



این مقاله در اولین کنفرانس ملی مهندسی فناوری اطلاعات مکانی به عنوان مقاله برگزیده انتخاب شده است که پس از تکمیل، داوری مجدد و اخذ پذیرش در این شماره از نشریه به چاپ می‌رسد.

## افزایش سازگاری نقشه‌های ثبتی با اطلاعات هندسی مندرج در اسناد ثبتی به روش نگاشت اجزاء محدود

علی رضائی<sup>۱\*</sup>، محمد سعادت سرشت<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد GIS، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، دانشگاه تهران

۲- دانشیار دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، دانشگاه تهران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۱/۱۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۱۵

### چکیده

علت ایجاد اعوجاجات هندسی در نقشه‌های ثبتی تفاوت میان اطلاعات هندسی (طول‌ها و مساحت‌ها) در این نقشه‌ها با مقادیر نظیرشان در اسناد ثبتی است. این اعوجاجات در اثر روش‌ها و تجهیزات سنتی در مرحله نقشه‌برداری و یا در نگهداری نقشه‌ها به صورت کاغذی به وجود آمده‌اند. به دلیل اهمیت و پیچیدگی نقشه‌های ثبتی در مقایسه با سایر نقشه‌ها هرگونه عدم مطابقت بین نقشه و اسناد، مشکلات حقوقی، مالی و اجتماعی را در پی خواهد داشت. بنابراین هدف این تحقیق ارائه روشی برای کاهش اعوجاجات هندسی نقشه‌های ثبتی از طریق انطباق اطلاعات هندسی قطعات ملکی در نقشه‌های ثبتی با اسناد ثبتی است. راه‌حل پیشنهادی برای این هدف استفاده از روش نگاشت اجزاء محدود است. در این روش معادله‌های نقطه کنترل به همراه معادله‌های شروط هندسی طول و مساحت هریک از قطعات ملکی به معادلات شرط پیوستگی روش اجزاء محدود اضافه شدند و سرشکنی مطابق با روش پارامتریک انجام شد. این روش برای دو نقشه کاغذی به همراه اطلاعات هندسی اسناد آن‌ها پیاده‌سازی شد و باقی مانده‌ها تا حد زیادی کاهش یافتند. آزمون‌ها نشان می‌دهند که میانگین مربع خطاها (RMSE) مربوط به طول‌ها از ۶۳ سانتی‌متر به ۱/۲ سانتی‌متر و مساحت‌ها از ۸/۱۰ مترمربع به ۰/۰۰۰۳ مترمربع و همچنین RMSE نقاط کنترل از ۱/۱۲ متر به ۶۵ سانتی‌متر بهبود یافته است.

**کلیدواژه‌ها:** زمین مرجع سازی نقشه ثبتی، اعوجاج هندسی نقشه ثبتی، نقشه ثبتی، نگاشت اجزاء محدود

\*نویسنده مکاتبه کننده: تهران خیابان کارگر شمالی، پردیس دانشکده‌های فنی دانشگاه تهران، دانشکده نقشه برداری و سیستم‌های اطلاعات مکانی، گروه سیستم‌های اطلاعات مکانی.

تلفن: ۰۹۱۹۰۶۹۶۸۴۴

## ۱- مقدمه

نقشه‌ها و یا کروکی‌های کاغذی با اسناد ملکی راه حلی منطقی به نظر می‌رسد. در این پژوهش هدف استفاده از روش نگاشت اجزاء محدود برای نزدیک کردن شکل و اندازه قطعات ملکی در نقشه به شکل و اندازه مشخص شده در سند املاک و همچنین کنترل تغییر شکل منطقه تحت تبدیل در این نگاشت است. در این مقاله پس از بیان مسأله و پیشینه تحقیق، جزئیات راهکار پیشنهادی ارائه می‌شود. سپس آزمون‌های انجام شده روی دو گروه نقشه ثبتی بیان می‌شوند و نتایج عددی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند.

## ۲- بیان مسأله

با توجه به توضیحات بیان شده در مقدمه مسأله اصلی این تحقیق کاهش اعوجاجات موضعی نقشه تا حد ممکن و همچنین حفظ شکل منطقه است. در این متن نزدیک شدن شکل هر قطعه ملکی به شکل هندسی که در سند آن مشخص شده است به معنی برطرف سازی اعوجاجات موضعی در نقشه‌های ثبتی در نظر گرفته شده است.

در ریاضیات بدیهی است که با استفاده از طول اضلاع و مساحت یک چندضلعی بسته می‌توان شکل آن را به صورت منحصر به فرد مشخص کرد. چون قطعات ملکی هر کدام چند ضلعی بسته هستند لذا با افزودن معادلات شرط مربوط به طول اضلاع و مساحت می‌توان قطعه ملکی را تا حد ممکن به شکل هندسی مشخص شده در سند آن نزدیک کرد. پس منظور از اطلاعات هندسی مندرج در اسناد مقادیر اضلاع و مساحت املاک است.

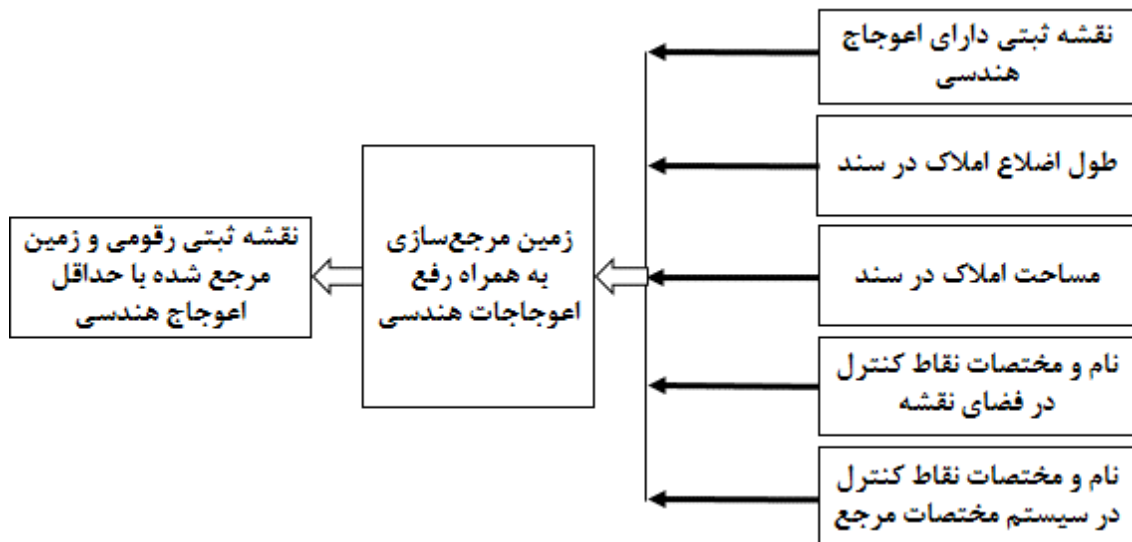
برای حل این مسأله فرض بر این است اگر میزان اختلاف ابعاد و مساحت نقشه با مقادیر نظیر در سند به اندازه‌ای باشد که به‌عنوان یک اشتباه تلقی شود باید قبل از شروع حل مسأله شناسایی و کنار گذاشته شوند. همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است وجود مشاهدات از سه نوع مختلف طول و مساحت و

امروزه گسترش تجهیزات رایانه‌ای موجب تحول در روش‌های ذخیره‌سازی، پردازش و بازیابی اطلاعات مکانی شده است. بنابراین به‌روز رسانی نقشه‌های قدیمی کاغذی مستلزم انتقال این نقشه‌ها به فضای رایانه‌ای است. این در حالی است که نقشه‌های کاغذی قدیمی تولید شده دارای خطاها و مشکلاتی هستند. در این تحقیق تمرکز بر روی نقشه‌های ثبتی است زیرا اولاً نقشه‌های ثبتی قدیمی عمدتاً در سیستم مختصات مرجع جهانی مختصات‌دار نیستند و سیستم مختصات آن‌ها به صورت محلی تعریف شده است و ثانیاً این نقشه‌ها دارای اعوجاجات موضعی (در اینجا منظور از اعوجاجات موضعی تفاوت بین شکل یک قطعه ملکی و شکل مشخص شده توسط مقادیر سندی است) هستند [۱]. از منابع این خطا می‌توان به نوع روش اندازه‌گیری، تجهیزات مورد استفاده برای اندازه‌گیری، تجهیزات و نحوه ترسیم، نوع کاغذ و نگهداری نقشه، نوع و خطای اسکتر (در صورت انتقال به فضای رقومی) و در نهایت اشتباهات و خطاهای انسانی و اتفاقی اشاره کرد.

یک راه حل ممکن برای گریز از این خطاها و اشتباهات جمع‌آوری مجدد داده برای تهیه نقشه با روش‌ها و تجهیزات مدرن و ترسیم این داده‌ها در محیط رقومی است. این کار موجب تولید نقشه‌هایی با دقت و صحت بالا (منطبق با واقعیت) می‌شود. اما پیاده‌سازی این روش نیازمند هزینه و زمان است. علاوه بر این اگرچه این روش منجر به تولید نقشه‌های دقیق و صحیح می‌شود اما سندها هم دارای خطا هستند و ممکن است با واقعیت اختلاف داشته باشند، بنابراین ممکن است نقشه جدید که تا حد زیادی منطبق بر واقعیت است سازگاری خود را با سندهای ثبتی از دست بدهد. این مسأله منجر به صدور سند جدید و باعث اعتراض مالکان و ایجاد اختلاف حقوقی بین آن‌ها می‌شود. بنابراین ارائه روشی برای سازگاری هندسی

آیا معیاری برای کنترل تغییر شکل منطقه نسبت به نقشه اولیه وجود دارد؟ چگونه می‌توان به تقابلی بهینه در رفع اعوجاجات موضعی و حفظ شکل منطقه دست یافت؟

نقطه کنترل، مقدار وزن مربوط به هر کدام از مشاهدات و انتخاب روش برای ادغام این مشاهدات از چالش‌های مسأله به حساب می‌آیند. به‌طور کلی علاوه هدف اصلی تحقیق در این پژوهش به دنبال پاسخ دو پرسش هستیم:



شکل ۱: داده‌های ورودی مورد نیاز و خروجی تولید شده در فرایند رفع اعوجاجات هندسی در حین زمین مرجع سازی

افراز می‌گردد و به ازای نقاط کنترل موجود در هر یک از این قسمت‌ها تبدیل خاصی به‌کار می‌رود. روش شیء‌مبنا با اضافه کردن قیودی از عوارض با معنی موجود در نقشه (مانند قید مساحت یک چند ضلعی) انجام می‌شود [۴].

بهدال در سال ۲۰۰۷ روش‌های تصحیح اعوجاجات را به دو گروه اصلی روش‌های یک قسمتی<sup>۳</sup> یا سراسری<sup>۴</sup> و روش‌های چند قسمتی<sup>۵</sup> یا اجزاء محدود<sup>۶</sup> (محلی<sup>۷</sup>) تقسیم کرد. در روش‌های سراسری از یک دسته معادله برای تمام منطقه مورد مطالعه استفاده می‌شود. در حالی‌که در روش اجزاء محدود، منطقه مورد مطالعه به چندین قسمت تقسیم می‌شود. در این تحقیق

### ۳- پیشینه تحقیق

در سال ۲۰۰۵ تنک و همکاران در زمینه مطابقت مساحت چند ضلعی‌های بسته در نقشه با مقادیر واقعی مساحت آن‌ها از روش کمترین مربعات استفاده کردند و مقدار باقیمانده مساحت را به حداقل رساندند. این روش در سال ۲۰۰۷ به‌طور خاص برای نقشه‌های ثبتی پیاده‌سازی شد و دقت کمتر از ۵ متر در سازگاری مساحت قطعات ملکی برای این نقشه‌ها به‌دست آمد [۲ و ۳].

بلتی در سال ۲۰۰۶ تبدیلات را به دو روش نقطه مبنا<sup>۱</sup> و شیء مبنا<sup>۲</sup> تقسیم‌بندی کرد. روش اول نقطه مبنا به این صورت است که یا تبدیلات به ازای هر نقطه کنترل استفاده می‌شوند و یا نقشه به مناطق کوچکتری

<sup>3</sup> One-Segment Transformation Methods

<sup>4</sup> Global Transformation Methods

<sup>5</sup> Many-Segment Transformation Methods

<sup>6</sup> Finite Element Methods

<sup>7</sup> Local Transformation Methods

<sup>1</sup> Point based warping

<sup>2</sup> Feature based warping

اعوجاجات هندسی دخیل کرد و به این ترتیب اعوجاجات موضعی را برطرف نمود. تنها روش محلی با این ویژگی در تحقیقات گذشته روش تنک در سال ۲۰۰۵ است که از قید مربوط به مساحت قطعات ملکی استفاده کرده است. اما استفاده از قید مساحت بدون قید طول اضلاع موجب از دست رفتن شکل قطعات ملکی می‌شود و اعوجاجات موضعی را تصحیح نمی‌کند و تنها مساحت املاک در نقشه را به مساحت اسناد نزدیک می‌کند. در نتیجه می‌توان گفت که یک روش محلی که بتوان قیود شکل و اندازه قطعات ملکی را به صورت همزمان در آن دخیل کرد نیاز است.

#### ۴- راهکار پیشنهادی

در این تحقیق هدف رفع اعوجاجات هندسی موضعی در حین کنترل تغییر شکل منطقه مورد مطالعه در نقشه‌های ثبتی است. از آنجایی که ابعاد و مساحت املاک در اسناد آن‌ها مشخص است لذا تعداد قیود کافی برای استفاده از روش محلی شیء مبنا وجود دارد. بنابراین در تحقیق حاضر نقشه با روش اجزاء محدود به مناطق کوچکتر افزای می‌شود و سپس برای کنترل اعوجاجات موضعی املاک قیود محلی شیء مبنا به شروط پیوستگی اجزاء محدود اضافه می‌شود.

در این پژوهش در صورت کاغذی بودن نقشه اولیه از خطاهای اسکن کردن و رقومی‌سازی صرف نظر می‌شود و نقشه رقومی دارای تمام ویژگی‌های نقشه کاغذی اولیه است. برای بررسی اعوجاجات به صورت کمی، پس از رقومی‌سازی با استفاده از تبدیل متشابه چهار پارامتری با نقاط کنترل، نقشه به همراه تمام اعوجاجات از فضای تصویر به فضای سیستم مختصات جهانی منتقل می‌شود (شکل ۲)

روش اجزاء محدود یکی از روش‌های موضعی است که با در نظر گرفتن شبکه (شکل ۳) بر روی منطقه و اعمال شروط پیوستگی اعوجاجات را به صورت محلی کنترل می‌کند. در این روش میزان تغییر هر نقطه نقشه با استفاده از رابطه‌های (۱ و ۲) براساس تغییرات نقاط

همبستگی بین ضرایب معادلات ریاضی به عنوان معیاری برای کنترل اعوجاجات در نظر گرفته شد. هرچه همبستگی بین ضرایب کمتر باشد کنترل محلی اعوجاجات بهتر صورت می‌گیرد. در این مطالعه برای هر دو روش در رفع اعوجاجات فقط از نقاط کنترل در نقشه‌های ثبتی استفاده شد و قیودی از عوارض نقشه اضافه نشد [۵].

هدف از پژوهش براولی و همکاران در سال ۲۰۱۲ وارد کردن نقشه‌های ثبتی تاریخی در سیستم اطلاعات مکانی مبتنی بر رایانه بود. برای رفع اعوجاجات هندسی در این نوع نقشه‌ها از یک تبدیل چند جمله‌ای سراسری استفاده شد. محققین در این تحقیق به کمک روش آزمون و خطا به بهترین درجه چند جمله‌ای متناسب با اعوجاجات در نقشه‌های مورد مطالعه دست یافتند. امکان تغییر درجه چند جمله‌ای متناسب با نوع نقشه و اعوجاجات آن از محاسن این روش است [۶].

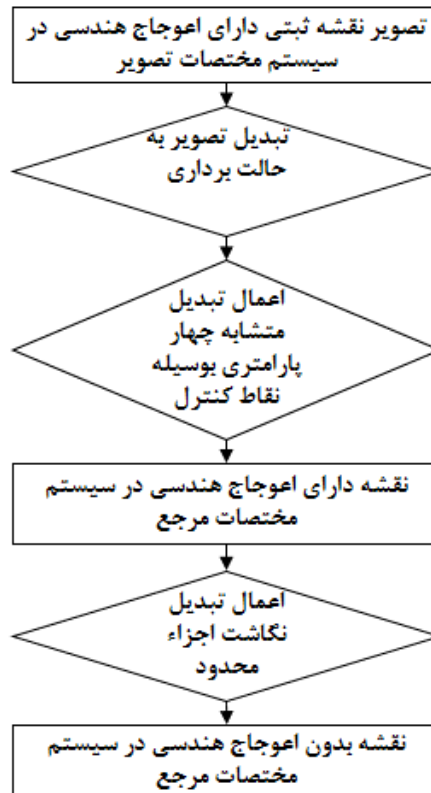
در نقشه‌های ثبتی واحد تشکیل دهنده نقشه قطعات ملکی هستند که اعوجاجات هندسی به شکل ناسازگاری در طول، مساحت و شکل این قطعات ملکی ظاهر می‌شود که در این مقاله به عنوان اعوجاجات موضعی در نظر گرفته شدند. معمولاً اعوجاجات به دلایل مختلف به صورت نامتوازن در سطح نقشه توزیع شده‌اند و چون رفتار روش‌های سراسری در سطح نقشه یکسان است قادر به ترمیم کامل این اعوجاجات نیستند. از طرفی روش‌های محلی استفاده شده در تحقیقات پیشین عموماً به صورت نقطه مبنا عمل کرده‌اند. در روش نقطه مبنا نیاز به تعداد نقاط کنترل زیاد و همچنین آگاهی از میزان اعوجاج در هر نقطه است. علاوه بر این در این روش قیود مربوط به طول و مساحت هر یک از قطعات ملکی در رفع اعوجاجات در نظر گرفته نمی‌شوند [۴].

بنابراین در رفع اعوجاجات نقشه‌های ثبتی مناسب‌ترین روش، استفاده از روش‌های محلی است که بتوان قیود مربوط به هر یک از قطعات ملکی را در معادلات رفع

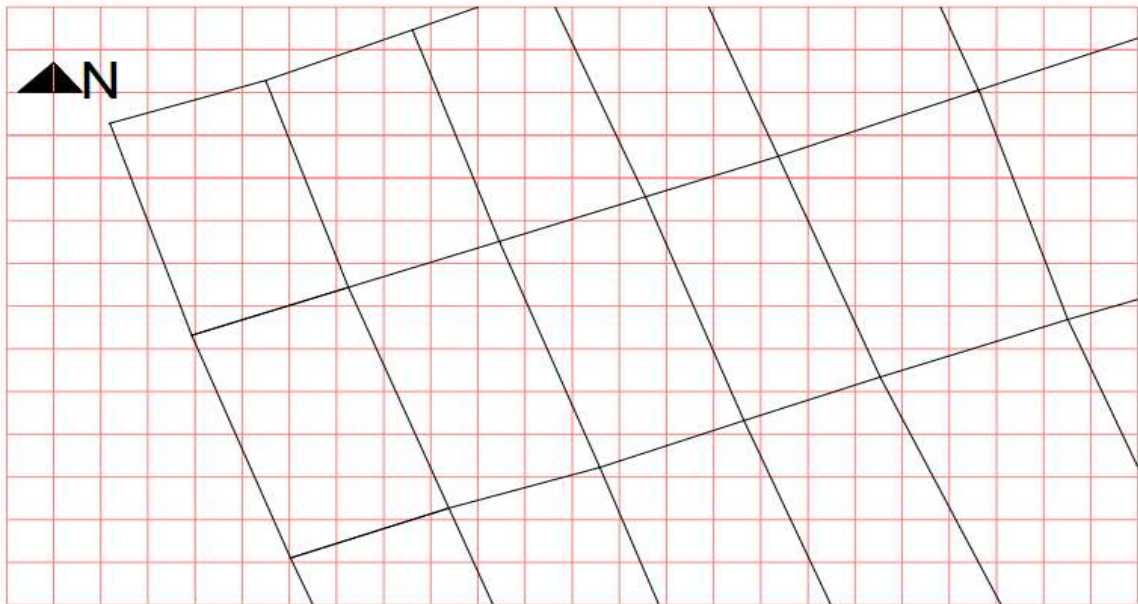
شبکه‌ی احاطه‌کننده‌ی آن نقطه بیان می‌شوند  
 (شکل (۴)) بدین ترتیب مجهولات فقط میزان جابجایی  
 نقاط شبکه هستند [۷].

$$dx_A = \left(1 - \left(\frac{\Delta X}{d}\right)\right) \times \left(1 - \left(\frac{\Delta Y}{d}\right)\right) \times dx_1 + \left(1 - \left(\frac{\Delta X}{d}\right)\right) \times \left(\frac{\Delta Y}{d}\right) \times dx_2 + \left(\frac{\Delta X}{d}\right) \times \left(1 - \left(\frac{\Delta Y}{d}\right)\right) \times dx_3 + \left(\frac{\Delta X}{d}\right) \times \left(\frac{\Delta Y}{d}\right) \times dx_4 \quad (۱)$$

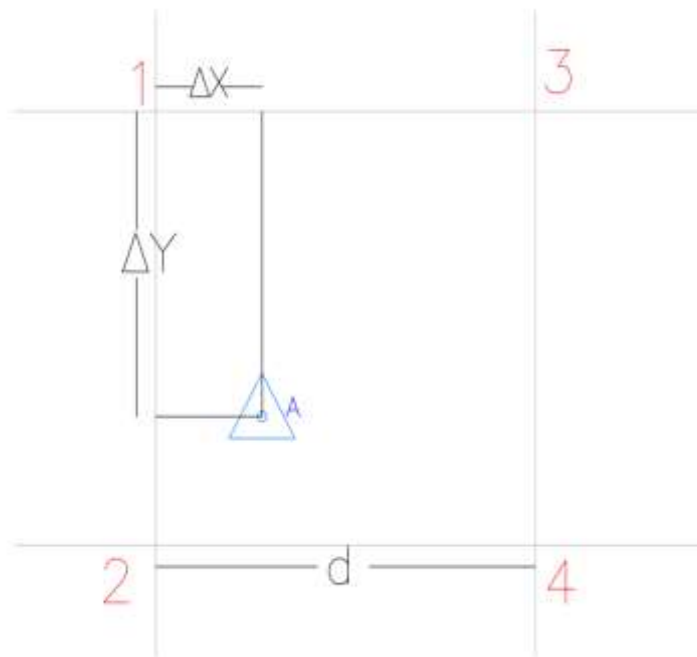
$$dy_A = \left(1 - \left(\frac{\Delta X}{d}\right)\right) \times \left(1 - \left(\frac{\Delta Y}{d}\right)\right) \times dy_1 + \left(1 - \left(\frac{\Delta X}{d}\right)\right) \times \left(\frac{\Delta Y}{d}\right) \times dy_2 + \left(\frac{\Delta X}{d}\right) \times \left(1 - \left(\frac{\Delta Y}{d}\right)\right) \times dy_3 + \left(\frac{\Delta X}{d}\right) \times \left(\frac{\Delta Y}{d}\right) \times dy_4 \quad (۲)$$



شکل ۲: نمودار روند حل مسأله رفع اعوجاجات هندسی با استفاده از روش اجزاء محدود



شکل ۳: قسمتی از شبکه ایجاد شده بر روی نقشه ثابتی



شکل ۴: نحوه تبدیل جابجایی نقاط راس قطعات ملکی یا نقاط کنترل به جابجایی نقاط شبکه

رابطه (۷) نیز مربوط به شرط پیوستگی نقاط شبکه است که به صورت میانگین جابجایی چهار همسایه نزدیک هر نقطه شبکه (براساس روش چهار همسایگی) برای آن نقطه تعریف می شود.

چهار دسته معادلات طول، مساحت، نقطه کنترل و شرط پیوستگی به ترتیب مطابق رابطه های (۳)، (۴)، (۵) و (۶) تشکیل می شوند. رابطه (۳) معادله طول اضلاع املاک، رابطه (۴) مربوط به مساحت قطعات ملکی، رابطه (۵) و (۶) معادلات نقاط کنترل (شکل ۴) و

$$L: \sqrt{(x_B + dx_B - x_A - dx_A)^2 + (y_B + dy_B - y_A - dy_A)^2} = l_{AB} \quad \text{رابطه (۳)}$$

$$S: \left(\frac{1}{2}\right) \times \left| \frac{x_A + dx_A}{y_A + dy_A} \frac{x_B + dx_B}{y_B + dy_B} \frac{x_C + dx_C}{y_C + dy_C} \frac{x_D + dx_D}{y_D + dy_D} \frac{x_A + dx_A}{y_A + dy_A} \right| = S_{ABCD} \quad \text{رابطه (۴)}$$

$$dx_A = \left(1 - \left(\frac{\Delta X}{d}\right)\right) \times \left(1 - \left(\frac{\Delta Y}{d}\right)\right) \times dx_1 + \left(1 - \left(\frac{\Delta X}{d}\right)\right) \times \left(\frac{\Delta Y}{d}\right) \times dx_2 \\ + \left(\frac{\Delta X}{d}\right) \times \left(1 - \left(\frac{\Delta Y}{d}\right)\right) \times dx_3 + \left(\frac{\Delta X}{d}\right) \times \left(\frac{\Delta Y}{d}\right) \times dx_4 = 0 \quad \text{رابطه (۵)}$$

$$dy_A = \left(1 - \left(\frac{\Delta X}{d}\right)\right) \times \left(1 - \left(\frac{\Delta Y}{d}\right)\right) \times dy_1 + \left(1 - \left(\frac{\Delta X}{d}\right)\right) \times \left(\frac{\Delta Y}{d}\right) \times dy_2 \\ + \left(\frac{\Delta X}{d}\right) \times \left(1 - \left(\frac{\Delta Y}{d}\right)\right) \times dy_3 + \left(\frac{\Delta X}{d}\right) \times \left(\frac{\Delta Y}{d}\right) \times dy_4 = 0 \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$dx_i - \left(\frac{1}{4}\right) \times (dx_{i-left} + dx_{i-right} + dx_{i-down} + dx_{i-up}) = 0 \quad \text{رابطه (۷)}$$

استفاده از دستگاه گیرنده دو فرکانسه سامانه تعیین موقعیت جهانی<sup>۱</sup> (GPS) با دقت ۱ سانتی‌متر برداشت شد. مختصات برداشت شده به صورت دو ستون به فایل نقاط کنترل که در قالب شیپ<sup>۲</sup> (.shp) ذخیره شده است اضافه شدند.

نقشه رقومی شده نیز در قالب .shp و با نادیده گرفتن خطای رقومی سازی و خطای اسکن به داده‌های ورودی مسأله اضافه شدند. در نهایت اطلاعات سندی (طول اضلاع املاک و مساحت املاک) به صورت یک فایل متنی به همراه شماره قطعه هر کدام در نظر گرفته شدند.

### ۵-۱-آزمون اول

اطلاعات آزمون اول مربوط به یک بلوک از نقشه تفکیکی مربوط به منطقه ۱۵ تهران به همراه اطلاعات سندی است که به وسیله دو کوچه ۸ متری و دو خیابان ۲۰ متری احاطه شده است.

در رابطه‌های (۳)، (۴)، (۵) و (۶) نقاط A، B، C و D نقاط رئوس یک قطعه ملکی هستند. مقادیر  $\Delta X$ ،  $\Delta Y$  فاصله عرضی و طولی نقطه رأس قطعه ملکی یا نقطه کنترل از نزدیک‌ترین نقطه شبکه که در بالا و سمت چپ آن قرار دارد هستند.  $d$  فاصله نقاط شبکه از هم،  $i$  شماره نقطه مربوط به شبکه است و  $i-down$  و  $i-up$  به ترتیب شماره نقطه پایینی و بالایی نقطه  $i$  و  $i-left$  و  $i-right$  به ترتیب شماره نقطه سمت چپ و راست نقطه  $i$  از شبکه هستند،  $l_{AB}$  برابر طول ضلع AB قطعه ملکی در سند و  $S_{ABCD}$  برابر مساحت قطعه ملکی در سند است. این معادلات به ازای تمام نقاط کنترل، اضلاع املاک، مساحت املاک و نقاط شبکه تشکیل شده و پس از خطی‌سازی در یک دستگاه سرشکنی به روش پارامتریک و با تکرار حل می‌شوند.

### ۵-آزمون‌ها

در این پژوهش برای بررسی عملکرد روش پیشنهادی از دو آزمون استفاده شده است. مرحله قبل از شروع آزمون‌ها آماده‌سازی داده‌های ورودی (شکل (۱)) است. نقاط کنترل در نقشه مشخص شدند و محل آن‌ها با

<sup>1</sup> Global Positioning System

<sup>2</sup> Shape File

است. جدول ( نشان دهنده نتایج عددی به ازای بزرگترین وزن نقاط شبکه در این آزمون است. در این آزمون هدف کنترل میزان تغییر شکل نقشه در نگاشت اجزاء محدود است. تغییر شکل ایجاد شده در نقشه به وسیله روش نگاشت اجزاء محدود نسبت به نقشه حاصل از تبدیل متشابه چهار پارامتری که حافظ شکل است مقایسه می شود. بنابراین شرایط توزیع و دقت نقاط کنترل برای این دو تبدیل یکسان در نظر گرفته شده است. میزان تغییر شکل نقشه تحت تبدیل با تغییر وزن نقاط شبکه بررسی شد. همان طور که در جدول ( نشان داده شده است روش نگاشت اجزاء محدود در شش حالت مختلف با وزن ثابت برای معادله نقاط کنترل، معادله مساحت و طول املاک و شش وزن متفاوت برای معادله پیوستگی نقاط شبکه پیاده سازی شد.

پراکندگی جابجایی نقاط رأس قطعات ملکی در فرایند نگاشت اجزاء محدود در شکل (۹)، نقشه جابجایی این نقاط به ازای بیشتری و کمترین وزن نقاط شبکه در این آزمون در شکل (۱۰) نشان داده شده است. همچنین ارتباط ریاضی بین تغییر شکل منطقه مورد مطالعه و وزن نقاط شبکه در شکل (۱۱) مشخص شده است.

همان طور که نحوه توزیع نقاط کنترل در شکل (۵) نشان داده شده است چهار گوشه‌ی این بلوک به وسیله GPS مختصات دار شدند و به عنوان نقاط کنترل (S1 تا S4) در فرایند نگاشت اجزاء به کار گرفته شدند. نتایج عددی این آزمون در جدول (۱) و شکل (۶) نشان داده شده است.

همان طور که در قسمت راهکار پیشنهادی بیان شد خطای رقومی سازی و اسکن کردن نادیده گرفته شدند. این آزمون به دنبال یافتن توزیع مناسب برای نقاط کنترل نیست. هدف از این آزمون مقایسه روش نگاشت اجزاء محدود با تبدیل متشابه چهار پارامتری در میزان سازگاری نقشه با سند است. بنابراین این مقایسه باید در شرایط یکسان از لحاظ توزیع و دقت نقاط کنترل انجام گردد. شکل (۷) نشان دهنده دو نقشه تولید شده با استفاده از این دو تبدیل است.

به منظور بررسی جابجایی نقاط کنترل و همچنین میزان اعوجاجات پس از نگاشت اجزاء محدود از شاخص ریشه میانگین مربعات خطا<sup>۱</sup> (RMSE) که نحوه محاسبه آن مطابق رابطه (۸) است استفاده شده است. که در آن  $n$  تعداد اعضای جامعه آماری  $d_i$  مقدار اولیه عضو شماره  $i$  و  $d'_i$  مقدار برآورد شده آن است.

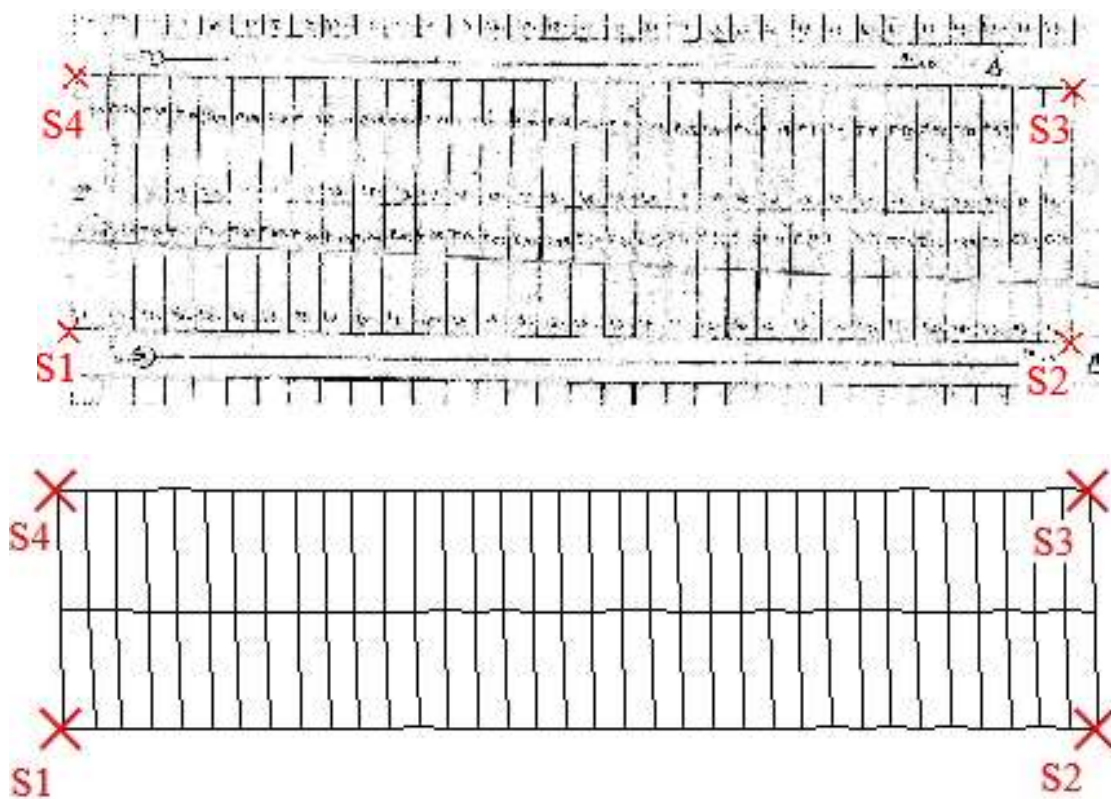
$$RMSE = \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{(d_i - d'_i)^2}{n}} \quad \text{رابطه (۸)}$$

## ۵-۲-آزمون دوم

اطلاعات آزمون دوم بخشی از نقشه ۱:۵۰۰ تفکیکی شهرستان پاکدشت استان تهران به همراه اطلاعات سندی آن هاست. این نقشه با اسکن دقیق به فضای رقومی انتقال داده شده و مانند آزمون اول خطای اسکن کردن و رقومی سازی ناچیز و قابل چشم پوشی در نظر گرفته شده است. از چهار نقطه کنترل (A1 تا A4) بوسیله GPS در چهار گوشه بلوک استفاده شده است که توزیع نقاط کنترل مطابق شکل (

<sup>۱</sup> Root Mean Square Error

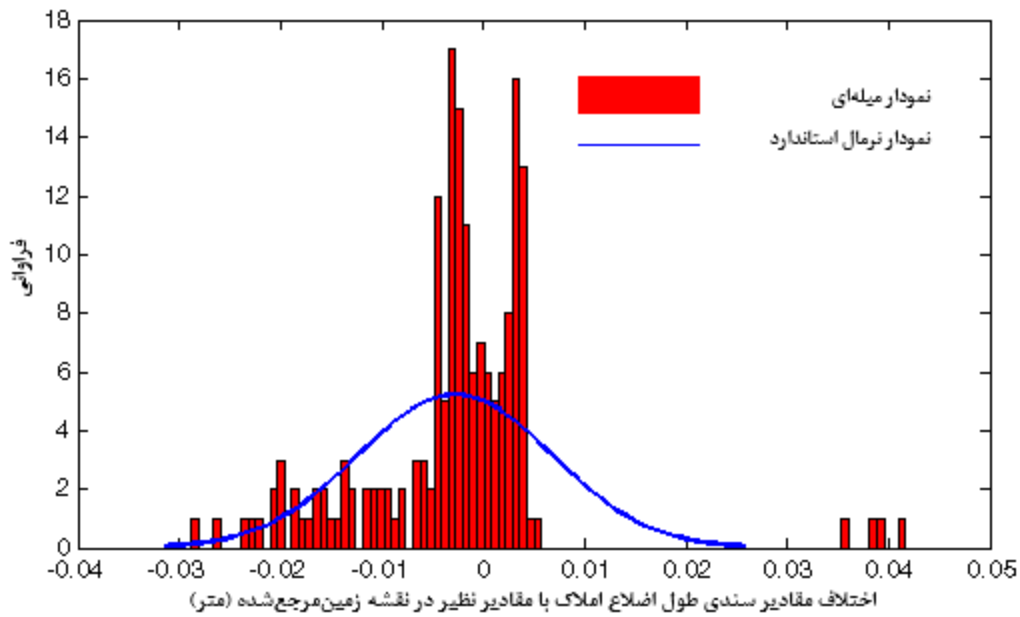




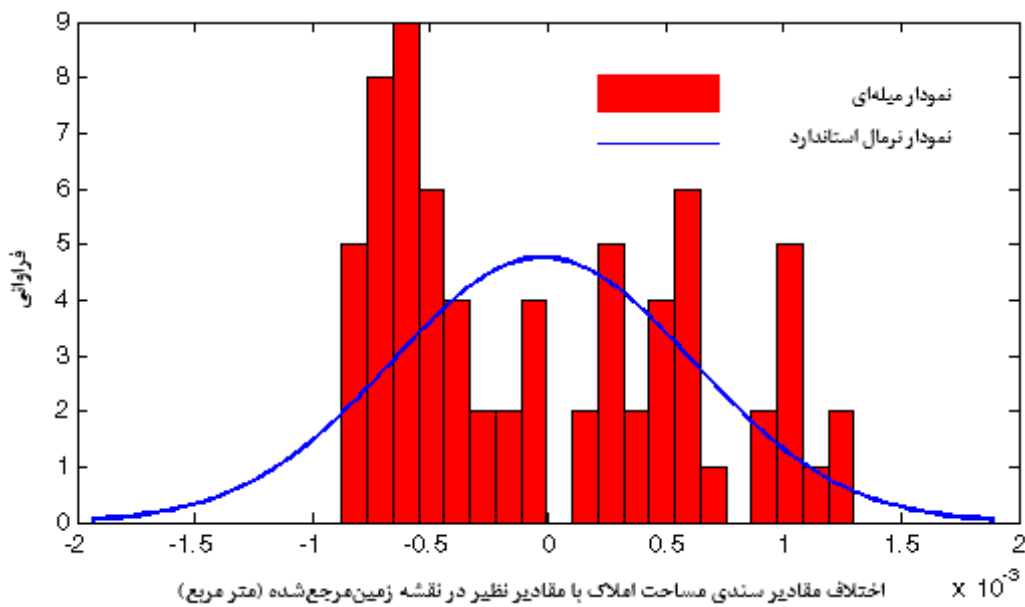
شکل ۵: تصویر اسکن شده یک بلوک نقشه تفکیکی منطقه ۱۵ تهران به همراه نحوه توزیع نقاط کنترل (تصویر بالا)، نقشه رقومی بلوک مورد نظر (تصویر پایین)

جدول ۱: معیارهای آماری دو روش نگاشت اجزاء محدود و تبدیل متشابه چهار پارامتری

تبدیل نگاشت اجزاء محدود	تبدیل متشابه چهار پارامتری	
۰/۶۴۷۵	۱/۱۱۷۳	RMSE نقاط کنترل (متر)
۰/۰۱۲۲	۰/۶۳۳۱	RMSE طول های اضلاع املاک نسبت به طول های سندی (متر)
۰/۰۰۰۲۸	۸/۰۹۸۱	RMSE مساحت املاک نسبت به مساحت سندی (مترمربع)

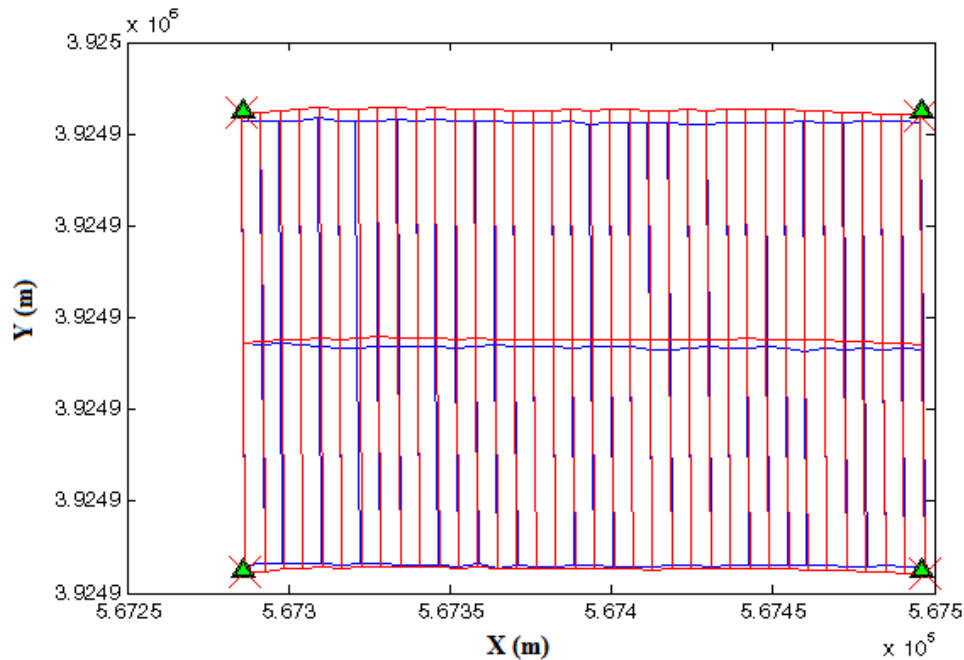


الف: نمودار اختلاف مقادیر نهایی طول اضلاع املاک با مقادیر موجود در سند با انحراف معیار  $0.012$  (متر) و میانگین  $-0.002$  (متر)

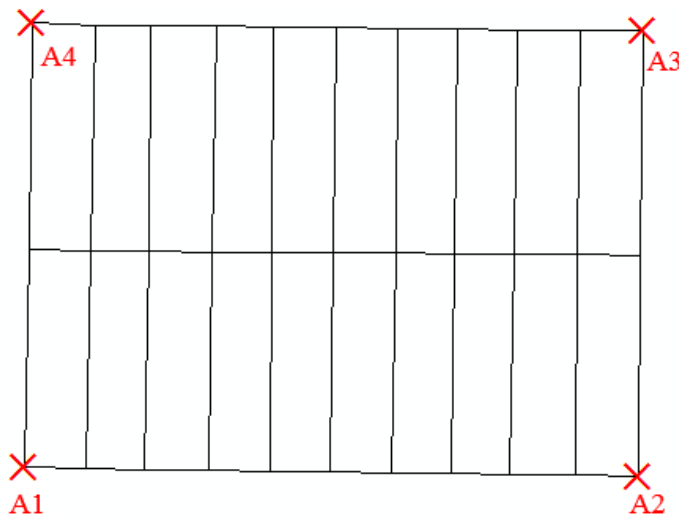


ب: نمودار اختلاف مقادیر نهایی مساحت املاک با مقادیر موجود در سند با انحراف معیار  $0.000007$  (مترمربع) و میانگین  $0.0003$  (مترمربع)

شکل ۶: نمودارهای اختلاف طول و مساحت و جایابی نقاط رئوس املاک (وزن نقاط کنترل برابر ۱۰۰۰، وزن نقاط شبکه برابر ۱۰۰۰، وزن معادلات مساحت و طول برابر ۲۵۰)

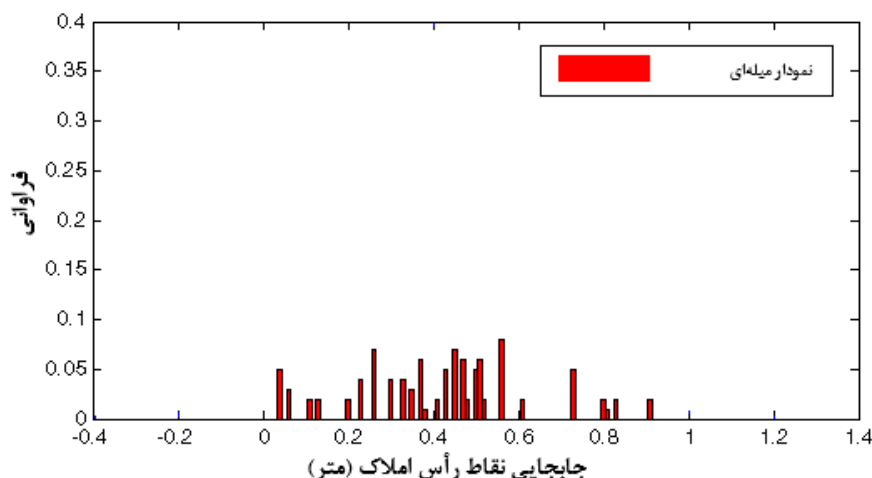


شکل ۷: نقشه زمین مرجع شده به دو روش تبدیل چهار پارامتری متشابه (رنگ آبی) و نگاشت اجزاء محدود (رنگ قرمز) (در روش اجزاء محدود وزن نقاط کنترل برابر ۱۰۰۰، وزن نقاط شبکه برابر ۱۰۰۰، وزن معادلات مساحت و طول برابر ۲۵۰ و واحد نقشه متر است.)



شکل ۸: قسمتی از نقشه رقومی شده شهرستان پاکدشت به همراه نحوه توزیع نقاط کنترل  
جدول ۲: معیارهای آماری مربوط به نتایج روش نگاشت اجزاء محدود (وزن نقاط کنترل برابر ۱۰۰۰، وزن نقاط شبکه برابر ۷۰۰ و وزن معادله‌های طول و مساحت برابر ۵۰)

RMSE	
۰/۱۸۰۶	RMSE نقاط کنترل (متر)
۰/۰۲۰۷	RMSE طول اضلاع املاک نسبت به طول‌های سندی (متر)
۰/۰۰۱۷	RMSE مساحت املاک نسبت به مساحت سندی (مترمربع)



شکل ۹: نمودار مقادیر جایجایی نقاط رأس املاک نسبت به موقعیت انتقال یافته آن‌ها بوسیله تبدیل متشابه چهار پارامتری، انحراف معیار ۰/۲۰۴ (متر) و میانگین ۰/۴۱۹ (متر) (وزن نقاط کنترل برابر ۱۰۰۰، وزن نقاط شبکه برابر ۷۰۰ و وزن معادله‌های طول و مساحت برابر ۵۰ هستند).

#### ۶- بحث و بررسی

همان‌طور که ذکر شد از دو آزمون برای بررسی روش نگاشت اجزاء محدود در رفع اعوجاجات نقشه‌های ثبتی استفاده شد. هدف از طراحی آزمون اول اثبات کارایی روش نگاشت اجزاء محدود در مقابل تبدیل متشابه چهار پارامتری در برطرف سازی اعوجاجات موضعی است که این مهم در مقایسه جدول (۱) و شکل (۶) کاملاً مشهود است. علاوه بر کاهش RMSE نقاط کنترل، این معیار برای اختلاف مساحت و طول بین سند و نقشه کاهش قابل ملاحظه‌ای داشته است که نشان از نزدیک شدن شکل هریک از قطعات ملکی به شکل تعیین شده در سند آن‌هاست. در اینجا اختلاف طول قطعات ملکی و مساحت آن‌ها نسبت به سند به‌عنوان معیارهایی برای میزان اعوجاجات موضعی در نظر گرفته شدند و با کاهش این معیارها اعوجاجات موضعی با انحراف معیار مشخص شده در شکل (۶) (وابسته به وزن) با دقت خوبی برطرف گردید.

سوال مهم دیگری که در این مسأله مطرح می‌شود میزان حفظ شکل منطقه است، پس باید معیاری برای آن ارائه شود. در طی فرایند یک تبدیل چهار پارامتری متشابه مقدار انحراف معیار جایجایی نقاط تحت تبدیل

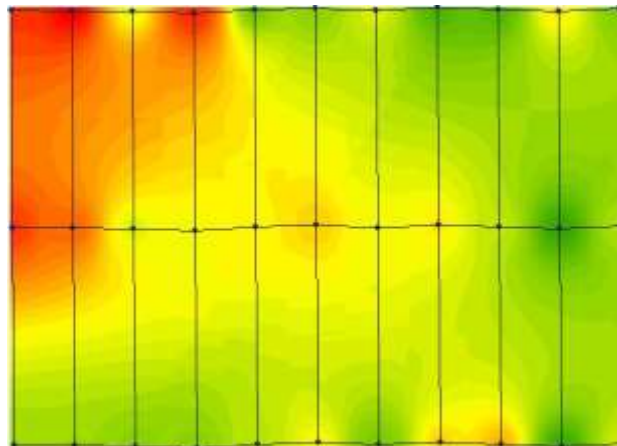
(نقاط رأس قطعات ملکی) برابر صفر است. در نتیجه انحراف معیار جایجایی نقاط رأس قطعات ملکی در یک تبدیل محلی (در اینجا روش اجزاء محدود) را می‌توان به‌عنوان معیاری برای به‌هم ریختگی شکل منطقه در نظر گرفت.

لذا همان‌طور که در جدول (۳) نشان داده شده است با ثابت نگه داشتن وزن معادلات مساحت، طول و نقاط کنترل و تغییر وزن نقاط شبکه (یا نسبت وزن نقاط شبکه به نقاط کنترل) میزان انحراف معیار جایجایی نقاط رأس املاک تغییر پیدا می‌کند. بنابراین در آزمون دوم تبدیل به ازای وزن‌های مختلف نقاط شبکه انجام شد و در نهایت یک خط به‌وسیله روش کمترین مربعات به این مقادیر برازش داده شد. همان‌طور که در شکل (۱۱) نشان داده شد نمودار حاصل تغییرات خطی نسبت وزن نقاط شبکه به وزن نقاط کنترل (محور عمودی) را نسبت به میزان انحراف معیار جایجایی نقاط رأس املاک (محور افقی) نشان می‌دهد.

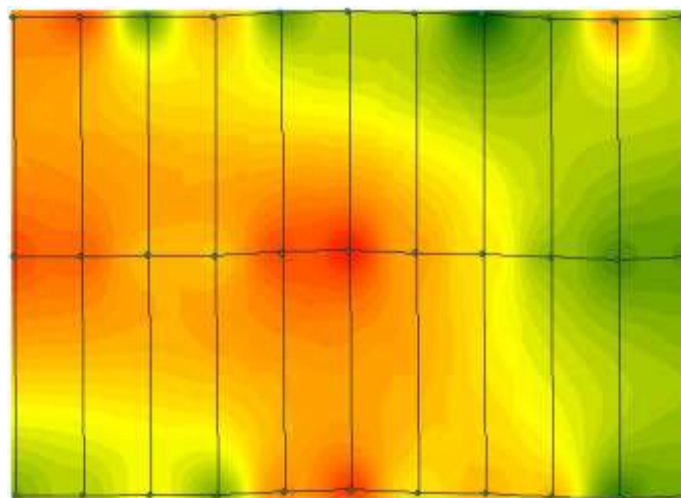
برای انجام تبدیل محلی به روش اجزاء محدود در نظر گرفتن دو عامل میزان برطرف سازی اعوجاجات موضعی و در تقابل آن کنترل تغییر شکل منطقه

اعوجاجات موضعی و حفظ شکل منطقه دست یافت، چرا که با افزایش وزن نقاط شبکه اصطلاحاً نقاط شبکه استوارتر شده و شکل منطقه را بهتر حفظ می‌کنند (شکل (۹)).

(میزان بهم ریختگی شکل منطقه تحت تبدیل) امری ضروری است. ارتباط ریاضی این دو به وسیله وزن معادلات پیوستگی نقاط شبکه برقرار شد (شکل (۱۱)). لذا با انتخاب وزن مناسب از روی نمودار شکل (۱۱) می‌توان به تقابلی بهینه از برطرف سازی



الف: وزن نقاط شبکه برابر ۷۰۰



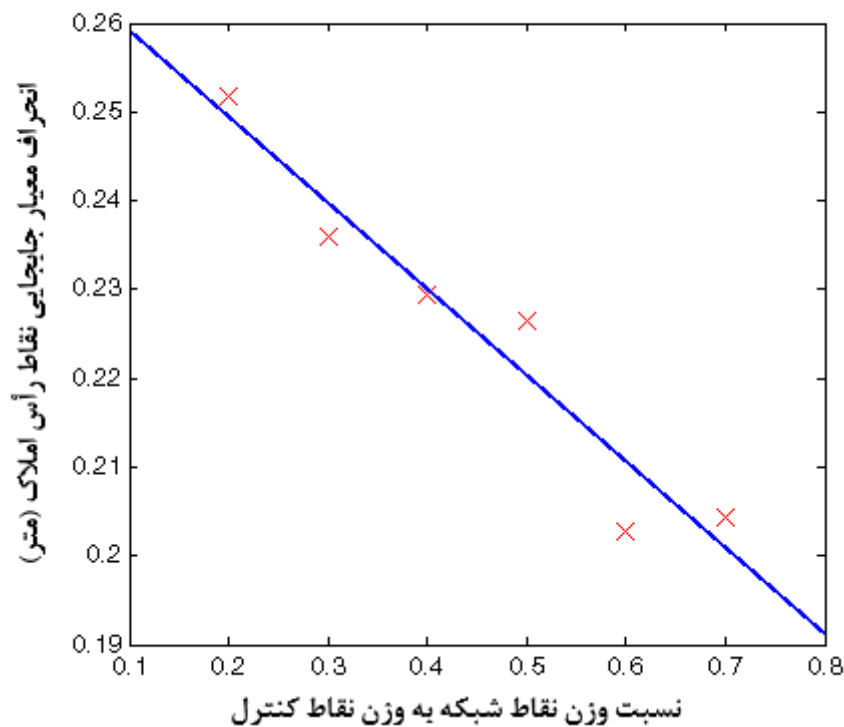
ب: وزن نقاط شبکه برابر ۲۰۰

جابجایی رأس املاک (سانتی‌متر)

شکل ۱۰: نقشه جابجایی نقاط رأس قطعات ملکی (سانتی متر) با روش اجزاء محدود نسبت به موقعیت انتقال یافته آنها بوسیله تبدیل متشابه چهار پارامتری (وزن نقاط کنترل برابر ۱۰۰۰ و وزن معادله‌های طول و مساحت برابر ۵۰ هستند).

جدول ۳: انحراف معیار جابجایی نقاط رأس قطعات ملکی در مقابل وزن های مختلف نقاط شبکه

وزن نقاط شبکه	نسبت وزن نقاط شبکه به وزن نقاط کنترل	انحراف معیار جابجایی نقاط رأس املاک (متر)
۲۰۰	۰/۲	۰/۲۵۱۸
۳۰۰	۰/۳	۰/۲۳۵۹
۴۰۰	۰/۴	۰/۲۲۹۴
۵۰۰	۰/۵	۰/۲۲۶۶
۶۰۰	۰/۶	۰/۲۰۲۷
۷۰۰	۰/۷	۰/۲۰۴۴



شکل ۱۱: نمودار برازش داده شده به مقادیر انحراف معیار جابجایی نقاط رأس املاک (محور افقی برابر نسبت وزن نقاط شبکه به وزن نقاط کنترل (بدون واحد) و محور عمودی برابر انحراف معیار جابجایی نقاط رأس املاک (متر)) شیب برابر  $0/097-$  عرض از مبدا برابر  $0/268$

سراسری قادر به برطرف سازی این اعوجاجات نیستند. بنابراین در این پژوهش از روش محلی اجزاء محدود استفاده شد و همان طور که نتایج نشان دادند در این روش سازگاری طول ها از ۶۵ سانتی متر به  $1/2$  سانتی متر و مساحت ها از  $8/10$  مترمربع به  $0/003$  متر مربع ارتقا داده شد. نکته قابل توجه این است که به همراه این بهبود در مقادیر طول و

#### ۷- نتیجه گیری

اعوجاجات موجود در نقشه های ثبتی موجب تفاوت شکل و اندازه قطعات ملکی در نقشه با شکل اندازه مشخص شده در اسناد می شود. از آنجا که این اعوجاجات در سطح نقشه متغیر هستند یا به عبارت بهتر این اعوجاجات موضعی هستند تبدیل های ریاضی

معادلات نگاشت اجزاء محدود اضافه کرد. این موضوع می‌تواند یک زمینه تحقیقاتی به‌منظور کنترل بهتر شکل منطقه در فرایند نگاشت اجزاء محدود باشد. قید در یک امتداد قرار داشتن قطعات ملکی واقع در یک کوچه یا خیابان مستقیم مثالی از این نوع قیود است.

مساحت املاک، RMSE نقاط کنترل نیز از  $1/12$  متر به  $65$  سانتی‌متر کاهش یافت. ضمناً در این پژوهش یک ارتباط ریاضی بین انتخاب وزن معادلات نقاط شبکه و میزان اعوجاجات به‌دست آمد، که با تصمیم‌گیری در مورد تغییر شکل منطقه از روی خط نمودار شکل (۱۱) مقدار نسبت وزن نقاط شبکه به وزن نقاط کنترل به‌دست می‌آید. علاوه بر قیود طول اضلاع و مساحت قطعات ملکی می‌توان قیود دیگری نیز به

## مراجع

- [1] P. V. Bolstad, P. Gessler, and T. M. Lillesand, "Positional uncertainty in manually digitized map data," *International Journal of Geographical Information System*, vol. 4, no. 4, pp. 399–412, 1990.
- [2] X. Tong, W. Shi, and D. Liu, "A Least Squares-Based Method for Adjusting the Boundaries of Area Objects," *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, vol. 71, no. 2, pp. 189–195, Feb. 2005.
- [3] T. Xiaohua, L. Dajie, and G. Jianya, "A Methodology to Adjust Digital Cadastral Areas in GIS," Presented in The 20th International Cartographic Conference. ICC, pp. 2866–2874, 2001.
- [4] C. Balletti, "Georeference in the analysis of the geometric content of early maps," *e-Perimtron*, vol. 1, no. 1, pp. 32–39, 2006.
- [5] R. Bohdal, "Picture Deformation Recovery of Cadastral Maps," *Journal Of Electrical Engineering-BRATISLAVA-*, vol. 58, no. 7, p. 71, 2007.
- [6] M. A. Brovelli and M. Minghini, "Georeferencing old maps: a polynomial-based approach for Como historical cadastres," *e-Perimtron*, vol. 7, no. 3, pp. 97–110, 2012.
- [7] T. J. Hughes, *The finite element method: linear static and dynamic finite element analysis*. Courier Corporation, 2012.



## **Increase corresponding cadastral maps with geometrical data of land titles using finite element transformation method**

Ali Ramezani<sup>\*1</sup>, Mohammad SaadatSeresht <sup>2</sup>

1- Ms.c student of Geographic Information Systems in Department of Geomatics, College of Engineering, University of Tehran  
2- Associate professor in Department of Geomatics, College of Engineering, University of Tehran

### **Abstract**

Difference between geometrical data (dimensions and area) of parcels in cadastral title and cadastral map are motive for geometrical map distortions after geo-referencing. These distortions occur due to traditional surveying methods or environmental effects in maintenance of maps. Because of legal and financial complexities of cadastral maps compared with other map types, conflict between map and title makes social and legal problems. Therefore objective of this paper is recommend a method to decrease distortions of cadastral map through matching geometrical data of parcels in cadastral map with cadastral documents. - Recommended solution for this objective is using finite element transformation method. In this method control points constraint parcels dimensions and area constraint simultaneously convenient weights are added to continuity constraint and solved as a parametric listsquare .This process is implemented for two hardcopy maps and their title data then residuals decreased to a very low level. tests shows that RMSE of dimension improved from 65 cm to 1.2 cm, RMSE of area improved from 8.10 square meter to 0.0003 square meter and control points RMSE reduced from 1.12 meter to 0.65 meter.

**Key words:** cadastral map geo-referencing, cadastral map geometrical distortion, cadastral map, finite element transformation