تا ۴ سانتیمتر با پله‌های ۲ میلیمتری و تغییرات ضریب هورست از ۰/۱ تا ۰/۹ می‌باشد. همانطور که از جداول مشاهده می‌گردد، تغییرات ضریب A نسبت به *rms_height* بسیار اندک بوده؛ طوری که قابل چشم‌پوشی می‌باشد. بنابراین می‌توان برای تمام *rms_height* ، میانگین ضریب را محاسبه نمود. این ضریب با تغییر ضریب هورست به شدت تغییر می‌کند. لذا برای یک سطح با طول و قدرت تفکیک معلوم می‌توان نتیجه گرفت که این ضریب فقط تابعی از ضریب هورست می‌باشد.

با کاهش قدرت تفکیک، ضریب A کم می‌شود اما با تغییر طول پروفیل، تغییر محسوسی در این ضریب رخ نمی‌دهد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که برای یک قدرت تفکیک معلوم، با تغییر طول پروفیل تغییری قابل توجه در ضریب A اتفاق نمی‌افتد، به طوری که می‌توان متوسط این ضریب در طول‌های پروفیل مختلف را برای یک قدرت تفکیک معلوم در نظر گرفت. در نتیجه این ضریب مستقل از طول پروفیل هم می‌باشد. بنابراین ضریب A تابعی از قدرت تفکیک (R) و ضریب هورست (H) می‌باشد، به طوری که با افزایش ضریب هورست این ضریب اضافه می‌شود و با کاهش قدرت تفکیک این مقدار کاهش پیدا می‌کند. با در نظر گرفتن تمامی مقادیر و برازش منحنی بین آنها در این پژوهش، رابطه (۱۸) حاصل می‌شود.

$$A = 0.5078 \times (\frac{1}{R})^{H} + 0.09585 \qquad \text{رابطه(۱۸)}$$

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]

در برازش داده‌ها برای به دست آوردن رابطه(۱۸)، مقدار $RMSE = ۰.۱۲$ و $R^۲ = ۰.۹۹۸۸$ می‌باشد.
در رابطه(۱۸)، R مقدار قدرت تفکیک بر حسب متر و H ضریب هورست می‌باشد.
مطابق روابط(۱۵) و (۱۸)، مقدار rms_height از رابطه(۱۹) بدست می‌آید. در واقع رابطه(۱۹) رابطه جدیدی است که در این پژوهش برای محاسبه rms_height فرکتالی ارائه شده است.

رابطه(۱۹)

$$rms_height = [0.5078 \times (\frac{1}{R})^{H} + 0.09858] \times s$$

جدول۲: مقدار ضریب A بر حسب ضریب هورست(H) و rms_height (rms)های مختلف برحسب سانتیمتر (این مقادیر با توجه به طول پروفیل یک متر و قدرت تفکیک یک سانتیمتر به دست آمده‌اند.)

H / rms	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹
۰/۲	۱/۰۷	۱/۴۷	۲/۲۳	۳/۴۹	۵/۴۱	۸/۴۹	۱۲/۸۲	۲۰/۶۲	۳۰/۴۶
۰/۴	۱/۰۷	۱/۴۹	۲/۲۲	۳/۴۸	۵/۳۸	۸/۴۶	۱۲/۹۷	۲۰/۰۶	۳۲/۹۵
۰/۶	۱/۰۷	۱/۴۷	۲/۲۳	۳/۴۹	۵/۴۳	۸/۲۸	۱۳/۳	۲۰/۴۳	۳۴/۴۹
۰/۸	۱/۰۶	۱/۵	۲/۲۴	۳/۴۷	۵/۳۶	۸/۳۵	۱۳/۰۶	۲۰/۱۲	۲۹/۸۸
۱	۱/۰۳	۱/۵۱	۲/۲۴	۳/۴۴	۵/۴۲	۸/۳۵	۱۲/۷۳	۱۹/۶۳	۳۳/۰۶
۱/۲	۱/۰۵	۱/۴۷	۲/۲۱	۳/۴۷	۵/۴۴	۸/۳۸	۱۳/۲	۲۰/۶	۳۳/۳۴
۱/۴	۱/۰۲	۱/۴۲	۲/۲۲	۳/۴۵	۵/۴۲	۸/۴۱	۱۲/۹۵	۱۹/۰۴	۳۰/۸۴
۱/۶	۱/۰۹	۱/۵	۲/۲۴	۳/۵۱	۵/۳۹	۸/۴۵	۱۲/۸۹	۲۰/۰۱	۳۴/۰۲
۱/۸	۱/۰۴	۱/۴۸	۲/۲۳	۳/۴۵	۵/۴۲	۸/۴۲	۱۳/۲	۱۹/۶۹	۳۲
۲	۱/۰۶	۱/۴۸	۲/۲۳	۳/۴۷	۵/۴	۸/۳۶	۱۳/۰۱	۲۰/۱	۳۴
۲/۲	۱/۰۲	۱/۴۸	۲/۲۳	۳/۴۶	۵/۳۹	۸/۳۵	۱۳/۱۲	۱۹/۷۴	۲۸/۲۷
۲/۴	۰/۹۹	۱/۴۶	۲/۲۶	۳/۴۶	۵/۴۲	۸/۴	۱۲/۹۹	۲۰/۱۶	۲۸/۵۸
۲/۶	۱/۰۶	۱/۴۵	۲/۲۳	۳/۴۹	۵/۴۴	۸/۴	۱۲/۹	۲۱/۵۶	۳۱/۳۱
۲/۸	۱/۰۴	۱/۵	۲/۲۴	۳/۴۶	۵/۴۲	۸/۳۶	۱۲/۹۹	۱۹/۴۸	۳۰/۴
۳	۱/۰۵	۱/۴۷	۲/۲۶	۳/۴۶	۵/۳۹	۸/۳۷	۱۳/۲۵	۱۹/۴۱	۳۱/۷۲
۳/۲	۱/۰۷	۱/۴۶	۲/۲۴	۳/۴۶	۵/۴۶	۸/۴۶	۱۳/۳۹	۱۹/۱۶	۳۰/۲۵
۳/۴	۱/۰۴	۱/۴۷	۲/۲۵	۳/۴۶	۵/۳۵	۸/۵۶	۱۲/۹۶	۱۹/۹	۳۲/۴۴
۳/۶	۱/۰۷	۱/۴۶	۲/۲۴	۳/۴۸	۵/۳۸	۸/۵۸	۱۲/۸۱	۱۹/۸۱	۳۳/۸۷
۳/۸	۱/۰۵	۱/۴	۲/۲۶	۳/۴۷	۵/۳۶	۸/۴۷	۱۳/۰۵	۲۰/۴۴	۳۱/۱۵
۴	۱/۰۵	۱/۴۶	۲/۲۱	۳/۴۵	۵/۴	۸/۴۵	۱۲/۹۳	۱۹/۱۶	۳۲/۱۸

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]

جدول۳: مقدار ضریب A بر حسب ضریب هورست(H) و rms_height (rms)های مختلف برحسب سانتیمتر (این مقادیر با توجه به طول پروفیل ۱۰ متر و قدرت تفکیک ۵ سانتیمتر به دست آمده‌اند.)

H / rms	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹
۰/۲	۰/۹۲	۱/۱	۱/۴۱	۱/۸۵	۲/۴۴	۳/۲۴	۱۱/۴	۴/۵	۴۳/۷
۰/۴	۰/۹۴	۱/۱	۱/۴۱	۱/۸۵	۲/۴۳	۳/۲۱	۴/۱۵	۵/۴۲	۷/۱۶
۰/۶	۰/۹۴	۱/۱۱	۱/۴۱	۱/۸۵	۲/۴۳	۳/۲۲	۴/۲۱	۵/۵۸	۷/۵۱
۰/۸	۰/۹۴	۱/۰۹	۱/۴۱	۱/۸۵	۲/۴۳	۳/۲۱	۴/۱۵	۵/۵۳	۷/۶۸
۱	۰/۹۵	۱/۱	۱/۴۱	۱/۸۵	۲/۴۴	۳/۲۱	۴/۱۳	۵/۲۹	۷/۱۹
۱/۲	۰/۹۳	۱/۰۹	۱/۴۱	۱/۸۵	۲/۴۲	۳/۲	۴/۱۷	۵/۵۲	۷/۴۵
۱/۴	۰/۹۵	۱/۰۹	۱/۴۲	۱/۸۵	۲/۴۴	۳/۲۳	۴/۲۳	۵/۳۴	۷/۷۲
۱/۶	۰/۹۲	۱/۱	۱/۴۱	۱/۸۵	۲/۴۵	۳/۲۲	۴/۱۱	۵/۵۴	۷/۸۵
۱/۸	۰/۹۴	۱/۱۱	۱/۴	۱/۸۵	۲/۴۴	۳/۱۹	۴/۱۸	۵/۴۸	۷
۲	۰/۹۳	۱/۱	۱/۴۱	۱/۸۵	۲/۴۶	۳/۲۲	۴/۲۴	۵/۵	۷/۰۷
۲/۲	۰/۹۱	۱/۱	۱/۴۱	۱/۸۴	۲/۴۴	۳/۱۷	۴/۲۲	۵/۴۲	۷/۳۱
۲/۴	۰/۹۴	۱/۱	۱/۴۱	۱/۸۵	۲/۴۴	۳/۲۱	۴/۱۷	۵/۴۶	۶/۹۸
۲/۶	۰/۹۵	۱/۱	۱/۴۱	۱/۸۵	۲/۴۴	۳/۲۴	۴/۱۸	۵/۵۷	۷/۱۴
۲/۸	۰/۹۴	۱/۱۱	۱/۴۲	۱/۸۵	۲/۴۴	۳/۲	۴/۱۷	۵/۴	۷/۴۸
۳	۰/۹۴	۱/۱	۱/۴۱	۱/۸۵	۲/۴۴	۳/۲۱	۴/۱۶	۵/۴۱	۷/۴۲
۳/۲	۰/۹۳	۱/۱	۱/۴۱	۱/۸۶	۲/۴۵	۳/۲۶	۴/۱۴	۵/۳۳	۷/۴
۳/۴	۰/۹۳	۱/۱	۱/۴۱	۱/۸۵	۲/۴۲	۳/۲۱	۴/۱۴	۵/۴۴	۷/۲۴
۳/۶	۰/۹۵	۱/۰۸	۱/۴۱	۱/۸۵	۲/۴۳	۳/۲۴	۴/۱۱	۵/۴۱	۸/۰۸
۳/۸	۰/۹۳	۱/۱	۱/۴	۱/۸۴	۲/۴۴	۳/۲۲	۴/۱۵	۵/۲۹	۷/۲۳
۴	۰/۹۳	۱/۱	۱/۴۱	۱/۸۵	۲/۴۴	۳/۲۲	۴/۲۷	۵/۴۱	۷/۷۲

جـداول(۲) و (۳) نشـان‌دهنـده تغییـرات ضـریب A برحسب rms_height و H می‌باشند. این جداول دو نمونه از ضرایبی هستند که بر اساس سطوح شبیه‌سـازی شـده، ارائه شده‌اند. به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت کـه بـرای یک طول و قدرت تفکیـک مشـخص، تغییـرات A ارتبـاط بسیار کمی با rms_height دارد و به شدت وابسته بـه H می‌باشد. بنابراین میـانگین ضـرایب بـرای $rms\text{-}heigh$ در نظر گرفته شده است. اما برای طول‌هـا و قـدرت تفکیـک-هـای مختلـف، آنـالیز نتـایج نشـان دادنـد کـه مقـدار A وابستگی شدیدی به ضریب هورست و قدرت تفکیـک دارد و نسبت به تغییرات طول پروفیل تغییرات محسوسی ندارد. دو نمونه از این ضرایب در جداول(۴) و (۵) نمایش داده شده‌اند.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]

جدول۴: مقدار ضریب A بر حسب ضریب هورست(H) و طول پروفیل‌های مختلف. طول پروفیل بر حسب متر می‌باشد. (این ضرایب بر اساس قدرت تفکیک یک سانتیمتر به دست آمده‌اند.)

H / L	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹
۱	۱/۰۵	۱/۴۶	۲/۲۴	۳/۴۷	۵/۴۲	۸/۴۳	۱۳/۰۴	۱۹/۹۰	۳۱/۶۵
۲	۱/۱۰	۱/۵۲	۲/۲۸	۳/۵۳	۵/۴۶	۸/۴۳	۱۲/۹۰	۱۹/۵۴	۳۱/۲۴
۳	۱/۱۱	۱/۵۳	۲/۳۰	۳/۵۴	۵/۴۷	۸/۴۵	۱۲/۸۷	۱۹/۶۷	۳۲/۶۷
۴	۱/۱۱	۱/۵۳	۲/۳۰	۳/۵۴	۵/۴۸	۸/۴۵	۱۲/۹۶	۱۹/۷۹	۳۳/۶۴
۵	۱/۱۱	۱/۵۳	۲/۳۰	۳/۵۴	۵/۴۹	۸/۴۷	۱۳/۰۰	۲۰/۰۶	۳۴/۵۷
۶	۱/۰۹	۱/۵۱	۲/۲۹	۳/۵۴	۵/۵۰	۸/۵۲	۱۳/۱۲	۲۰/۳۴	۳۵/۴۷
۷	۱/۰۹	۱/۵۲	۲/۲۹	۳/۵۴	۵/۵۰	۸/۵۳	۱۳/۱۳	۲۰/۴۱	۳۵/۷۲
۸	۱/۰۹	۱/۵۱	۲/۲۹	۳/۵۴	۵/۵۰	۸/۵۳	۱۳/۱۳	۲۰/۴۴	۳۵/۸۱
۹	۱/۰۹	۱/۵۲	۲/۲۹	۳/۵۴	۵/۵۱	۸/۵۳	۱۳/۱۳	۲۰/۴۴	۳۵/۷۰
۱۰	۱/۰۹	۱/۵۲	۲/۲۹	۳/۵۴	۵/۵۱	۸/۵۴	۱۳/۱۳	۲۰/۴۹	۳۵/۶۹

جدول۵: مقدار ضریب A برحسب ضریب هورست(H) و قدرت تفکیک‌های مختلف. قدرت تفکیک بر حسب سانتیمتر می‌باشد. (این ضرایب بر اساس طول پروفیل ۵ متر دست آمده‌اند.)

H / R	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹
۱	۱/۱۱	۱/۵۳	۲/۳۰	۳/۵۴	۵/۴۹	۸/۴۷	۱۳/۰۰	۲۰/۰۶	۳۴/۵۷
۳	۰/۹۸	۱/۲۱	۱/۶۳	۲/۲۶	۳/۱۴	۴/۳۴	۵/۹۶	۸/۰۷	۱۱/۵۱
۵	۰/۸۹	۱/۰۷	۱/۳۸	۱/۸۲	۲/۴۲	۳/۲۰	۴/۲۵	۵/۵۶	۷/۴۵
۷	۰/۸۱	۰/۹۶	۱/۲۰	۱/۵۵	۲/۰۰	۲/۵۸	۳/۳۲	۴/۳۸	۵/۸۷
۹	۰/۷۵	۰/۸۸	۱/۰۹	۱/۳۷	۱/۷۳	۲/۱۸	۲/۸۱	۳/۵۸	۵/۰۷
۱۱	۰/۶۸	۰/۸۱	۱/۰۰	۱/۲۳	۱/۵۳	۱/۹۱	۲/۴۲	۳/۱۱	۴/۳۴

همانطور که در جداول(۴) و (۵) و (۶) نشان داده شده است، تغییرات A به تغییرات قدرت تفکیک کاملا حساس است اما نسبت به تغییرات طول، تغییرات بسیار کمتری پیدا می‌کند؛ بنابراین در این مورد هم می‌توان متوسط این ضریب را برای طول‌های مختلف در نظرگرفت.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

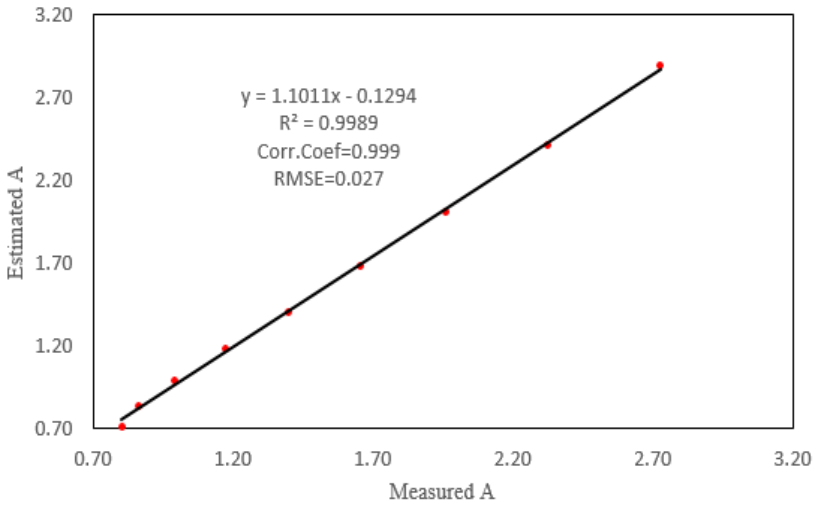
[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]

جدول۶: مقدار ضریب A بر حسب ضریب هورست(H) و قدرت تفکیک‌های مختلف. قدرت تفکیک بر حسب سانتیمتر می‌باشد. (این ضرایب بر اساس طول پروفیل ۱۰ متر بدست آمده‌اند.)

H / R	۰٫۱	۰٫۲	۰٫۳	۰٫۴	۰٫۵	۰٫۶	۰٫۷	۰٫۸	۰٫۹
۱	۱٫۰۹	۱٫۵۲	۲٫۲۹	۳٫۵۴	۵٫۵۱	۸٫۵۴	۱۳٫۱۳	۲۰٫۴۹	۳۵٫۶۹
۳	۰٫۹۹	۱٫۲۳	۱٫۶۵	۲٫۲۸	۳٫۱۵	۴٫۳۵	۵٫۹۶	۸٫۱۵	۱۲٫۱۵
۵	۰٫۹۳	۱٫۱۰	۱٫۴۱	۱٫۸۵	۲٫۴۴	۳٫۲۲	۴٫۱۷	۵٫۳۹	۷٫۲۵
۷	۰٫۸۹	۱٫۰۲	۱٫۲۶	۱٫۶۰	۲٫۰۵	۲٫۶۲	۳٫۲۹	۴٫۱۶	۵٫۲۴
۹	۰٫۸۵	۰٫۹۵	۱٫۱۶	۱٫۴۴	۱٫۸۰	۲٫۲۵	۲٫۷۷	۳٫۳۷	۴٫۳۰
۱۱	۰٫۸۲	۰٫۹۰	۱٫۰۸	۱٫۳۲	۱٫۶۲	۱٫۹۹	۲٫۴۲	۲٫۹۳	۳٫۷۲

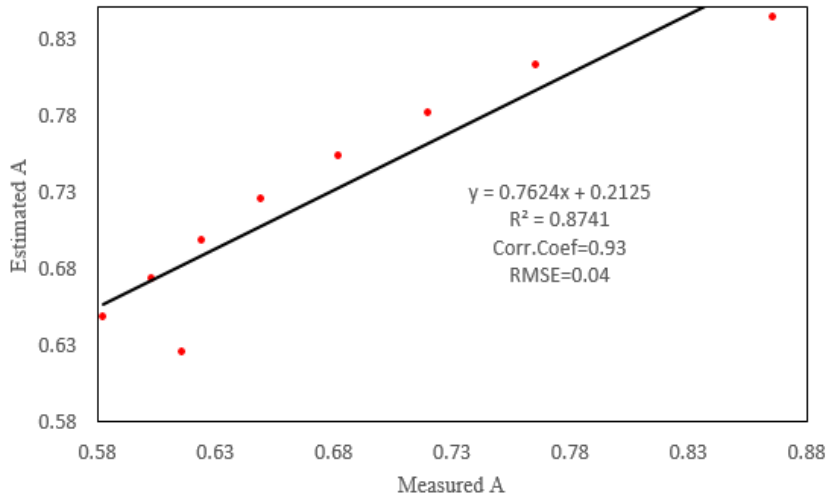
همانطور کـه در جـداول(۳) و (۵) مشـاهده مـی‌گـردد، محـدوده *rms_height* از ۲ میلیمتـر تـا ۴ سـانتیمتر و قدرت تفکیک از ۱ سانتیمتر تـا ۱۱ سـانتیمتر در نظـر گرفته شده‌است و سـطوح بـر اسـاس ایـن محـدوده‌هـا شبیه‌سازی شده‌اند؛ درنتیجه رابطـه(۱۹) براسـاس ایـن محدوده‌ها بـه دسـت آمـده اسـت. امـا در ادامـه ثابـت خواهیم کرد که این رابطه قابل تعمیم برای مقـادیر بـه مراتب بزرگتر از این محدوده‌ها مـی‌باشـد. بـا توجـه بـه رابطه(۱۹)، مقدار ضریب A برای طول پروفیل ۱۵ متـر و ۳۲٫۵ متر و ۱۳ متر با قدرت تفکیـک ۱۵ سـانتیمتر و ۶۵ سانتیمتر و ۱۰ سـانتیمتر بـه دسـت آمـده اسـت و نتیجه با ضرایب واقعی آنها مقایسه گردید.

شکل‌های(۱)، (۲) و (۳)، رابطه بین این ضرایب را نشان می‌دهند. همچنین ضریب همبسـتگی و مقـدار *RMSE* بین مقادیر واقعی و تخمین زده شده در ایـن شـکل‌هـا آورده شده است.

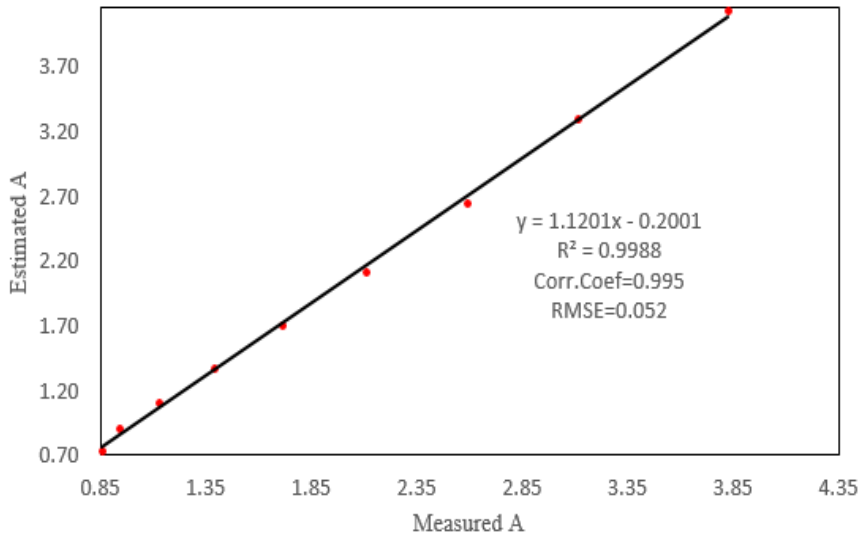


شکل۱: رابطه بین ضریب A تخمین زده شده از رابطه(۱۹) و مقدار واقعی آن برای طول L=۱۵ m و قدرت تفکیک مکانی R=۱۵ cm

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]



شکل۲: رابطه بین ضریب A تخمین زده شده با رابطه(۱۹) و مقدار واقعی آن برای طول L=۳۲٫۵ m و قدرت تفکیک مکانی R=۶۵ cm



شکل۳: رابطه بین ضریب A تخمین زده شده با رابطه(۱۹) و مقدار واقعی آن برای طول L=۱۳ m و قدرت تفکیک مکانی R=۱۰ cm

در ادامه به ارزیابی این روش برای *rms_height*های بزرگتر از ۴ سانتیمتر نیز خواهیم پرداخت. به همین منظور مقدار *rms_height* از ۴ سانتیمتر تا ۸ سانتیمتر برای طول پروفیل ۱متر و قدرت تفکیک ۱ سانتیمتر در نظر گرفته شده است. جدول(۷) مقادیر ضریب A را برای این سطوح نشان می‌دهد. شکل(۴) نمودار مقایسه مقادیر واقعی(جدول(۷)) و تخمین زده شده (توسط رابطه(۱۹)) را برای این سطوح نشان می‌دهد.

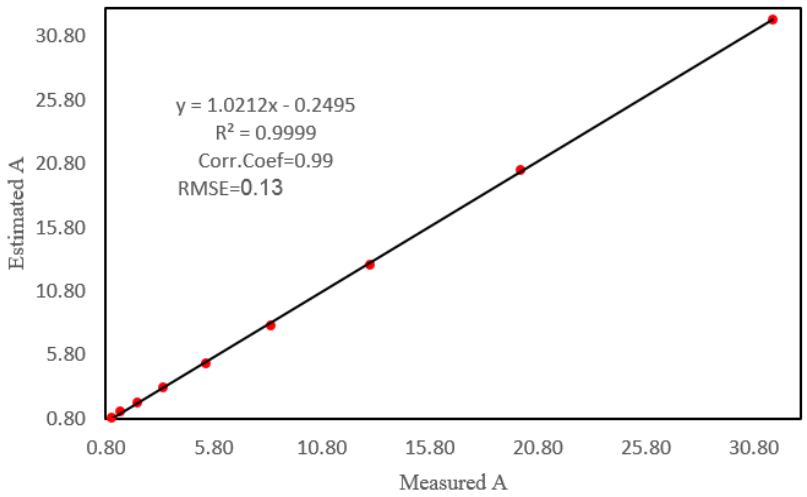
[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]

جدول۷: مقدار ضریب A بر حسب ضریب هورست(H) و *rms_height* (*rms*)های مختلف. (این مقادیر با توجه به طول پروفیل یک متر و قدرت تفکیک یک سانتیمتر برای *rms_height* های بزرگتر از ۴ سانتیمتر بدست آمده‌اند. مقدار *rms* بر حسب سانتیمتر است.)

H / rms	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹
۴/۲	۱/۰۵	۱/۴۷	۲/۲۴	۳/۴۸	۵/۳۶	۸/۳۹	۱۲/۷۸	۲۰/۰۰	۳۴/۲۲
۴/۴	۱/۰۸	۱/۴۹	۲/۲۴	۳/۴۴	۵/۳۵	۸/۵۲	۱۳/۱۱	۲۰/۲۵	۳۰/۰۶
۴/۶	۱/۰۶	۱/۴۶	۲/۲۱	۳/۴۷	۵/۴۲	۸/۴۵	۱۳/۰۱	۱۹/۱۶	۳۳/۰۴
۴/۸	۱/۰۰	۱/۴۸	۲/۲۳	۳/۴۵	۵/۳۵	۸/۴۹	۱۲/۹۱	۱۹/۷۶	۳۰/۰۶
۵	۱/۰۷	۱/۴۷	۲/۲۳	۳/۴۶	۵/۴۴	۸/۵۲	۱۳/۰۷	۱۹/۶۰	۳۲/۴۸
۵/۲	۱/۰۷	۱/۴۷	۲/۲۳	۳/۴۵	۵/۳۹	۸/۳۹	۱۲/۹۰	۱۹/۹۳	۳۱/۱۵
۵/۴	۱/۰۷	۱/۴۲	۲/۲۱	۳/۴۶	۵/۳۶	۸/۴۱	۱۲/۶۲	۲۱/۰۱	۳۳/۳۴
۵/۶	۱/۰۸	۱/۴۶	۲/۲۲	۳/۴۷	۵/۴۰	۸/۳۴	۱۲/۷۱	۱۹/۰۳	۲۸/۷۲
۵/۸	۱/۰۳	۱/۴۷	۲/۲۴	۳/۵۰	۵/۳۹	۸/۴۰	۱۳/۰۸	۲۰/۳۵	۳۲/۰۴
۶	۱/۰۴	۱/۴۷	۲/۲۴	۳/۴۶	۵/۴۲	۸/۴۶	۱۳/۰۳	۱۹/۰۸	۲۹/۹۳
۶/۲	۱/۰۸	۱/۴۹	۲/۲۴	۳/۴۷	۵/۴۲	۸/۶۱	۱۲/۷۶	۱۹/۷۹	۳۱/۰۱
۶/۴	۱/۰۷	۱/۴۷	۲/۲۳	۳/۴۷	۵/۳۹	۸/۳۷	۱۳/۱۷	۲۰/۰۴	۳۱/۳۱
۶/۶	۱/۰۸	۱/۴۸	۲/۲۴	۳/۴۸	۵/۴۳	۸/۳۸	۱۳/۸۰	۱۹/۲۵	۳۴/۶۲
۶/۸	۱/۰۴	۱/۴۷	۲/۲۲	۳/۴۴	۵/۴۱	۸/۴۵	۱۲/۸۷	۱۹/۶۵	۳۴/۲۷
۷	۱/۰۵	۱/۴۹	۲/۲۳	۳/۴۹	۵/۳۹	۸/۲۱	۱۲/۹۹	۲۰/۵۰	۲۹/۸۱
۷/۲	۱/۰۸	۱/۴۸	۲/۲۳	۳/۴۶	۵/۳۹	۸/۴۷	۱۲/۶۷	۲۰/۰۱	۳۰/۵۹
۷/۴	۱/۰۴	۱/۴۶	۲/۲۲	۳/۴۷	۵/۴۱	۸/۴۳	۱۲/۹۹	۲۰/۳۵	۳۴/۰۴
۷/۶	۱/۰۵	۱/۴۷	۲/۲۳	۳/۴۵	۵/۴۰	۸/۴۲	۱۲/۹۵	۲۰/۴۰	۳۰/۹۲
۷/۸	۱/۰۷	۱/۴۷	۲/۲۲	۳/۴۷	۵/۴۴	۸/۶۴	۱۲/۷۶	۲۰/۰۳	۳۱/۳۰
۸	۱/۰۶	۱/۴۷	۲/۲۵	۳/۴۴	۵/۳۹	۸/۲۹	۱۳/۳۲	۲۰/۳۸	۳۳/۶۵

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]



شکل۴: رابطه بین ضریب A تخمین زده شده با رابطه(۱۹) و مقدار واقعی آن برای طول $L=1\,m$ و قدرت تفکیک مکانی $R=1\,cm$ برای مقادیر *rms-height* بزرگتر از ۴ سانتیمتر

با توجه به موارد فوق می‌توان نتیجه گرفت که رابطه(۱۹) دارای دقت بسیار بالایی در تخمین *rms_height* به روش فرکتالی می‌باشد. به همین دلیل پیشنهاد می‌گردد به منظور تخمین رطوبت سطح از تصاویر راداری با استفاده از مدل‌های فیزیکی از این رابطه برای محاسبه زبری سطح استفاده گردد که قطعا دقت تخمین رطوبت سطح هم افزایش پیدا می‌کند. همچنین پیشنهاد می‌شود در تخمین زبری سطح با استفاده از وارونه‌سازی مدل‌های فیزیکی مانند *SPM* و *IEM* برای ارزیابی دقت تخمین و مقایسه آن با اندازه-گیری زمینی از این روش برای محاسبه زبری سطح استفاده گردد.

مراجع

[1] *M.W. J. Davidson, T. Le Toan, F. Mattia, G. Satalino, T. Manniner, and M. Borgeaud, "On the characterization of agricultural soil roughness for radar remote sensing studies," IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. 38, pp. 630–640, Mar. 2000.*

[2] *Irena Hajnsek, Member, IEEE, Eric Pottier, Member, IEEE, and Shane R. Cloude, Fellow, IEEE," Inversion of Surface Parameters from Polarimetric SAR" IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, VOL. 41, NO. 4, APRIL 2003.*

[3] *P. Beckmann and A. Spizzichino, the Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces. New York: Pergamon, 1963, p. 503.*

[4] *A. K. Fung, Microwave Scattering and Emission Models and Their Applications. Norwood, MA: Artech House, 1994, p. 573.*

[5] *P. C. Dubois, J. J. van Zyl, and T. Engman, "Measuring soil moisture with imaging radars," IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. 33, pp. 916–926, July 1995.*

[6] *J. Shi, J. Wang, A. Y. Hsu, P. E. O'Neill, and E. Engman, "Estimation of bare surface soil moisture and surface roughness parameters using L-band SAR image data," IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. 35, pp. 1254–1264, Sept. 1997.*

[7] *M. Borgeaud and J. Noll, "Analysis of theoretical surface scattering models for polarimetric microwave remote sensing of bare soils," Int. J. Remote Sens., vol. 15, no. 14, pp. 2931–2942, 1994.*

[8] *S. R. Cloude and K. P. Papathanassiou, "Surface roughness and polarimetric*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]

entropy," in Proc. IGARSS, Hamburg, Germany, 1999, pp. 2443–2445.

[9] A. Ghafouri, J. Amini, M. Dehmollaian and M. A. Kavoosi, "Better Estimated IEM Input Parameters Using Random Fractal Geometry Applied on Multi-Frequency SAR Data," Remote Sens, vol. 9, no. 445, 2017.

[10] A. Ghafouri, Top-Geological Formations surface roughness modeling in SAR image.PhD thesis, Tehran: University of Tehran, 2017.

[11] G. Di Martino, D. Riccio and I. Zinno, "SAR Imaging of Fractal Surfaces," IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vols. Vol. 50, No. 2,, pp. 630-644, 2012.

[12] G. Di Martino, A. Iodice , D. Ricc and G. Ruello, "Imaging of Fractal Profiles," IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 48, no. 8, pp. 3280-3289, 2010.

[13] B. Mandelbrot, The Fractal Geometry of Nature, New York: Freeman, 1983.

[14] K. Falconer, Fractal Geometry, Chichester,U.K: Wiley, 1990

[15] G. Franceschetti and D. Riccio, Scattering, Natural Surfaces and Fractals, Burlington, MA: Academic, 2007.

[16] P. Baveye, J. Parlange and B. Stewart, Fractals in soil science, Boca Raton : CRC Press, 1998.

[17] E. Vidal V´azquez , J. Miranda and A. Paz, "Describing soil surface microrelief by crossover length and fractal dimension," Nonlin. Processes Geophys, vol. 14, pp. 223-235, 2007.

[18] S. D Merrill , C. Huang, T. Zobeck and D. Tanaka, "Use of the chain set for scale-sensitive and erosion-relevant measurements of soil surface roughness," in Sustaining the global farm, 2001.

[19] E. Vidal V´azquez, J. Miranda, M. Alves and a. Paz Gonz´alez, "Effect of tillage on fractal indices describing soil surface microrelief of a Brazilian Alfisol," Geoderma, vol. 134, p. 428–439, 2006.

[20] N. Baghdadi, P. Paillou, G. Grandjean, P. Dubois and M. Davidson, "Relationship between profile length and roughness variables for natural surfaces," International Journal of Remote Sensing, vol. 21, no. 17, pp. 3375-3381, 2000.

[21] M. Zribi , V. Ciarletti and O. Taconet., "Validation of a Rough Surface Model Based on Fractional Brownian Geometry with SIRC and ERASME Radar Data over Orgeval," REMOTE SENS ENVIRON, vol. 73, p. 65–72, 2000.

[22] G. Di Martino, D. Riccio and I. Zinno, "SAR Imaging of Fractal Surfaces," IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vols. Vol. 50, No. 2,, pp. 630-644, 2012.

[23] C. Huang and J. Bradford , "Applications of a laser scanner to quantify soil microtopography," Soil Sci. Soc. Am. J, vol. 56, pp. 14-20, 1992.

[24] Summers, R. Soukup and R. Gragg, "Mathematical modeling and computer-aided manufacturing of rough surfaces for experimental study of seafloor scattering," IEEE Journal of Oceanic Engineering, , vol. 32, no. 4, pp. 897-914, 2007.

[25] W. Dierking, "Quantitative roughness characterization of geological surfaces and implications for radar signature analysis," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens, vol. 37, pp. 2397-2412, 1999.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]

K. N. TOOSI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
FACULTY OF GEODESY AND GEOMATICS ENGINEERING

Journal of Geospatial Information Technology
Vol.11, No.4, Winter 2024

Research Paper

A new fractal relationship for measuring surface roughness to be used in physical models of radar backscattering

Mohammad Maleki *

Assistant professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Razi University

Abstract

The sensitivity of the microwave waves to the physical and geometrical parameters of the soil has caused the radar remote sensing to have a wide range of applications in various fields. In agricultural and environmental issues, the soil parameters, including its moisture and roughness, have been among the most important issues to the experts, the first of which is related to its physical characteristic and the second one is related to geometrical characteristic. The roughness parameter plays an important role in the soil erosion. And in order to estimate the soil moisture, the roughness must also be studied. The role of each of them in the backscattering of radar waves must be analyzed as well. There are various models to estimate these two parameters from the radar images, among which the most important ones are the IEM and SPM models. As the evaluation of the accuracy of these models in estimating the surface roughness is based on the real ground data, the calculation of the ground roughness is important. In order to measure the ground roughness, there are two methods: Euclidean Geometry and Fractal Geometry. There are many studies that have demonstrated the higher accuracy of the fractal methods in estimating the surface roughness. In order to measure the surface roughness to enter the physical models or to measure the accuracy of the roughness using the inversion of the physical models, various fractal methods have been proposed, which are based on the profile length, while In this study, a new equation for measuring the roughness by fractal method is proposed, which is based on the sampling intervals. This equation has been obtained based on the simulation of different fractal surfaces in a wide range of dimensions. The accuracy of the obtained model is RMSE =0.12 and R2 =0.9988. The evaluation results of this equation for the ranges outside the simulation have shown that it is a reliable method with high accuracy for measuring the surface roughness using the fractal method.

Key words : *Roughness, Fractal Geometry, Euclidean Geometry, fbm.*

Correspondence Address*: Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Razi, Kermanshah, Iran.*
Tel*: : +989183367650*
Email : *mo.maleki1358@gmail.com*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.61186/jgit.11.4.103]