

پیش‌بینی جزر و مد با استفاده از آنالیز سری‌های زمانی مشاهدات بویه

سعید فرزانه^{۱*}، محمد علی شریفی^۱، کمال پروازی^۲، بهاره نمازی^۳

۱- استادیار، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۲- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۱۱/۰۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۶/۱۰

چکیده

مشاهدات جزرومدی که از طریق ایستگاه‌های تایدگیج ساحلی به دست می‌آیند از دقت بالایی برخوردار می‌باشند. اما نصب این ایستگاه‌ها دارای محدودیت مکانی می‌باشد. برای رفع این نقیصه می‌توان از مشاهدات ارتفاع سنجی ماهواره‌ای استفاده کرد. اما در مقابل مشاهدات ارتفاع سنجی ماهواره‌ای از نرخ نمونه برداری پایینی برخوردار می‌باشند. با توجه به محدودیت نصب ایستگاه‌های تایدگیج و محدودیت فاصله نمونه‌برداری برای مشاهدات ارتفاع سنجی ماهواره‌ای، نیازمند مشاهدات و اطلاعاتی هستیم که بتواند این دو مشکل را مرتفع نماید. مشاهدات بویه علاوه بر دقت مناسب و فاصله نمونه برداری بالا این امکان را نیز فراهم می‌آورد که در بسیاری از مناطق دور از ساحل اندازه‌گیری و ثبت مشاهدات سطح آب دریاها را داشته باشیم. در این تحقیق به تجزیه و تحلیل مشاهدات بویه از طریق برآورد هارمونیک کمترین مربعات پرداخته شده است. به این صورت که با استفاده از این روش امکان استخراج فرکانس‌های مهم و معنی دار موجود در این داده‌ها میسر شده است. اهمیت این فرایند در مدلسازی جزرومد و پیش‌بینی جزرومد و اساس مدلسازی جزرومد و پیش‌بینی آن بر مبنای فرکانسی است که از خود مشاهدات استخراج شده است. در این تحقیق از مشاهدات مربوط به سری‌های زمانی ۵۷ ایستگاه بویه در طول سال‌های ۲۰۰۵ تا ۲۰۱۷ استفاده شده است. لیستی از فرکانس‌های مهم استخراجی ارائه شده است. در ادامه با استفاده از این لیست فرکانسی ارائه شده به مقایسه پیش‌بینی جزرومد حاصل از مشاهدات بویه با مشاهدات تایدگیج ساحلی پرداخته شد. پیش‌بینی جزر و مد به مدت یک ماه برای تمام ایستگاه‌ها با استفاده از، فرکانس‌های مهم استخراجی حاصل از این تحقیق انجام گرفت. میانگین $RMSE$ داده‌های پیش‌بینی شده در بین ایستگاه‌های بویه در حدود ۶ سانتیمتر بوده است. در نهایت برای بررسی صحت داده‌های بویه، مقایسه‌ای بین این داده‌ها با داده‌های تایدگیج انجام گرفت. که نشان دهنده اختلافی در حدود ۹ سانتیمتر در پیش‌بینی مشاهدات سطح آب بوده است.

کلیدواژه‌ها: سری زمانی ایستگاه‌های بویه، برآورد هارمونیک کمترین مربعات ($LS-HE$)، فرکانس‌های جزر و مد، پیش‌بینی جزر و مد

*نویسنده مکاتبه کننده:

تلفن: ۰۹۱۷۷۱۱۷۱۵۷

۱- مقدمه

پدیده جزرومد از دیرباز برای ساکنین مناطق ساحلی به عنوان یک پدیده تناوبی که موجب تغییر خط ساحلی می‌گردد مورد مشاهده قرار گرفته است. اقیانوس شناس‌ها برای رسیدن به درک بهتر از خواص فیزیکی دریا به منظور پیش بینی و نظارت بر حرکت‌های سواحل دریاها جزرومد را مورد مطالعه و بررسی قرار داده‌اند. تلاش در مدل‌سازی جزرومد سابقه طولانی داشته و به عنوان یکی از اقدامات اولیه در این خصوص می‌توان به لاپلاس و تئوری دینامیکی او بر مبنای معادلات دیفرانسیل (LTE)^۱ در جهت مدل‌سازی جزرومد در سطح اقیانوس‌ها اشاره نمود. از آنجایی که پدیده جزر و مد یک پدیده پرپودیک محسوب می‌شود، یکی از عوامل مهم در شناخت ساختار داده‌های جزر و مدی، فرکانس‌های تشکیل دهنده این داده‌ها می‌باشند [۱].

در اکثر مطالعات پیشین برای تعیین فرکانس‌های جزرومدی از مشاهدات جزرومدی استفاده نشده و روش‌های مورد استفاده بر مبنای اصول تئوری بوده است. در این روش‌ها پتانسیل جزرومد با استفاده از افرمیس‌های ماه، خورشید و سایر سیارات مقدار دهی شده و فرکانس‌های جزرومدی از این طریق محاسبه می‌شوند [۲ و ۳]. تبدیلات ریاضی مختلفی برای آنالیز سری‌های زمانی وجود دارد. در این مورد می‌توان به آنالیز موجک اشاره کرد. فلینچم و جی روش تبدیل موجک پیوسته را ارائه کردند [۴]. آنالیز فوریه نیز روش دیگری است که برای سیگنال‌های ایستا به عنوان یک آنالیز ایده‌آل ارائه شده است. هارتمن-ونزل با استفاده از تبدیل فوریه سریع^۲، بسط هارمونیک پتانسیل جزر و مد را ارائه کردند [۵]. دوکارم و همکاران از روشی بر پایه برآورد بیشترین درست‌نمایی استفاده کرده‌اند [۵].

روش AIC توسط ساکاموتو و همکارانش برای پیدا کردن مولفه‌های غیر جزرومدی با استفاده از برنامه VAV ارائه شده است [۷]. هم چنین کاپوانو و همکاران از روش ICA برای به دست آوردن اجزای جزرومدی مستقل و غیر خطی استفاده کرده‌اند [۸].

روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات (LS-HE)^۳ به منظور آنالیز طیفی و تشخیص فرکانس‌های موجود در سیگنال‌هایی با ماهیت پرپودیک مورد استفاده قرار گرفته است. این روش نسبت به تبدیل فوریه دارای مزیت عدم نیاز به داده‌های هم فاصله می‌باشد. از آنجایی که ماهیت داده‌های جزر و مدی را می‌توان در قالب فرکانس‌های تشکیل دهنده آن‌ها بیان نمود و با استفاده از یک روش مشاهده مبنای فرکانس‌های جزرومدی را استخراج کرد. برای این منظور از آنالیز هارمونیک داده‌های سطح دریا از طریق بسط به سری فوریه استفاده می‌شود. آنالیز هارمونیک، روشی بسیار مفید برای آنالیز و تجزیه تحلیل اطلاعات جزرومدی می‌باشد. از جمله کارهای انجام شده در این زمینه می‌توان به استخراج فرکانس‌های جزرومدی برای مشاهدات تاید-گیج‌های کشور انگلستان توسط امیری سیمکوبی و همکاران اشاره کرد. موسویان و مشهدی حسینعلی از آنالیز تک تغییر برای استخراج فرکانس‌های جزر و مدی استفاده کردند [۹]. از جمله مزایای روش هارمونیک کمترین مربعات نسبت به روش ماکزیمم درست‌نمایی می‌توان به ساده و قابل فهم بودن این روش، عدم نیاز به مشتق گیری، محاسبه مولفه‌های کووریانس و سرعت بالا جهت همگرا شدن اشاره کرد.

از جمله کاربردهای دیگر روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات می‌توان به استفاده از روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات جهت آنالیز سری‌های زمانی TEC، کاهش اثر خطای چندمسیری مشاهدات GPS با استفاده از روش‌های برآورد هارمونیک کمترین

^۱Laplace Tidal Equations^۲Fast Fourier Transformation^۳least-squares harmonic estimation

کمترین مربعات پرداخته شده است. به این صورت که با استفاده از این روش امکان استخراج فرکانس‌های مهم و معنی دار موجود در این داده‌ها میسر شده است. اهمیت این فرایند در مدلسازی جزرومد و پیش‌بینی جزرومد می‌باشد. اساس مدلسازی جزرومد و پیش‌بینی آن بر مبنای فرکانسی است که از خود مشاهدات استخراج شده است. در این تحقیق از مشاهدات مربوط به سری‌های زمانی ۵۷ ایستگاه بویه در طول سال‌های ۲۰۰۵ تا ۲۰۱۷ استفاده شده است. و لیستی از فرکانس‌های مهم استخراجی ارائه شده است. در ادامه با استفاده از این لیست فرکانسی ارائه شده به مقایسه دامنه مولفه‌های مهم جزرومدی حاصل از مشاهدات بویه با مشاهدات تایدگیج ساحلی پرداخته شده است. در نهایت از این لیست فرکانسی در جهت پیش‌بینی جزر و مد با استفاده از مشاهدات سری زمانی بویه استفاده شده است.

۲- کشف مشاهدات اشتباه در سری های زمانی

یکی از مراحل مهم در آنالیز سری‌های زمانی، کشف مشاهدات اشتباهات می‌باشد. به گونه‌ای که این مشاهدات نسبت به مابقی مشاهدات موجود در مجموعه داده‌ها، ناسازگار می‌باشند. مشاهدات اشتباه در داده‌ها، منجر به بروز خطا در مدل، پیش‌بینی نادرست و نتایج نادرست خواهد شد. روش‌های متعددی برای بررسی اشتباهات وجود دارد که در اینجا با توجه به نوع داده‌ها از روش آستانه گذاری استفاده خواهد شد. این روش، یک راه حل استاندارد برای کشف مشاهدات اشتباهات می‌باشد. برای این کار از یک حد آستانه ماکزیمم استفاده می‌شود [۱۰]. این حد آستانه، معمولاً با ویژگی‌های خود داده‌ها، در ارتباط است. روش آستانه‌گذاری برای مشاهدات، یک توزیع معلوم در نظر می‌گیرد که این توزیع معمولاً، توزیع نرمال می‌باشد. بنابراین، اگر یک مجموعه داده به صورت $y_i = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ داشته باشیم، آنگاه

مربعات، استفاده از روش هارمونیک کمترین مربعات چند متغیره در سری‌های زمانی GPS به منظور استخراج پریود دراکونیک موجود در این داده‌ها اشاره کرد [۱۵، ۱۶ و ۱۸].

مشاهدات جزرومدی که از طریق ایستگاه‌های تایدگیج ساحلی به دست می‌آیند با توجه به اینکه نرخ نمونه برداری بالایی دارند (معمولاً به صورت ۱۵ دقیقه یکبار مشاهده ثبت می‌شود) از دقت بالایی برخوردار می‌باشند. اما نصب این ایستگاه‌ها دارای محدودیت مکانی می‌باشند به این صورت که نمی‌توان هر منطقه‌ای از دریا را برای نصب ایستگاه تایدگیج در نظر گرفت. برای رفع این نقیصه از مشاهدات ارتفاع سنجی ماهواره‌ای استفاده می‌شود. به این صورت که سری زمانی مربوط به این مشاهدات به عنوان یک شبه-تایدگیج در نظر گرفته می‌شود. اما در مقابل مشاهدات ارتفاع سنجی ماهواره‌ای از نرخ نمونه برداری پایینی (دارای پریود نمونه برداری ۹/۹۱۵ روز می‌باشند) برخوردار می‌باشند. با توجه به محدودیت نصب ایستگاه‌های تایدگیج و محدودیت فاصله نمونه برداری برای مشاهدات ارتفاع سنجی ماهواره‌ای، نیازمند مشاهدات و اطلاعاتی هستیم که هم بتواند از فاصله نمونه برداری بالایی برخوردار باشد هم بتواند تا حدود زیادی محدودیت مربوط به نصب ایستگاه‌های تایدگیج را مرتفع نماید.

مشاهدات بویه علاوه بر دقت مناسب و فاصله نمونه برداری بالا این امکان را نیز فراهم می‌آورند که بتوان در بسیاری از مناطق دور از ساحل اندازه‌گیری و ثبت مشاهدات سطح آب دریاها را داشته باشیم. بویه پس از اندازه‌گیری و ثبت مشخصات امواج و پارامترها، داده‌ها را بوسیله سیستم ارتباط از راه دور به ایستگاه مرجع منتقل کرده و این داده‌ها ثبت و ذخیره می‌شوند. با توجه به اهمیت این مشاهدات (فاصله نمونه برداری بالا و امکان اندازه‌گیری در نقاط دور از ساحل)، در این تحقیق به آنالیز و تجزیه و تحلیل مشاهدات بویه از طریق برآورد هارمونیک

در واقع، این روش، متناسب با مقدار α ، مشاهداتی را که از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ انحراف دارند، به‌عنوان مشاهده اشتباه شناسایی می‌کند. لازم به ذکر است که تعریف (۱) نه فقط برای توزیع نرمال که برای هر توزیع متقارن دیگری با تابع چگالی مثبت، قابل تعمیم است [۱۳]. همچنین، در این رابطه می‌توان به جای استفاده از میانگین، از میانه و یا هر مقدار پایدار دیگری استفاده نمود [۱۴].

اگر این محاسبات برای قسمت کوچکتري از داده‌ها محدود، در پنجره‌ای با بعد m بازنویسی شود، آنگاه محدوده اشتباهات برای آن‌ها عبارتست از:

$$\text{out}(\alpha, \bar{y}_m, s_m, m) = \{i=1, 2, \dots, m: |y_i - \bar{y}_m| > z_{1-\alpha/2} s_m\}$$

۳-۱- برآورد هارمونیک کمترین مربعات تک متغیره

برای یک سری زمانی، ساده ترین رفتار پریودیکی که می‌توان به منظور بهبود مدل تابعی، به آن اضافه نمود، عبارت است از [۱۵]:

$$y(t) = a_k \cos \omega_k t + b_k \sin \omega_k t \quad \text{رابطه (۳)}$$

این رابطه بیانگر یک موج سینوسی با یک فاز اولیه می‌باشد که در آن ضرایب a_k و b_k و فرکانس ω_k اعداد حقیقی می‌باشند. بنابراین، مدل تابعی به‌صورت زیر قابل بسط است:

$$E(\underline{y}) = A\underline{x} + A_k \underline{x}_k \quad \text{رابطه (۴)}$$

هم چنین داریم:

$$\text{رابطه (۵)}$$

$$A_k = \begin{bmatrix} \cos \omega_k t_1 & \sin \omega_k t_1 \\ \cos \omega_k t_2 & \sin \omega_k t_2 \\ \vdots & \vdots \\ \cos \omega_k t_m & \sin \omega_k t_m \end{bmatrix}, \quad \underline{x}_k = \begin{bmatrix} a_k \\ b_k \end{bmatrix}$$

که ماتریس A شامل دو ستون مربوط به فرکانس ω_k تابع سینوسی بوده و بردار \underline{x} ، شامل ضرایب a_k و b_k می‌باشد. برای تعیین فرکانس مجهول ω_k ، با استفاده از روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات،

روش آستانه‌گذاری با فرض توزیع نرمال $N(\mu, \sigma^2)$ برای داده‌ها، به‌صورت زیر قابل تعریف است [۱ و ۲].

رابطه (۱)

$$\text{out}(\alpha, \mu, \sigma) = \{i=1, 2, \dots, n: |y_i - \mu| > z_{1-\alpha/2} \sigma\}$$

که در آن

$\text{out}(\alpha, \mu, \sigma)$ محدوده اشتباهات، μ و σ به ترتیب میانگین و انحراف معیار (مجهول) داده‌ها، $z_{1-\alpha/2}$ مقدار بحرانی متناسب با سطح معنی‌دار $1-\alpha/2$ و مربوط به توزیع نرمال استاندارد، می‌باشند.

رابطه (۲)

که در آن

$$\text{out}(\alpha, \bar{y}_m, s_m, m)$$

محدوده اشتباهات، $y_i = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ مشاهدات بردار $\underline{y} \in \mathbb{R}^n$ ، \bar{y}_m و s_m به ترتیب برآوردهایی از میانگین و انحراف معیار m داده مذکور می‌باشند.

اگر $\underline{y}_i \in \text{out}(\alpha, \bar{y}_m, s_m, m)$ ، آنگاه y_i به‌عنوان مشاهده اشتباه شناخته می‌شود. بعد از اعمال روش آستانه‌گذاری برای این مجموعه کوچک از داده‌ها، پنجره مذکور به اندازه یک مشاهده به سمت جلو حرکت کرده و محاسبات برای مجموعه جدید یعنی، $y_i = \{y_2, y_3, \dots, y_{m+1}\}$ تکرار می‌شود. حرکت این پنجره و انجام محاسبات، تا پایان مجموعه داده‌ها ادامه می‌یابد. حسن این روش، بار محاسباتی کم است.

۳- مبنای برآورد هارمونیک کمترین مربعات

روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات (LS-HE) به‌منظور تعیین فرکانس‌های موجود در ساختار مشاهدات جزرومد، مورد استفاده قرار می‌گیرد. در واقع این روش، یک سری الگوهای پریودیک را در قالب توابع هارمونیک معرفی کرده و از این طریق، سبب بهبود مدل تابعی می‌گردد.

پیچیده است. راه حل مناسب‌تر، استفاده از روش‌های عددی برای حل مسئله است. به این منظور، می‌توان یک رابطه گسسته بین ω_j و $P(\omega_j)$ برقرار کرد و نمودار مقادیر طیفی $P(\omega_j)$ را برحسب مقادیر گسسته ω_j به دست آورد و در نهایت ω_j ای که مقدار طیفی $P(\omega_j)$ بیشینه را دارا می‌باشد، به عنوان فرکانس مدنظر انتخاب نمود.

انتخاب ω_j های مختلف از طریق رابطه زیر صورت می‌گیرد:

رابطه (۹)

$$T_{j+1} = T_j(1 + \alpha T_j / T), \quad \alpha = 0.1, \quad j = 1, 2, \dots$$

$$\omega_j = 2\pi / T_j$$

که در آن، T_1 ، پرپود نایکویست بوده و T ، طول کل سری زمانی است. اگر بیشترین فرکانس موجود در سیگنال v باشد فرکانس نمونه برداری $f = 2v$ یا بزرگتر می‌باشد. f را فرکانس نایکویست می‌نامند. مقدار T_1 در رابطه (۹)، معادل با ۱۵ دقیقه در نظر گرفته شده است.

۳-۲- برآورد هارمونیک کمترین مربعات چند

متغیره

اگر در یک مدل خطی به جای یک سری زمانی، r سری زمانی با ماتریس طرح A و ماتریس کوریانس Q_y یکسان وجود داشته باشند، آنگاه مدل خطی مذکور به حالت چندمتغیره تعمیم می‌یابد. برای یک مدل خطی چند متغیره رابطه (۴) به رابطه زیر تعمیم می‌یابد [۱۶]:

$$E(\text{vec}(\underline{Y})) = (I_r \otimes A) \text{vec}(X) + (I_r \otimes A_k) \text{vec}(X_k), \quad D(\text{vec}(\underline{Y})) = \Sigma \otimes Q \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

اجزای ماتریس Σ با بعد $r \times r$ و مجهولات متعلق به ماتریس Q با بعد $m \times m$ ، از طریق یک آنالیز چندمتغیره قابل حصول می‌باشند. با یک نگاه کوتاه به رابطه (۱۰)، می‌توان دریافت که عبارت $I_r \otimes A_k$ نشان دهنده وجود یک فرکانس مشترک در همه سری‌های زمانی است که بایستی با استفاده از

فرض‌های صفر H_0 و مخالف H_a نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند:

رابطه (۶)

$$H_0: E(\underline{y}) = Ax$$

$$H_a: E(\underline{y}) = Ax + A_k x_k$$

در واقع علت در نظر گرفتن این دو فرض این است که، اثرات متناوب تحت فرض صفر غایب هستند، در حالی که تحت فرض مقابل حضور دارند. هدف ما یافتن فرکانس‌هایی است که بتوان به ازای این فرکانس‌ها ماکزیمم طیف توانی را به دست آورد.

$$\omega_k = \underset{\omega_j}{\text{argmax}} P(\omega_j) \quad \text{رابطه (۷)}$$

که در آن

رابطه (۸)

$P(\omega_j) = \hat{\epsilon}_0^T Q_y^{-1} A_j (A_j^T Q_y^{-1} P_A^+ A_j)^{-1} A_j^T Q_y^{-1} \hat{\epsilon}_0$
در رابطه (۸) $\hat{\epsilon}_0 = P_A^+ \underline{y}$ بردار باقیمانده‌های کمترین مربعات و $P_A^+ = I - A(A^T Q^{-1} A)^{-1} A^T Q^{-1}$ تصویرگر قائم است و هردو تحت فرض صفر H_0 به دست می‌آیند [۱۵].

در رابطه (۸) به ازای ω_j های مختلف، ماتریس‌های A_j مختلفی مورد آزمایش قرار می‌گیرند تا مقدار $P(\omega_j)$ ماکزیمم، یافت شود. ماتریس A_j که مقدار بیشینه $P(\omega_j)$ ، به ازای آن به دست می‌آید، به عنوان ماتریس A_k انتخاب می‌شود.

استفاده از روش تحلیلی برای تعیین ماتریس A_j که مقدار بیشینه $P(\omega_j)$ ، به ازای آن به دست می‌آید، به علت وجود مقادیر بیشینه‌ی محلی، طاقت فرسا و

که در آن

\otimes و vec به ترتیب، عملگر وک و ضرب کرانوکر، $\underline{Y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_r]$ ماتریس با بعد $m \times r$ ، $X_k = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_r]$ و $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_r]$ ماتریس‌های شامل بردار مجهولات، به ترتیب با بعد $n \times r$ و $2 \times r$ می‌باشند.

سهم فرکانس‌های مختلف در بازسازی سری‌های زمانی ارائه شده است.

۴- نتایج عددی

در این تحقیق از داده‌های ۵۷ ایستگاه بویه استفاده شده است. داده‌ها با نرخ برداشت ۱۵ دقیقه در بازه زمانی ۲۰۰۵ تا ۲۰۱۷ انتخاب شده‌اند. پردازش داده‌ها با استفاده از نرم‌افزار GAMIT انجام گرفته است. در نهایت خروجی ارتفاعی به صورت، سری زمانی مورد استفاده قرار گرفته است. نرخ برداشت داده‌ها به صورت ۱ ثانیه‌ای بوده است. با توجه به اینکه داده‌های ایستگاه‌های سرویس بین المللی GPS به صورت ۳۰ ثانیه‌ای می‌باشد. داده‌های حاصل از سری زمانی بویه به صورت ۳۰ ثانیه‌ای مورد نمونه‌برداری قرار گرفته‌اند. اثرات بارگذاری و جابجایی پوسته ناشی از جزر و مد اقیانوسی، با استفاده از این نرم‌افزار مدلسازی شده است. مدل مورد استفاده در آن مدل IERS03 می‌باشد. نتایج به صورت استاتیک و استاتیک سریع مورد پردازش قرار گرفته است. دقت به دست آمده برای مولفه‌ی ارتفاعی ۰/۵ تا ۰/۵۵ سانتیمتر می‌باشد. به همین دلیل می‌توان از مشاهدات بویه برای آنالیز سطح متوسط آب دریاها استفاده کرد [۱۷]. موقعیت و مختصات این ایستگاه‌ها در شکل (۱) ارائه شده است.

برآورد هارمونیک چندمتغیره یافت شود. رابطه طیف توانی در حالت چندمتغیره، به صورت زیر قابل بازنویسی است [۱۵]:

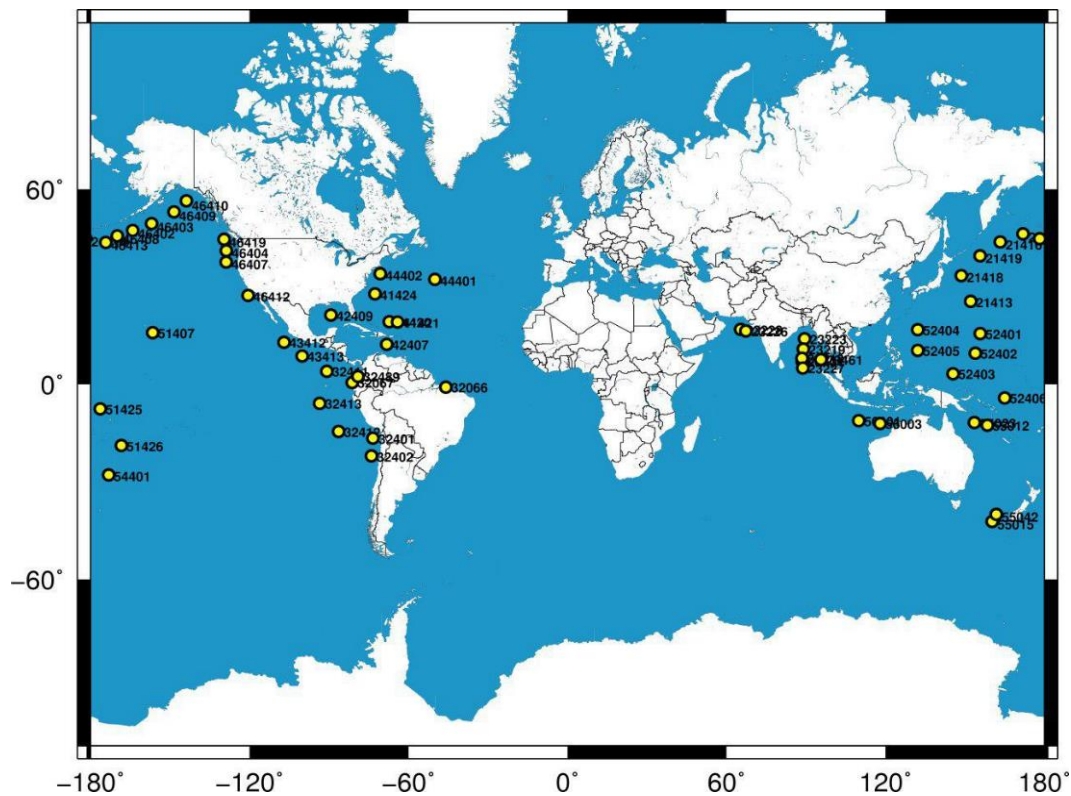
رابطه (۱۱)

$$P(\omega_j) = \text{tr}(\hat{\underline{E}}^T Q^{-1} A_j (A_j^T Q^{-1} P_A^+ A_j)^{-1} A_j^T Q^{-1} \hat{\underline{E}} \Sigma^{-1})$$

به عنوان باقیمانده‌های کمترین مربعات $\hat{\underline{E}} = P_A^+ \underline{Y}$ سری زمانی و $P_A^+ = I - A(A^T Q^{-1} A)^{-1} A^T Q^{-1}$ به عنوان تصویرگر قائم مدل تک متغیره در نظر گرفته می‌شود. رابطه (۱۱)، همه سری‌های زمانی را به طور همزمان در نظر گرفته و از طریق ماتریس‌های Σ و Q به ترتیب، کراس کرولیشن و وابستگی زمانی را به حساب می‌آورد. مقدار ماتریس Σ ، از طریق رابطه (۱۲)، قابل برآورد است:

$$\hat{\Sigma} = \frac{\hat{\underline{E}}^T Q^{-1} \hat{\underline{E}}}{m-n} \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

در ادامه برای شناسایی بهتر سیگنال‌ها، نحوه انجام آنالیز هارمونیک کمترین مربعات به دو صورت تک متغیره، برای تک تک مولفه‌های مختصات هر یک از ایستگاه‌ها و چند متغیره، برای زمانی که چند سری زمانی همزمان مورد بررسی قرار می‌گیرند، بیان شده و در نهایت نتایج عددی به صورت نمودارهایی از مقادیر طیفی $P(\omega_j)$ برای مجموعه‌ای از ω_j به منظور نشان دادن



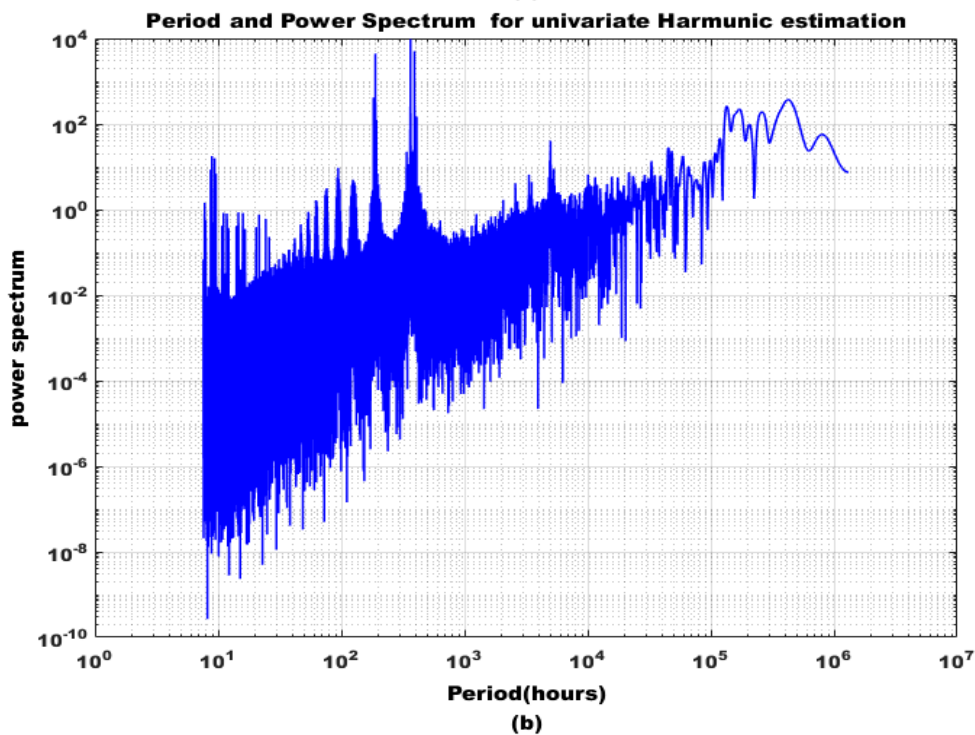
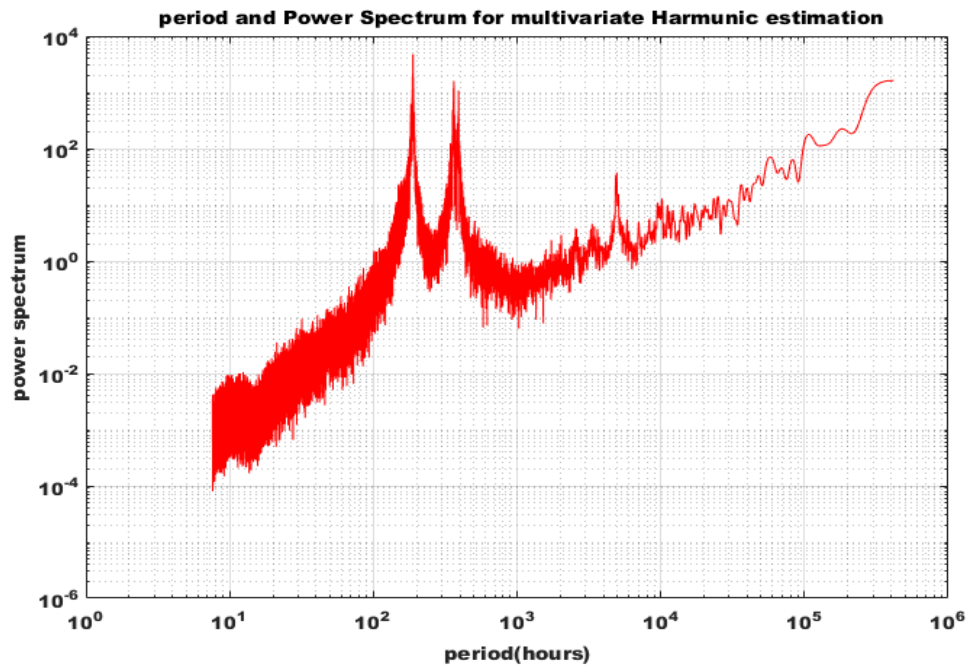
شکل ۱: موقعیت ایستگاه‌های بویه استفاده شده در این تحقیق

زمانی به عنوان سری زمانی تک متغیره محاسبه گردیده است. به این ترتیب طیف توانی در دو حالت مورد بررسی قرار گرفت، حالت اول با استفاده از آنالیز هارمونیک چند متغیره، به این صورت که همزمان مشاهدات مربوط به چند ایستگاه با هم مورد پردازش قرار گرفت است. حالت دوم استفاده از آنالیز هارمونیک تک متغیره، به این صورت که مشاهدات سری زمانی مربوط به هر ایستگاه به صورت مجزا مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج این بررسی‌ها در شکل (۲) ارائه شده است. تفاوت طیف‌های توانی محاسبه شده در این دو شکل، در توان فرکانس‌های مورد بررسی می‌باشد. در حقیقت، با استفاده از آنالیز هارمونیک چندمتغیره توان طیفی فرکانس‌هایی که بین سری‌های زمانی مشترک بوده است، بیشتر از حالت تک متغیره بوده و راحت‌تر قابل کشف می‌باشند.

۴-۱- آنالیز طیفی داده‌های جزر و مدی

در ابتدا، آنالیز چندمتغیره و تک متغیره، از طریق بررسی طیف توانی داده‌های جزر و مدی در هر دو حالت، با یکدیگر مقایسه می‌گردند. سپس، با استفاده از آنالیز چندمتغیره به استخراج فرکانس‌های جزر و مدی پرداخته می‌شود. داده‌های مورد استفاده در این تحقیق، سری‌های زمانی هم‌فاصله از داده‌های جزر و مدی ۵۷ ایستگاه بویه می‌باشند.

با استفاده از رابطه (۹) مقادیر گسسته ω_j محاسبه می‌شود. در این رابطه با توجه به اینکه نیاز به محاسبه طیف توانی می‌باشد، مقدار T_1 معادل با ۱۵ دقیقه در نظر گرفته شده است. سپس به محاسبه طیف توانی سری‌های زمانی پرداخته شده است. به این صورت که یکبار با استفاده از رابطه (۱۱) برای ۵۷ سری زمانی به عنوان سری زمانی چندمتغیره و یکبار با استفاده از رابطه (۸) برای یکی از ۵۷ سری



شکل ۲: طیف توانی چندمتغیره کمترین مربعات اخذ شده از ۵۷ ایستگاه بویه با نرخ برداشت ۱۵ دقیقه (شکل a). طیف توانی تک متغیره کمترین مربعات اخذ شده از ایستگاه بویه کامچانکا با نرخ برداشت ۱۵ دقیقه (شکل b)

در ادامه، فرکانس‌هایی که از توان طیفی بالاتری برخوردار بوده‌اند، استخراج گردیده‌اند. در جدول (۲)، لیستی از فرکانس‌های مهم استخراج شده با استفاده از

جدول ۲: فرکانس‌های جزرومدی استخراج شده از آنالیز طیفی چندمتغیره داده‌های جزرومدی ایستگاه‌های بویه

فرکانس (دور در ساعت)	شماره	فرکانس (دور در ساعت)	شماره	فرکانس (دور در ساعت)	شماره
0.0419644295	99	0.0812196884	50	0.2458664158	1
0.0418773167	100	0.0806534343	51	0.2441231120	2
0.0417935544	101	0.0805395142	52	0.2429805211	3
0.0416997408	102	0.0804993054	53	0.2415328929	4
0.0416461310	103	0.0804121901	54	0.2397236328	5
0.0415690708	104	0.0802513601	55	0.2055028704	6
0.0414618575	105	0.0800938818	56	0.2041134285	7
0.0413378899	106	0.0799464546	57	0.2024738318	8
0.0410061922	107	0.0798392347	58	0.2008319875	9
0.0406610895	108	0.0797018584	59	0.1996793501	10
0.0406610895	109	0.0795644846	60	0.1984060849	11
0.0388216782	110	0.0794539134	61	0.1633946688	12
0.0388216782	111	0.0792830328	62	0.1619203662	13
0.0387312162	112	0.0791456575	63	0.1610230242	14
0.0386508061	113	0.0790518398	64	0.1595115078	15
0.0373675790	114	0.0789546715	65	0.1247345375	16
0.0371095937	115	0.0788910105	66	0.1233138520	17
0.0365768707	116	0.0787871404	67	0.1223689645	18
0.0363356397	117	0.0786263110	68	0.1220630717	19
0.0361279111	118	0.0786263110	69	0.1206735294	20
0.0356957036	119	0.0785056888	70	0.1192193426	21
0.0348848992	120	0.0782577442	71	0.1026307230	22
0.0348848992	121	0.0782543931	72	0.1001440648	23
0.0343052731	122	0.0778690736	73	0.0983682238	24
0.0332130357	123	0.0777819573	74	0.0956776570	25
0.0195269712	124	0.0777819573	75	0.0934930407	26
0.0192422059	125	0.0777149453	76	0.0848517641	27
0.0186090254	126	0.0776311789	77	0.0847177381	28
0.0186090254	127	0.0775842706	78	0.0842855084	29
0.0074909103	128	0.0774066887	79	0.0838700311	30
0.0059503333	129	0.0772525603	80	0.0836153831	31
0.0030809389	130	0.0770981009	81	0.0835316173	32
0.0030809389	131	0.0766259963	82	0.0834143453	33
0.0026090389	132	0.0764048555	83	0.0833741383	34
0.0014917575	133	0.0762581509	84	0.0833104763	35
0.0009871746	134	0.0760898977	85	0.0832434637	36
0.0008836716	135	0.0759692759	86	0.0831965549	37
0.0007501889	136	0.0759290692	87	0.0831261928	38
0.0006101478	137	0.0758419534	88	0.0829955183	39
0.0006068153	138	0.0758419534	89	0.0829318569	40
0.0004170744	139	0.0755269960	90	0.0826403527	41
0.0003174619	140	0.0755269960	91	0.0826403527	42

فرکانس(دور در ساعت)	شماره	فرکانس(دور در ساعت)	شماره	فرکانس(دور در ساعت)	شماره
0.0002644584	141	0.0754298277	92	0.0824292624	43
0.0002281591	142	0.0750780146	93	0.0820942002	44
0.0001852246	143	0.0741599480	94	0.0820472929	45
0.0001458093	144	0.0445275602	95	0.0819869808	46
0.0001425338	145	0.0442729219	96	0.0818663586	47
0.0001140741	146	0.0442729219	97	0.0818228010	48
		0.0421319538	98	0.0816452172	49

در ادامه برای بررسی دقت مشاهدات ایستگاه‌های بویه به پیش‌بینی جزرومد در یک بازه زمانی یک ماهه پرداخته شده است. نتایج مربوط به پیش‌بینی جزر و مد در شش ایستگاه بویه و شش ایستگاه تایدگیج برای بازه زمانی یک ماهه به‌طور مجزا در جداول (۳ و ۴)، ارائه شده است. در این جداول ماکزیمم، مینیمم و میانگین مربوط به بردار باقیمانده داده‌های پیش‌بینی شده با هم مقایسه و نتایج ارائه شده است.

جدول ۳: RMSE بردار باقیمانده‌ها در هر یک از ایستگاه‌های بویه و تایدگیج برای یک ماه پیش‌بینی جزرومد

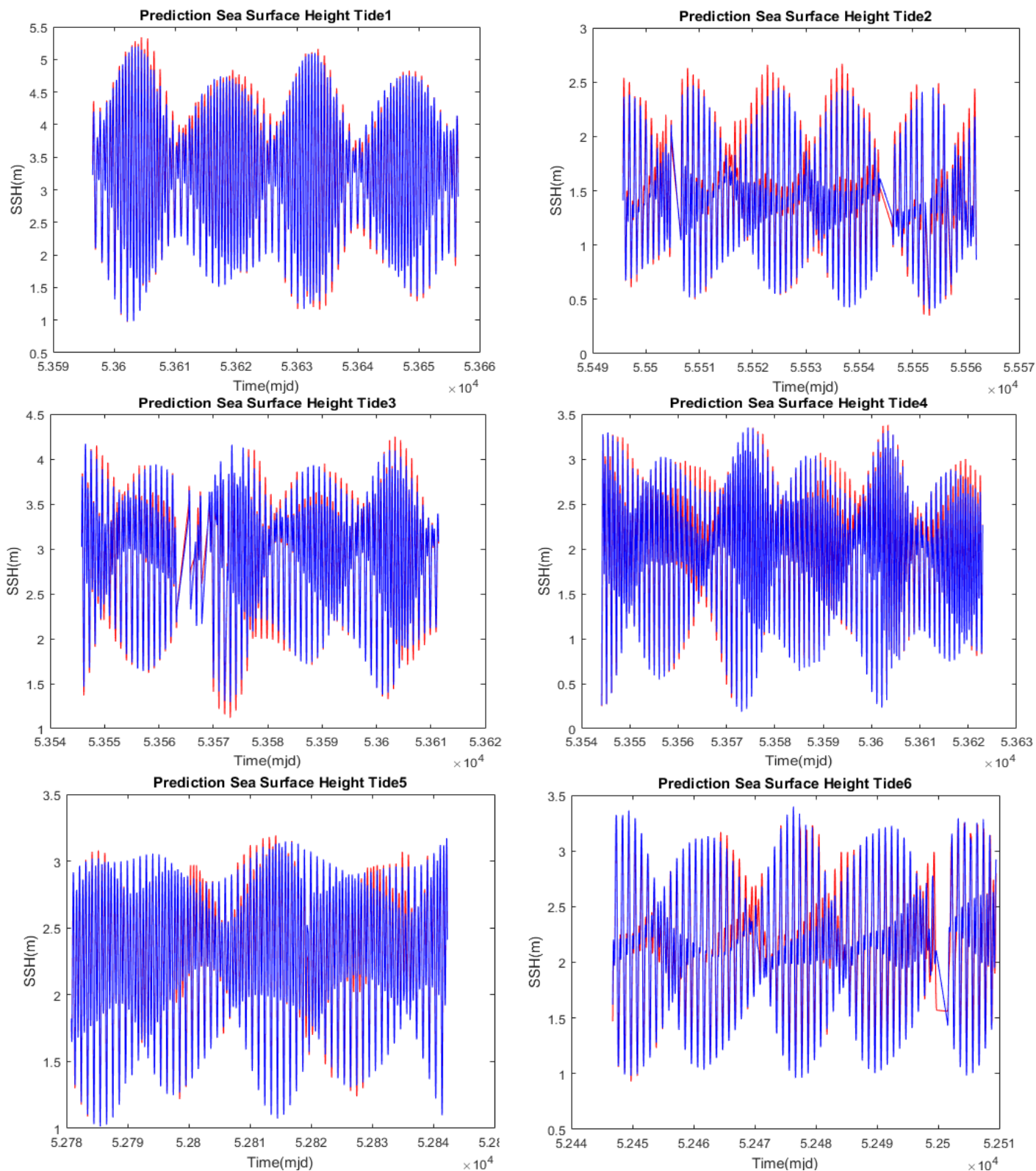
Station	Tide1	Tide2	Tide3	Tide4	Tide5	Tide6
RMSE(m)	0.162	0.144	0.118	0.152	0.093	0.201
Station	Buoy1	Buoy2	Buoy3	Buoy4	Buoy5	Buoy6
RMSE(m)	0.091	0.103	0.066	0.041	0.042	0.030

جدول ۴: ماکزیمم، مینیمم و میانگین بردار باقیمانده‌ها در هر یک از ایستگاه‌های بویه و تایدگیج برای یک ماه پیش‌بینی

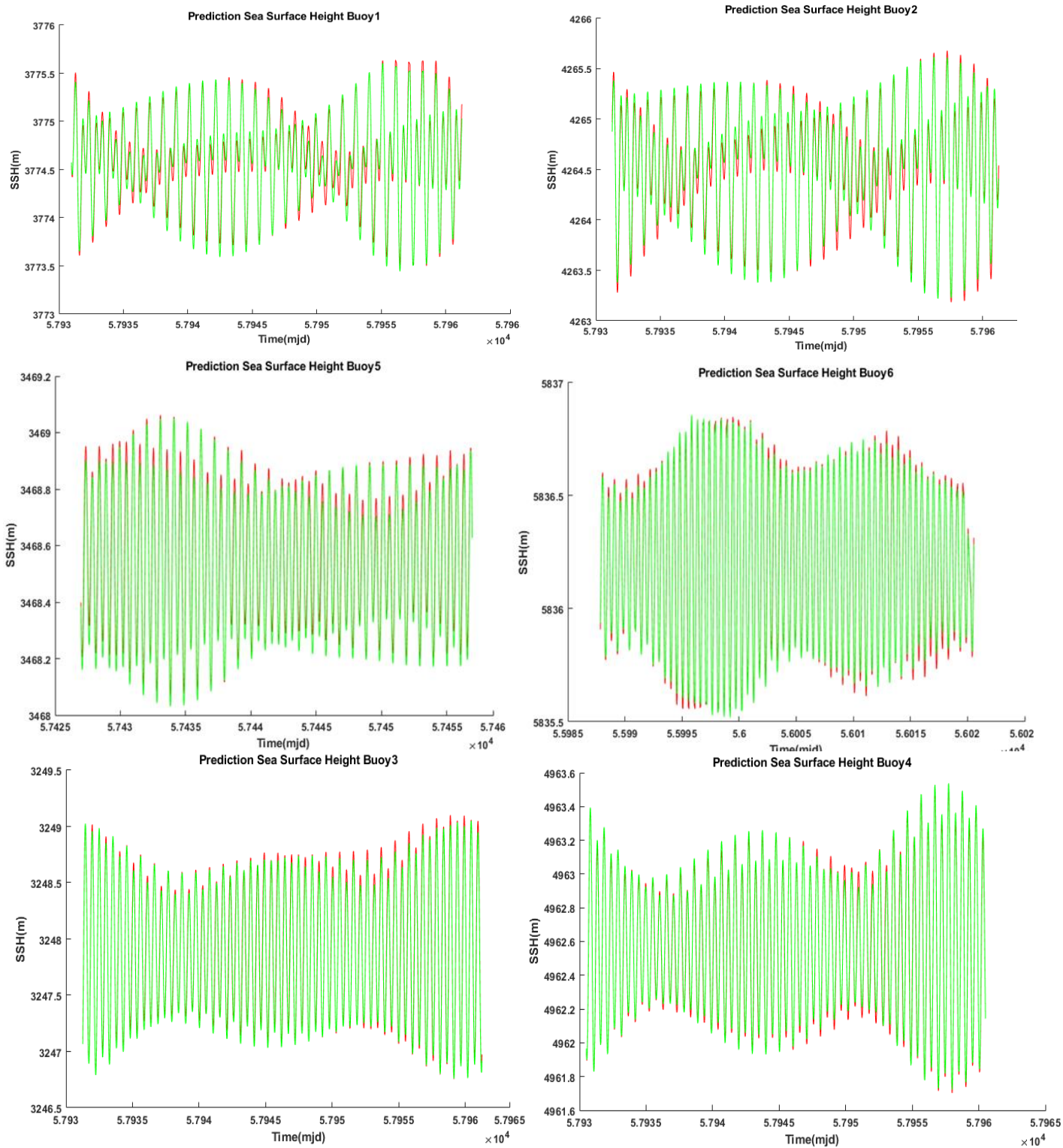
جزرومد

Station	Tide	Buoy
Maximum(m)	0.201	0.103
Minimum(m)	0.093	0.030
Average(m)	0.145	0.062

در شکل (۳ و ۴) نمودار مربوط به پیش‌بینی در بازه زمانی یک ماهه برای ایستگاه‌های تایدگیج و بویه ارائه شده است. در این اشکال نمودار قرمز رنگ مربوط به داده‌های معلوم و نمودار سبز و آبی رنگ مربوط به داده‌های پیش‌بینی شده می‌باشد.



شکل ۴: مقایسه بین داده‌های معلوم و داده‌های پیش‌بینی شده در شش ایستگاه بویه در بازه زمانی یک ماهه (نمودار قرمز رنگ: داده‌های معلوم، نمودار سبز رنگ: داده‌های پیش‌بینی شده)



شکل ۴ (ادامه): مقایسه بین داده‌های معلوم و داده‌های پیش‌بینی شده در شش ایستگاه بویه در بازه زمانی یک ماهه (نمودار قرمز رنگ: داده‌های معلوم، نمودار سبز رنگ: داده‌های پیش‌بینی شده)

۵- نتیجه‌گیری

کمترین مربعات، حضور طیف وسیعی از فرکانس‌ها را در ساختار داده‌های جزر و مدی نشان داده شده است. علاوه بر فرکانس‌های روزانه و هارمونیک‌های بالاتر آن، تعدادی پیک در اطراف آن‌ها نیز، دیده می‌شود. همچنین، این طیف، نشان‌دهنده حضور فرکانس‌های مربوط به پیوند بلند در ساختار داده‌های جزر و مدی بود. به این ترتیب، فرکانس‌های مربوط به ۱۴۶ عدد از پیک‌هایی که در طیف چندمتغیره دارای توان بالاتری نسبت به بقیه پیک‌ها بودند و شامل فرکانس‌های مهم و موثر در پیش‌بینی جزرومد، استخراج گردید. سپس با استفاده از فرکانس‌های مهم استخراجی به پیش‌بینی جزر و مد برای بازه زمانی یک ماه پرداخته شده است. بر اساس نتایج ارائه شده، پیش‌بینی جزر و مد بر اساس مشاهدات بویه دارای میانگین دقت ۶ سانتیمتر می‌باشد. از طرفی در تمام موارد دقت پیش‌بینی مشاهدات بویه نسبت به مشاهدات ایستگاه‌های تایدگیج از دقت بالاتری در حدود ۹ سانتیمتر برخوردار بودند. که این نشان دهنده دقت بالای مشاهدات بویه می‌باشد. بنابراین استفاده از مشاهدات بویه در کنار مشاهدات تایدگیج در کنار مزایایی از قبیل استقرار آن‌ها در نقاطی با فاصله زیاد از ساحل و نرخ نمونه‌برداری بالاتر، مدلسازی جزرو مد با دقت بالاتر را نیز فراهم می‌کند.

هدف اصلی در این تحقیق استخراج فرکانس‌های جزرومدی و تعیین مدل مناسب برای پیش‌بینی جزرومد می‌باشد. برای این منظور از روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات که یک روش مشاهده مبنا است، استفاده شده است. روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات برای سری‌های زمانی تک متغیره و چند متغیره قابل استفاده می‌باشد. در این تحقیق در ابتدا مقایسه‌ی بین آنالیز چندمتغیره و تک متغیره صورت گرفته است. به این صورت که برای آنالیز چندمتغیره، طیف توانی یک سری زمانی جزرومدی چندمتغیره شامل ۵۷ ایستگاه بویه محاسبه گردیده است و برای حالت تک متغیره، طیف توانی یک سری زمانی جزرومدی تک متغیره مربوط به یکی از این ۵۷ ایستگاه بررسی شده است. این دو طیف، در حالت کلی شبیه به یکدیگر هستند. تفاوت اصلی بین آنها، توان فرکانس‌های بررسی شده می‌باشد. به این معنا که در حالت چندمتغیره، فرکانس‌های مشترک بررسی شده با توان بسیار بیشتری در مقایسه با حالت تک متغیره پدیدار گشته و به راحتی قابل کشف هستند. با بررسی طیف توانی سری زمانی چندمتغیره با استفاده از روش برآورد هارمونیک

مراجع

- [1] K. C. Cheng, "Analysis of water level measurements using GPS", PhD Thesis, The Ohio State University, 2005.
- [2] F. J. Büllesfeld, "Ein Beitrag zur harmonischen Darstellung des gezeitenerzeugenden Potentials", Deutsche Geodaetische Kommission Bayer, Akad, Wiss. 314, 1985.
- [3] D. E. Cartwright, and R. J. Tayler, "New computations of the tide-generating potential", Geophysical Journal International, 1971.
- [4] E. P. Flinchem, and D. A. Jay, "An introduction to wavelet transform tidal analysis methods", Estuarine, Coastal and Shelf Science 51, 2000.
- [5] T. Hartmann, and H. G. Wenzel, "The harmonic development of the Earth tide generating potential due to the direct effect of the planets", Geophysical research letters 21, 1994.
- [6] B. Ducarme, A. P. Venedikov, A. R. Mesquita, C. A. Sampaio, D. S. Costa, D. Blitzkow, R. Vieira, and S. R. C. Freitas, "New analysis of a 50 years tide gauge record at Cananéia (SP-Brazil) with the VAV tidal analysis program", In Dynamic Planet, pp. 453-460. Springer, Berlin,

- Heidelberg, 2007.
- [7] Y. Sakamoto, M. Ishiguro, and G. Kitagawa, G, "Akaïke information criterion statistics", Dordrecht, The Netherlands: D. Reidel, 81, 1986.
- [8] P. Capuano, E. De Lauro, S. De Martino, and M. Falanga, "Water-level oscillations in the Adriatic Sea as coherent self-oscillations inferred by independent component analysis", Progress in oceanography 91, 2011.
- [9] R. Mousavian, and M. Mashhadi Hossainali, "Detection of main tidal frequencies using least squares harmonic estimation method", Journal of Geodetic Science 2, 2012.
- [10] V. Barnett, and T. Lewis, "Outliers in statistical data Wiley", 1974.
- [11] A. R. Amiri-Simkooei, S. Zaminpardaz, and M. A. Sharifi, "Extracting tidal frequencies using multivariate harmonic analysis of sea level height time series", J Geod, 2014.
- [12] L. Davies, and U. Gather, "The identification of multiple outliers", Journal of the American Statistical Association, 1993.
- [13] I. Ben-Gal, O. Maimon, and L. Rokach, "Data Mining and Knowledge Discovery Handbook A Complete Guide for Practitioners and Researchers", Kluwer Academic Publishers, 2005.
- [14] M. Kern, T. Preimesberger, M. Allesch, R. Pail, J. Bouman, and R. Koop, "Outlier detection algorithms and their performance in GOCE gravity field processing", J Geod, 2005.
- [15] A. R. Amiri-Simkooei, and J. Asgari, "Harmonic analysis of total electron contents time series: methodology and results", GPS Solut, 2012.
- [16] A. R. Amiri-Simkooei, "Least-squares variance component estimation: theory and GPS applications", PhD thesis, Mathematical Geodesy and Positioning, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, Delft, Netherlands, 2007.
- [17] C. Chen, W. Zhai, L. Yan, Q. Zhang, X. Zhang, J. Zhu, and S. He, "Assessment of the GPS buoy accuracy for altimeter sea surface height calibration", IEEE Geoscience and Remote Sensing Symposium, 3101-3104. (2014).
- [18] A. R. Amiri-Simkooei, T. H. Mohammadloo, and D.F. Argus, "Multivariate analysis of GPS position time series of JPL second reprocessing campaign", Journal of Geodesy, 91(6), pp.685-704. 2017.



Tidal prediction using time series analysis of Buoy observations

Saeed Farzaneh^{1*}, Mohammad Ali Sharifi¹, Kamal Parvazi², Bahare Namazi³

- 1- Assistant Professor, School of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Iran
- 2- PhD Student of Geodesy, School of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Iran
- 3- Msc. Student of Geodesy, School of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Iran

Abstract

Although tidal observations which are extracted from coastal tide gages, have higher accuracy due to their higher sampling rate, installing these types of gages can impose some spatial limitation since we cannot use every part of sea to install them. To solve this limitation, we can employ satellite altimetry observations. However, satellite altimetry observations have lower sampling rate. According to spatial limitation in installing tide gages and lower rate of satellite altimetry observations, we need observation as along with gathered information which can solve those two main margins. Buoy observations not only for its higher accuracy and sampling rate, but also because of its exclusive features can let us observe further coastal regions to record sea level observations. In this study, buoy observations are analyzed using Least Square Harmonic Estimation (LS-HE) method. According to this, important frequencies in those data can be extracted. This process is equally important in Tidal modeling as well as prediction. Tidal modeling and prediction are based on frequency which is derived from observations. In this contribution, time-series data of 57 buoy stations from 2005 to 2017 are processed and a list of important frequencies is prepared. In the following, the comparison between tidal prediction modeling extracted from buoy and tide gage observation was made by using this frequency list. Tide prediction of all the stations during a month was made according to important frequency list extracted in this study. The average RMSE for predicted data in buoy stations has been about 6 cm. Finally, to validate buoy's data, comparison between buoy and tide gage data was made which represents about 9 cm difference in sea level prediction.

Key words: Buoy observations, Time series analysis, Least square harmonic estimation, Tidal frequency, Tidal Prediction.