

این مقاله در اولین کنفرانس ملی مهندسی فناوری اطلاعات مکانی به عنوان مقاله برگزیده انتخاب شده است که پس از تکمیل، داوری مجدد و اخذ پذیرش در این شماره از نشریه به چاپ می‌رسد.

نرم‌سازی سیگنال شتاب حاصل از مشاهدات جی پی اس

محسن فیضی^۱، یزدان عامریان^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی دانشکده مهندسی نقشه‌برداری دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی
۲- استادیار دانشکده مهندسی نقشه‌برداری دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۱/۳۱ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۲/۲۲

چکیده

در ثقل‌سنجی هوایی از ترکیب داده‌های سیستم تعیین موقعیت جهانی (GPS) و سیستم ناوبری اینرسی (INS) برای تعیین شتاب ثقل زمین استفاده می‌شود. موقعیت حاصل از GPS آلوده به نویز بوده و این امر سبب می‌شود که سیگنال شتاب GPS محاسبه شده که نتیجه دو بار مشتق‌گیری عددی از سیگنال موقعیت GPS است، نیز آلوده به نویز شده و به دلیل خطاهای محاسباتی فرآیند مشتق‌گیری، میزان نویز آن تشدید گردد. در این مقاله از فیلتر دیجیتال و فیلتر کالمن جهت نرم‌سازی شتاب سیگنال GPS استفاده شده و نتایج حاصل با نتیجه روش نرم‌سازی بی‌اسپلین که قبلاً بر روی همین داده‌ها اعمال شده و شتاب ثقل با دقت یک میلی‌گال حاصل شده است، مقایسه گردید. میزان تطابق نتایج حاصل از دو روش فیلتر دیجیتال و بی‌اسپلین به‌طور متوسط برابر ۹۷.۵۵ درصد و میزان تطابق نتایج حاصل از دو روش فیلتر کالمن و بی‌اسپلین برابر ۹۹.۸۳ می‌باشد. که نشان دهنده نزدیکی بیشتر روش فیلتر کالمن به روش بی‌اسپلین است. از طرفی راحتی طراحی فیلترهای دیجیتال با پاسخ ضربه نامحدود، کاهش زمان محاسبات و نیاز به حافظه کمتر از مزایای این نوع فیلتر در پردازش سیگنال می‌باشد، لذا در پروژه‌های اجرایی که حجم اطلاعات بسیار بالا می‌باشد، این ویژگی فیلتر دیجیتال بسیار کارآمد بوده و موجب صرفه‌جویی در زمان و هزینه پروژه می‌گردد. از روش‌های نرم‌سازی سیگنال می‌توان در حذف نویز دستگاهی از سیگنال شتاب INS نیز استفاده نمود. به این ترتیب می‌توان از INS با دقت کمتر و ارزان‌تر (دارای نویز بیشتر) به جای INS با دقت بالاتر و گران‌تر (دارای نویز کمتر) در ترکیب با GPS استفاده کرد. که این امر موجب کاهش هزینه تهیه تجهیزات ناوبری اینرسی و افزایش بهره‌وری در ثقل‌سنجی هوایی می‌شود.

کلید واژه‌ها: بی‌اسپلین، فیلتر دیجیتال، پاسخ ضربه محدود، فیلتر کالمن، شتاب GPS، کاهش نویز سیگنال

* نویسنده مکاتبه کننده: گروه ژئودزی دانشکده مهندسی نقشه‌برداری دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی

۱- مقدمه

در ثقل‌سنجی هوایی از ترکیب GPS^1/INS^2 برای به‌دست آوردن شتاب ثقل زمین استفاده می‌شود که مراحل محاسباتی ثقل‌سنجی هوایی در شکل (۱) نشان داده شده است. سیستم ناوبری اینرسی متشکل از دو بخش شتاب‌سنج‌ها و ژيروسکوپ‌ها می‌باشد که شتاب‌سنج‌ها، شتاب را در سه جهت در چارچوب جسمی اندازه‌گیری می‌کند، سپس این سه شتاب با استفاده از سه زاویه اندازه‌گیری شده توسط ژيروسکوپ به چارچوب اینرسی برده می‌شود. شتاب حاصل از سیستم ناوبری اینرسی، شتاب وسیله متحرک می‌باشد و فاقد اطلاعات مربوط به شتاب گرانش زمین است. از طرفی با تعیین موقعیت متحرک توسط GPS و با دو بار مشتق‌گیری عددی از آن، شتاب سیگنال GPS که شامل شتاب وسیله متحرک و شتاب گرانش زمین است، به‌دست می‌آید. در ثقل‌سنجی هوایی شتاب ثقل زمین، حاصل تفاضل شتاب حاصل از INS و شتاب حاصل از GPS می‌باشد. سیگنال شتاب INS و GPS آلوده به نویز می‌باشند و لازم است که قبل از تفاضل‌گیری، نسبت به حذف و کاهش نویز این دو سیگنال اقدام نمود. منابع مختلف خطای GPS به مانند خطای اتمسفریک، خطای مداری، ناصحیح بودن ابهام فاز موج حامل، خطای چند مسیری و نویز دستگاهی در داده‌های موقعیت GPS، دارای تأثیرات متفاوتی بر روی شتاب حاصل از GPS می‌باشند. خطاهای با طول موج بلند به دلیل دو بار مشتق‌گیری از سیگنال موقعیت GPS، تأثیر زیادی بر روی شتاب GPS ندارد. بنابراین خطای تروپوسفر، خطای یونوسفر و همچنین خطای مداری دارای تأثیرات کوچکی بر روی شتاب GPS می‌باشند. خطاهای با طول موج کوتاه از قبیل چند مسیری و به ویژه نویز دستگاهی

دارای اثر بیشتری در نویز شتاب GPS می‌باشند چرا که در روند مشتق‌گیری عددی از موقعیت GPS، تشدید شده و در سیگنال شتاب GPS باقی می‌مانند.

۲- فیلتر دیجیتال

برخلاف فیلترهای آنالوگ که روی سیگنال‌های زمان پیوسته اعمال می‌شوند، فیلترهای دیجیتال ابزاری ایده‌آل برای اعمال تغییرات بر سیگنال‌های زمان گسسته در حوزه فرکانس می‌باشند. در ثقل‌سنجی هوایی می‌توان از فیلتر دیجیتال برای اعمال تغییرات بر روی مشاهدات گسسته GPS و INS در حوزه فرکانس جهت کاهش و حذف نویز سیگنال استفاده نمود. روابط (۱) و (۲) به ترتیب تبدیل فوریه سریع^۳ سیگنال گسسته $x[n]$ از فضای زمان به فضای فرکانس را که تبدیل فوریه مستقیم نامیده می‌شود و تبدیل فوریه سریع معکوس^۴ سیگنال گسسته $X[k]$ از فضای فرکانس به فضای زمان را که تبدیل فوریه معکوس نامیده می‌شود، را بیان می‌کنند.

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j(2\pi/N)kn} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j(2\pi/N)kn} \quad \text{رابطه (۲)}$$

فیلترهای دیجیتال بر پایه سیستم‌های خطی تغییرناپذیر^۵ می‌باشند که این سیستم‌ها به صورت خطی و مستقل از زمان بوده و به دو دسته کلی فیلترهای با پاسخ ضربه محدود^۶ و فیلترهای با پاسخ ضربه نامحدود^۷ تقسیم می‌شوند. در فیلتر با پاسخ ضربه محدود اگر به ورودی فیلتر تابع ضربه اعمال شود، خروجی فیلتر پس از $n = N$ نمونه صفر می‌شود. یعنی خروجی

³ Fast Fourier Transform: FFT

⁴ Inverse Fast Fourier Transform: IFFT

⁵ Linear Time Invariant: LTI

⁶ Finite Impulse Response: FIR

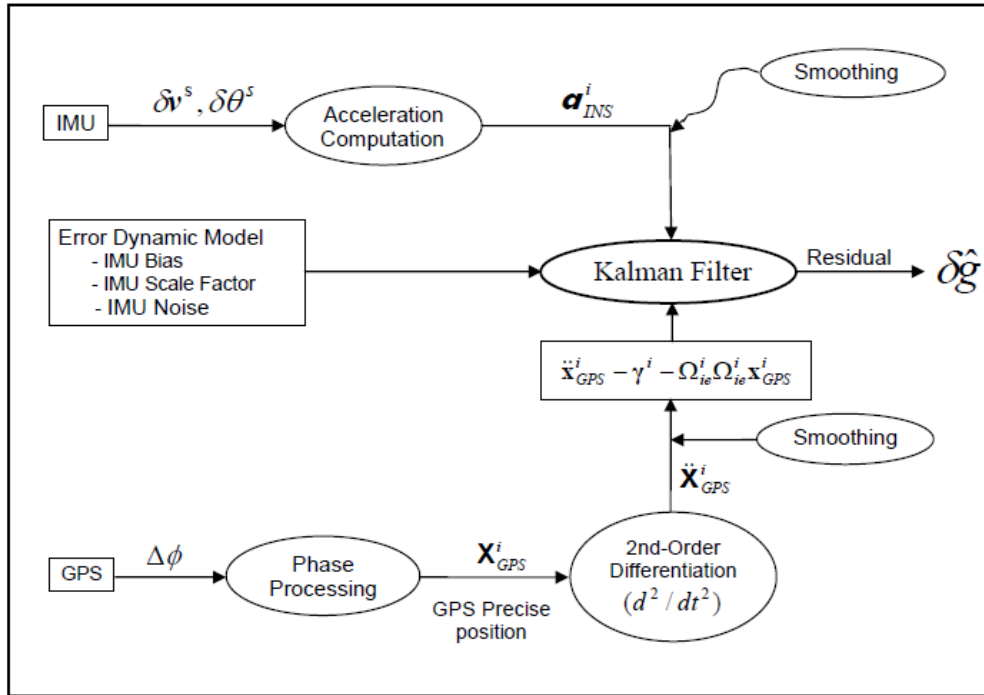
⁷ Infinite Impulse Response: IIR

¹ Global Positioning System: GPS

² Inertial Navigation System: INS

هیچگاه مستهلک نمی‌شود. یعنی پس از طی مدت زمانی محدود، خروجی به صفر میل نمی‌کند.

در اثر ورودی ضربه فقط برای مدت زمانی محدود مقادیر غیر صفر دارد. در فیلتر با پاسخ ضربه نامحدود اگر به ورودی فیلتر تابع ضربه اعمال شود، خروجی



شکل ۱: مراحل محاسبه شتاب ثقل از ترکیب مشاهدات GPS/INS در ثقل‌سنجی هوایی [۳]

فیلترهای با پاسخ ضربه نامحدود دیجیتال، استفاده از روابط بازگشتی است. بدین معنی که خروجی در هر لحظه علاوه بر اینکه به مقادیر ورودی در همان لحظه و لحظات قبل وابسته است، به مقادیر خروجی در لحظات قبل که قبلاً محاسبه و ذخیره شده است، بستگی پیدا می‌کند [۲]. در این مقاله از فیلتر دیجیتال پاسخ ضربه نامحدود پایین‌گذر نوع باترورث^۱ جهت کاهش نویز سیگنال شتاب GPS استفاده می‌شود و جهت ارزیابی کارایی این روش، نتایج حاصل با نتایج روش استفاده از بی‌اسپلاین^۲ جهت نرم‌سازی شتاب سیگنال GPS مقایسه می‌شود [۳].

انتخاب فیلتر از دو دسته، به نوع مسأله و ویژگی هر یک از این فیلترها بستگی دارد. گستره گوناگونی از فیلترهای فرکانس‌گزین را که دارای فرم بسته می‌باشند را می‌توان با استفاده از فیلترهای با پاسخ ضربه نامحدود طراحی نمود. راحتی طراحی فیلترهای با پاسخ ضربه نامحدود، کاهش زمان محاسبات و نیاز به حافظه کمتر از مزایای فیلترهای با پاسخ ضربه نامحدود در پردازش سیگنال می‌باشند. تسایع تبدیل یک سیستم در واقع خروجی سیستم در اثر ورودی ضربه می‌باشد. در نتیجه تابع تبدیل فیلتر با پاسخ ضربه نامحدود، تعداد نامحدودی عنصر دارد. این نوع فیلترها را نمی‌توان از کانونلوشن ورودی در تابع تبدیل ساخت چرا که در هر لحظه برابر مجموع تعداد نامحدودی جمله است و این امر عملاً در یک سیستم واقعی دیجیتال غیر قابل پیاده‌سازی است. راه حل ساخت

^۱ Butterworth

^۲ B-spline

۲-۱- طراحی فیلتر پاسخ ضربه نامحدود باترورث

برای طراحی فیلترهای دیجیتال می‌توان از ابزار طراحی فیلترهای دیجیتال^۱ در نرم‌افزار متلب^۲ استفاده کرد که دارای قابلیت فراوانی برای طراحی فیلترهای دیجیتال تا حد ممکن ایده‌آل یعنی فیلتری با باند عبور و گذر بدون ریبِل^۳ (نواسانات در باند عبور و باند حذف) و باند انتقال تا حد ممکن تیز^۴ می‌باشد. فیلتر طراحی شده موجب کاهش نویز شده و نزدیک به یک فیلتر ایده‌آل عمل خواهد کرد. مدل مورد استفاده در این نرم‌افزار در شکل (۲) نشان داده شده است. در دنیای واقعی، سیگنال‌ها به صورت آنالوگ (پیوسته) می‌باشند. پس قبل از هر گونه پردازش روی داده‌ها، لازم است سیگنال آنالوگ ورودی، به مقدار معادل دیجیتال تبدیل شود و پس از پردازش مقادیر دیجیتال، جواب حاصل دوباره به مقدار آنالوگ معادل تبدیل شود. در شکل (۳) بلوک دیاگرام کلی یک سیستم پردازش سیگنال دیجیتال^۵ رسم شده است.

تابع تبدیل فیلتر باترورث ابتدا از فضای آنالوگ به فضای دیجیتال برده شده و مورد استفاده قرار می‌گیرد. مشخصات فیلتر طراحی شده به این شرح است: فرکانس لبه باند حذف (جایی روی محور فرکانس که به‌عنوان آخرین نقطه باند عبور محسوب می‌گردد) برابر ۱۵۷۵ هرتز که همان فرکانس موج حامل L1 در GPS است و همچنین فرکانس برش^۶ (جایی روی محور فرکانس که پاسخ ضربه به اندازه ۳ دسی‌بل^۷ از باند عبور پایین‌تر باشد) برابر ۱ هرتز تعیین گردید. شکل (۴) نمودار شدت - فرکانس فیلتر را نشان می‌دهد. با عبور دادن سیگنال شتاب از فیلتر،

سیگنال فیلتر شده می‌گردد. شکل (۵) نمودار صفر و قطب حاصل از این فیلتر را نشان می‌دهد. فیلتر طراحی شده دارای ۶ عدد قطب و ۶ عدد صفر که روی هم قرار گرفته‌اند، می‌باشد. هرچه قطب‌ها روی کره واحد و صفرها در مرکز کره قرار گیرند، فیلتر پایدارتر خواهد بود. شکل (۶) نمودار پاسخ ضربه فیلتر طراحی شده و شکل (۷) نمودار فاز-فرکانس فیلتر طراحی شده را نشان می‌دهند. نمودار فاز-فرکانس فیلتر طراحی شده برخلاف نمودار فاز-فرکانس فیلترهای با پاسخ ضربه محدود، خطی نیست. خطی نبودن باعث ایجاد اغتشاشات فازی بر روی فیلتر می‌گردد اما مزایای دیگر فیلترهای با پاسخ ضربه نامحدود، این مسأله را پوشش می‌دهد.

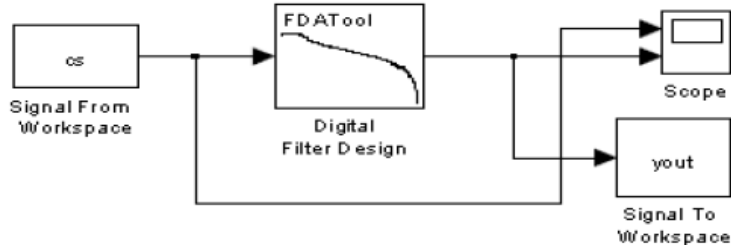
۳- فیلتر کالمن

فیلتر کالمن^۸ یک فیلتر پیشگو کننده‌ی بازگشتی است که مبنای آن استفاده از اطلاعات فضای وضعیت و الگوریتم‌های بازگشتی می‌باشد. این فیلتر، وضعیت یک سیستم دینامیک را تخمین می‌زند. سیستم دینامیک ممکن است که به دلیل وجود نویزها، دارای اغتشاش باشد. نویزهای سیستم دینامیک معمولاً به‌عنوان نویز سفید فرض می‌شود. فیلتر کالمن از اندازه‌گیری‌های مربوط به وضعیت، جهت بهبود وضعیت برآورد شده، استفاده می‌کند که البته این اندازه‌گیری‌ها نیز دچار اغتشاشاتی هستند. با توجه به مطالب ذکر شده می‌توان گفت که فیلتر کالمن شامل دو مرحله پیش‌بینی^۹ و تصحیح (به روز رسانی)^{۱۰} می‌باشد. در مرحله اول، وضعیت با مدل دینامیکی، پیش‌بینی شده و در مرحله دوم با استفاده از مدل مشاهده‌ای، مقیدار حاصل از مرحله پیش‌بینی شده، تصحیح می‌گردد، تا اینکه خطای کوواریانس برآوردگر به حداقل برسد.

^۱ FDATool^۲ MATLAB^۳ Ripple^۴ Sharp^۵ Digital Signal Processing: DSP^۶ Cutoff Frequency^۷ Decibel^۸ Kalman Filter^۹ Prediction^{۱۰} Update

یک فیلتر بازگشتی نامیده می‌شود (شکل ۸)).
اجزای اصلی فیلتر کالمن، بردار وضعیت، مدل دینامیک
و مدل مشاهده هستند که در ادامه شرح داده می‌شوند.

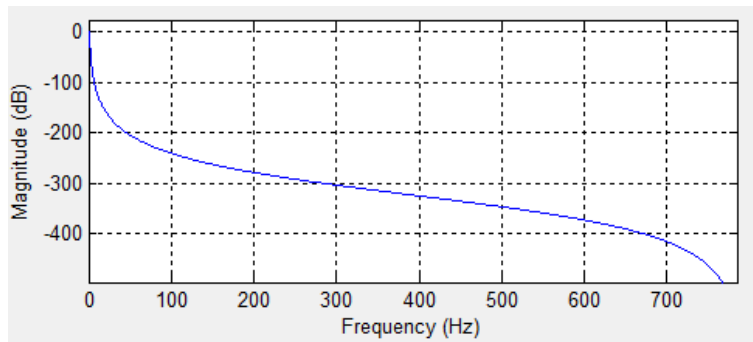
به بیان دیگر فیلتر کالمن یک برآوردگر بهینه است.
این روند برای هر مرحله زمانی با استفاده از
وضعیت حاصل از مرحله زمانی قبلی (به‌عنوان یک
مقدار اولیه) تکرار می‌گردد. بنابراین فیلتر کالمن،



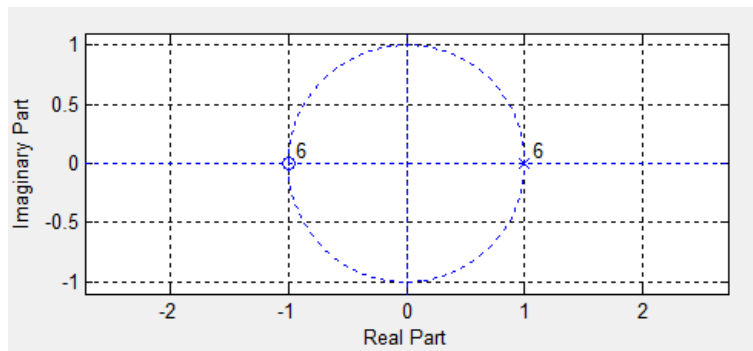
شکل ۲: مدل سیمولینک فیلتر دیجیتال جهت پالایش سیگنال



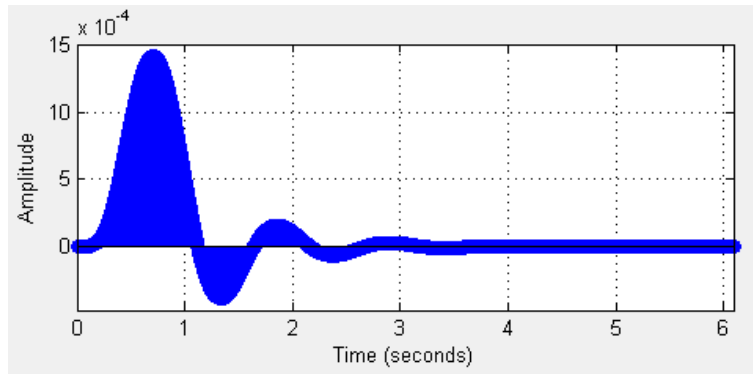
شکل ۳: بلوک دیاگرام کلی یک سیستم پردازش سیگنال دیجیتال



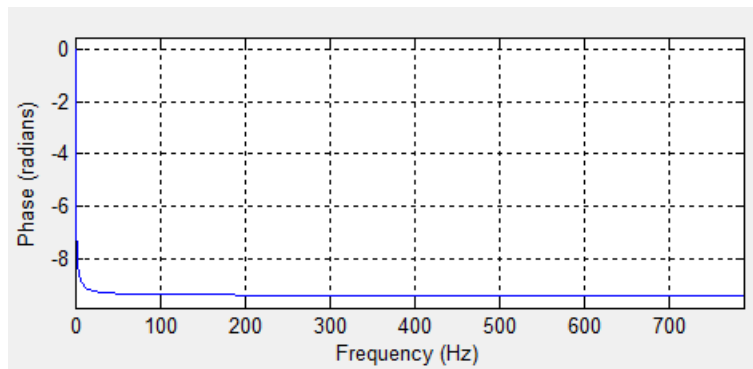
شکل ۴: نمودار شدت (Magnitude) - فرکانس (Frequency) فیلتر طراحی شده برای یک فیلتر پایین گذر
از نوع فیلتر دیجیتال باترورث



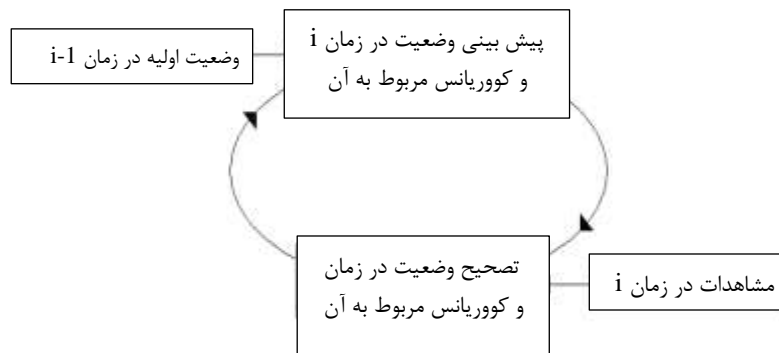
شکل ۵: نمودار صفر و قطب حاصل از این فیلتر طراحی شده
محور Y قسمت موهومی - محور X قسمت حقیقی



شکل ۶: نمودار پاسخ ضربه فیلتر طراحی شده
محور محور Y بیانگر دامنه و محور X بیانگر زمان می باشد.



شکل ۷: نمودار فاز (phase) - فرکانس (Frequency) فیلتر طراحی شده



شکل ۸: مراحل فیلتر کالمن

۳-۱- بردار وضعیت

بردار وضعیت^۱ شامل متغیرهایی است که وضعیت سیستم دینامیکی را شرح داده و همچنین

درجه‌ی آزادی آن را نشان می‌دهد. متغیرهای بردار وضعیت را نمی‌توان به‌طور مستقیم اندازه‌گیری نمود اما می‌توان آن‌ها را از مقادیری که قابل اندازه‌گیری هستند، استنتاج نمود. مؤلفه‌های بردار وضعیت می‌تواند شامل موقعیت، سرعت، شتاب،

¹ State Vector

ثابت می‌باشد. در این مقاله جهت ساخت مدل مشاهده جهت نرم‌سازی شتاب سیگنال GPS، ماتریس تبدیل را یک و نویز فرآیند اندازه‌گیری را صفر فرض می‌کنیم.

۳-۴- مرحله پیش‌بینی

در مرحله پیش‌بینی، یک وضعیت اولیه با نادیده گرفتن نویز دینامیک و از حل معادلات دیفرانسیلی که مدل دینامیکی مسأله را بیان می‌کند، محاسبه می‌گردد.

$$\dot{\underline{x}}^-(t) = D \cdot \underline{x}^-(t) \quad \text{رابطه (۵)}$$

بردار وضعیت در زمان t را می‌توان با سری تیلور و با در نظر گرفتن وضعیت تقریبی $\underline{x}^-(t_0)$ به صورت رابطه (۶) نوشت.

رابطه (۶)

$$\underline{x}^-(t) = \underline{x}^-(t_0) + \dot{\underline{x}}^-(t_0) \cdot (t - t_0) +$$

$$\frac{1}{2} \ddot{\underline{x}}^-(t_0) \cdot (t - t_0)^2 + \dots$$

با جایگذاری $\dot{\underline{x}}^-(t)$ از رابطه (۵) در رابطه (۶) به رابطه (۷) می‌رسیم:

رابطه (۷)

$$\underline{x}^-(t) = \underline{x}^-(t_0) + D \cdot \underline{x}^-(t_0) \cdot (t - t_0) +$$

$$\frac{1}{2} D^2 \cdot \underline{x}^-(t_0) \cdot (t - t_0)^2 + \dots$$

در نتیجه وضعیت پیش‌بینی شده، ترکیبی خطی از مقادیر اولیه $\underline{x}^-(t_0)$ است. اگر در رابطه (۷) از $\underline{x}^-(t_0)$ فاکتورگیری شود، به رابطه (۸) می‌رسیم:

$$\underline{x}^-(t) = F(t) \cdot \underline{x}^-(t_0) \quad \text{رابطه (۸)}$$

$F(t)$ ماتریس انتقال وضعیت است که هر مقدار اولیه $\underline{x}^-(t_0)$ را به وضعیت متناظر $\underline{x}^-(t)$ در لحظه t منتقل می‌کند. با جایگذاری رابطه (۸) در رابطه (۵) خواهیم داشت:

رابطه (۹)

$$\dot{\underline{x}}^-(t) = D \cdot \underline{x}^-(t) = D \cdot F(t) \cdot \underline{x}^-(t_0)$$

و از طرفی با محاسبه مشتق $\dot{\underline{x}}^-(t)$ از رابطه (۸):

زاویه توجیه و سایر پارامترها باشد. بردار وضعیت در هر اپک زمانی دارای دو مقدار می‌باشد، یک مقدار اولیه (\underline{x}^-) که مقدار پیش‌بینی شده قبل از به‌روزرسانی است و همچنین یک مقدار ثانویه (\underline{x}^+) که مقدار تصحیح‌شده بعد از به‌روزرسانی است.

۳-۲- مدل دینامیک

انتقال بردار وضعیت بر حسب زمان توسط مدل دینامیک^۱ بیان می‌شود. در مواردی که مسئله خطی باشد، این معادله به شکل زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\underline{x}(t) = F \cdot \underline{x}(t-1) + \underline{n}(t) \quad \text{رابطه (۳)}$$

که در آن F ماتریس دینامیک (انتقال وضعیت) می‌باشد $\underline{x}(t)$ بردار وضعیت و $\underline{n}(t)$ نیز نویز دینامیک (خطای پردازش) می‌باشد که معمولاً به صورت نویز سفید فرض می‌شود که دارای ماتریس کوواریانس $Q(t)$ است. در این مقاله، F ماتریس یک و مقدار نویز برابر صفر فرض می‌شود.

۳-۳- مدل مشاهده

مدل مشاهده^۲ رابطه بین بردار وضعیت و اندازه‌گیری‌ها را نشان می‌دهد. در روابط خطی، اندازه‌گیری‌ها را می‌توان با یک سیستم معادلات خطی توصیف نمود که وابسته به متغیرهای وضعیت هستند.

$$\underline{z}(t_i) = H \cdot \underline{x}(t_i) + \underline{v}(t_i) \quad \text{رابطه (۴)}$$

که در آن $\underline{z}(t_i)$ بردار مشاهدات در اپک t_i ، H ماتریس تبدیل بردار وضعیت به بردار مشاهدات و $\underline{v}(t_i)$ نویز مشاهدات (فرآیند اندازه‌گیری) با ماتریس کوواریانس $R(t_i)$ است. مشابه ماتریس دینامیک، در یک سیستم خطی، ماتریس مشاهدات H یک ماتریس ثابت است چرا که رابطه تبدیل بردار وضعیت به بردار مشاهدات

^۱ Dynamic Model

^۲ Observation Model

$$\dot{\underline{x}}^-(t) = \frac{d}{dt} \underline{x}^-(t) = \frac{d}{dt} [F(t) \cdot \underline{x}^-(t_0)] = \left[\frac{d}{dt} F(t) \right] \cdot \underline{x}^-(t_0) \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

نویز را صفر در نظر گرفتیم، Q هم صفر می‌گردد [۴].
رابطه (۱۲)

$$P^-(t_i) = F(t_i) \cdot P(t_{i-1}) \cdot (F(t_i))^T + Q(t_i)$$

۳-۵- مرحله تصحیح

در مرحله تصحیح، بردار وضعیت پیش‌بینی شده $\underline{x}^-(t_i)$ با مشاهدات انجام‌شده در t_i یک‌به‌روز می‌شود، به این ترتیب، بردار وضعیت ثانویه را به صورت روابط (۱۳) تا (۱۷) خواهیم داشت:

$$\underline{x}^+(t_i) = \underline{x}^-(t_i) + \Delta \underline{x}(t_i) \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

$$\Delta \underline{x}(t_i) = P^- H^T (H P^- H^T + R(t_i))^{-1} \cdot (z(t_i) - H \underline{x}^-(t_i)) \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

$$\Delta \underline{x}(t_i) = K(t_i) e(t_i) \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

$$K(t_i) = P^- H^T (H P^- H^T + R(t_i))^{-1} \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

$$e(t_i) = (z(t_i) - H \underline{x}^-(t_i)) \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

$$\underline{x}^+(t_i) = \underline{x}^-(t_i) + K(t_i) \cdot e(t_i) \quad \text{رابطه (۱۸)}$$

در این معادله، وضعیت پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری‌ها وزن‌دهی شده جهت محاسبه وضعیت تصحیح‌شده، با یکدیگر ترکیب می‌شوند. ماتریس کوواریانس وضعیت تصحیح‌شده با قانون انتشار خطا به صورت (۱۹) قابل بیان است [۴]:

$$P^+(t_i) = P^-(t_i) - K(t_i) H P^-(t_i) = (I - K(t_i) H) P^-(t_i) \quad \text{رابطه (۱۹)}$$

چند جمله‌ای قطعه‌ای^۱ هستند که انعطاف‌پذیری و پایداری عددی از خصوصیات مهم این توابع

با مساوی قرار دادن رابطه‌های (۹ و ۱۰)، نتیجه می‌شود که:

$$\frac{d}{dt} F(t) = D \cdot F(t) \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

با توجه به $\underline{x}(t_0) = I \cdot \underline{x}(t_0)$ در نتیجه ماتریس انتقال وضعیت اولیه برابر یک $F(t_0) = I$ فرض می‌شود و ماتریس کوواریانس بردار وضعیت در مرحله پیش‌بینی با قانون انتشار خطا به صورت رابطه (۱۲) خواهد بود. در محاسبات این مقاله که ماتریس کوواریانس بردار وضعیت اولیه می‌باشد برابر با یک دهم فرض شده و به دلیل اینک

$K(t_i)$ ماتریس بهره کالمن و $e(t_i)$ باقیمانده اندازه‌گیری می‌باشد که اختلاف بین پیش‌بینی $H \underline{x}^-(t_i)$ و اندازه‌گیری واقعی $z(t_i)$ را منعکس می‌کند. نهایتاً وضعیت تصحیح‌شده از رابطه (۱۸) به دست می‌آید:

۴- روش هموارسازی بی‌اسپلین

موجک بی‌اسپلین نوع خاصی از توابع

¹ Piecewise Polynomial

به‌شمار می‌آید. با داشتن تعداد نسبتاً کمی از توابع پایه، به‌انداز کافی کامل هستند و می‌توان از وابستگی خطی تعداد زیادی از پایه‌ها صرف‌نظر نمود. ویژگی کامل بودن توابع پایه بی‌اسپلین، مخصوصاً برای توصیف حالت‌های پیوسته و مسائلی که در آن‌ها تمام طیف موردنیاز است، یک ویژگی ایده‌آل به‌شمار می‌آید. از کاربردهای بی‌اسپلین می‌توان در برازش منحنی‌ها، نرم‌سازی سیگنال و مشتق‌گیری عددی اشاره کرد. رابطه بازگشتی (۲۱) تابع مقیاس بی‌اسپلین نرمال‌شده درجه d در سطح z و با انتقال k را نشان می‌دهند. مقدار اولیه این رابطه بازگشتی به‌صورت رابطه (۲۰) می‌باشد. در صورت صفر شدن مخرج هر یک از کسرهای رابطه (۲۱) مقدار کل کسر برابر صفر فرض می‌شود. فضای توابع مقیاس v_j دارای

به‌شمار می‌آید. با داشتن تعداد نسبتاً کمی از توابع پایه، به‌انداز کافی کامل هستند و می‌توان از وابستگی خطی تعداد زیادی از پایه‌ها صرف‌نظر نمود. ویژگی کامل بودن توابع پایه بی‌اسپلین، مخصوصاً برای توصیف حالت‌های پیوسته و مسائلی که در آن‌ها تمام طیف موردنیاز است، یک ویژگی ایده‌آل به‌شمار می‌آید. از کاربردهای بی‌اسپلین می‌توان در برازش منحنی‌ها، نرم‌سازی سیگنال و مشتق‌گیری عددی اشاره کرد. رابطه بازگشتی (۲۱) تابع مقیاس بی‌اسپلین نرمال‌شده درجه d در سطح z و با انتقال k را نشان می‌دهند. مقدار اولیه این رابطه بازگشتی به‌صورت رابطه (۲۰) می‌باشد. در صورت صفر شدن مخرج هر یک از کسرهای رابطه (۲۱) مقدار کل کسر برابر صفر فرض می‌شود. فضای توابع مقیاس v_j دارای

$$N_{j,k}^0(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } t_i \leq x < t_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

رابطه (۲۰)

$$\Phi_{j,k}^d(x) = N_{j,k}^d(x) = \frac{x - t_k^j}{t_{k+d}^j - t_k^j} N_{j,k}^{d-1}(x) + \frac{t_{k+d+1}^j - x}{t_{k+d+1}^j - t_{k+1}^j} N_{j,k+1}^{d-1}(x)$$

رابطه (۲۱)

$$(t_0, t_1, \dots, t_{K_j+d}) = \frac{1}{2^J} \left(\underbrace{0, \dots, 0}_{d+1 \text{ times}}, \underbrace{1, 2, \dots, 2^J - 1, 2^J, \dots, 2^J}_{d+1 \text{ times}} \right)$$

رابطه (۲۲)

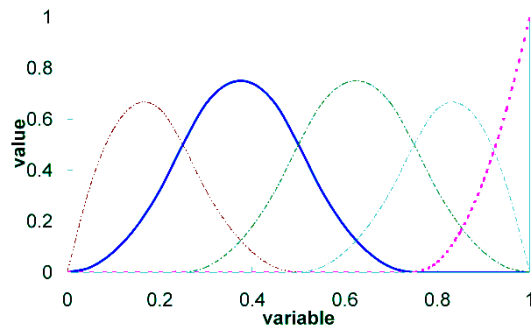
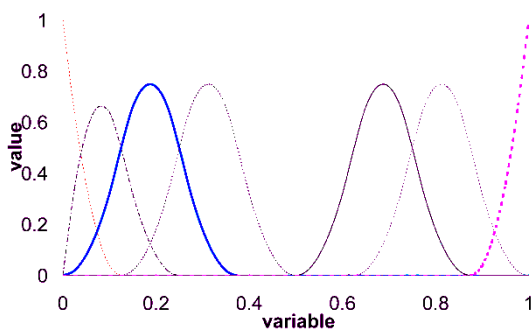
با افزایش سطح فضای تابعی، محمل توابع مقیاس فشرده‌تر شده و امکان مدل‌سازی جزئیات بیشتر سیگنال (تغییرات با فرکانس بالا) فراهم می‌گردد. که در این کار مقدار سطح برابر ۲۰۰ در نظر گرفته شده است. در روش بی‌اسپلین برای نرم‌سازی^۱ شتاب GPS می‌بایست گره‌ها حداقل برای نقطه‌های در فاصله ۶۰ ثانیه در نظر گرفته شود [۵]. همچنین جکلی^۲ نشان داد که اگر روش نرم‌کننده بی‌اسپلین به صورت برازش کمترین مربعات و گره‌ها برای بازه زمانی بالاتر از ۶۰ ثانیه استفاده گردد، دقت شتاب ثقل حاصل بهتر از یک میلی‌گال برای یک مسیر مستقیم خواهد بود [۳، ۱ و ۶].

تنها در $t_k \leq x < t_{k+d}$ غیر صفر است. $\Phi_{j,k}^d(x)$ با افزایش مرتبه j ، نرم‌سازی تابع افزایش می‌یابد. این ویژگی جایگزینی بالای بی‌اسپلینها را نشان می‌دهد. نیازی به هم‌فاصله بودن گره‌ها، نیست و شکل $N(x)$ با تغییر گره‌ها، به‌طور روان تغییر می‌کند. گره‌ها نقاطی هستند که به‌طور یکنواخت یا غیریکنواخت و غیر کاهشی، روی بازه خاصی در امتداد محور x توزیع شده‌اند، یکی از مزایای بی‌اسپلین آن است که برای چینش گره‌ها آزادی عمل وجود دارد. گره‌ها می‌توانند در فواصل مختلفی نسبت به یکدیگر واقع شوند و حتی می‌توانند روی یکدیگر قرار گیرند. البته با قرار گرفتن هر گره روی گره مجاور خود، درجه پیوستگی تابع اسپلین در آن نقطه، یک واحد کاهش می‌یابد.

همانطور که در شکل (۹) ملاحظه می‌شود،

¹ Smoothing

² Jekeli



شکل ۹: توابع مقیاس بی‌اسپلاین چندجمله‌ای مربعی در سطح ۲ (سمت راست) و سطح ۳ (سمت چپ)

از رابطه میزان تطابق دو تابع در قالب رابطه (۲۳) جهت کمی‌سازی میزان تطابق سیگنال شتاب GPS نرم‌شده بعد از اعمال فیلتر دیجیتال و فیلتر کالمن با نتایج روش نرم‌سازی بی‌اسپلاین استفاده گردید.

$$\text{Corr}(f_1, f_2) = \frac{1}{1 + \|f_1 - f_2\|_{L^2}} \times 100 \quad (23)$$

جدول‌های (۱) و (۲) به ترتیب درصد تطابق سیگنال شتاب GPS نرم‌شده پس بعد از اعمال فیلتر دیجیتال طراحی شده و روش نرم‌سازی بی‌اسپلاین و درصد تطابق سیگنال شتاب GPS نرم‌شده پس بعد از اعمال فیلتر کالمن طراحی شده و روش نرم‌سازی بی‌اسپلاین در هر مسیر پروازی را نشان می‌دهند.

جدول ۱: درصد تطابق نتایج دو روش فیلتر دیجیتال و

بی‌اسپلاین

مسیر شماره	درصد تطابق دو سیگنال
۱	۹۶.۶۷۳۳
۲	۹۷.۵۷۰۸
۳	۹۸.۴۱۰۰
میانگین	۹۷.۵۵۱۴

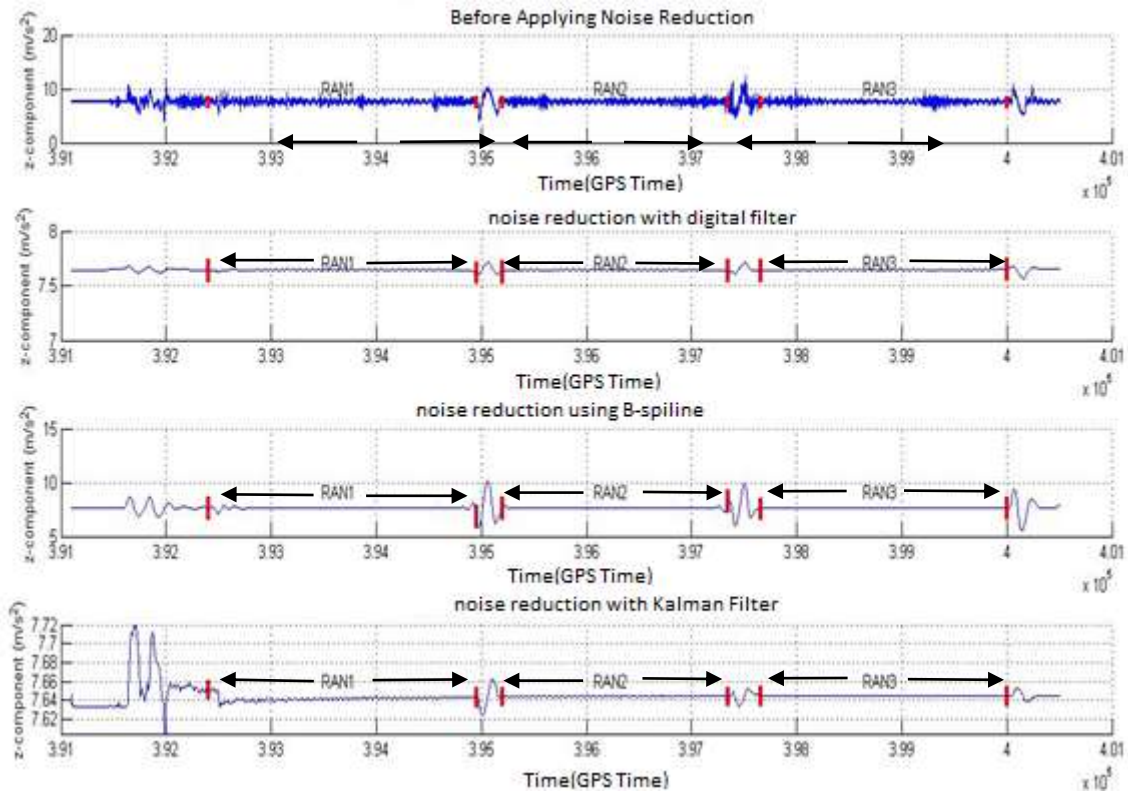
جدول ۲: درصد تطابق نتایج دو روش فیلتر کالمن و

بی‌اسپلاین

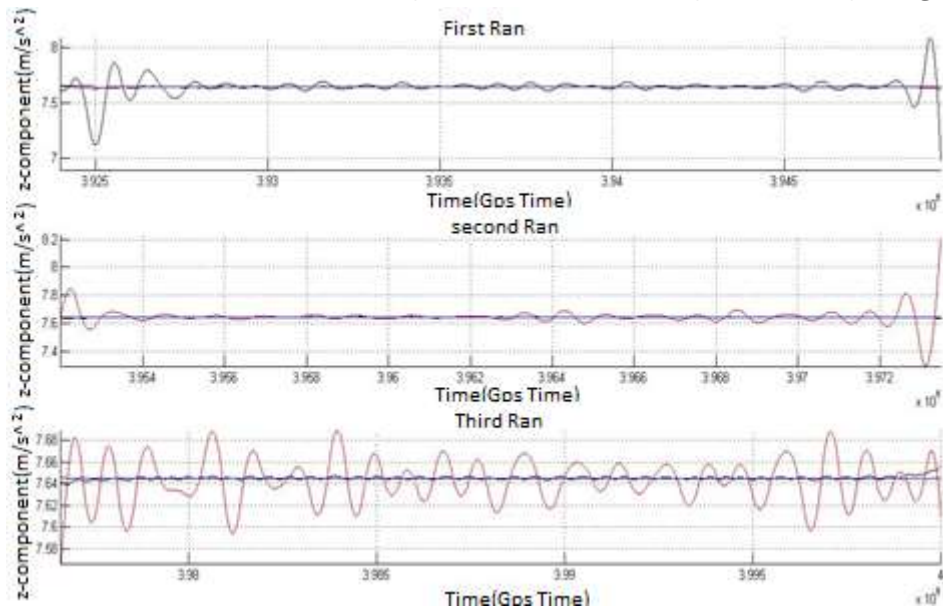
مسیر شماره	درصد تطابق دو سیگنال
۱	۹۹.۸۶۸۵
۲	۹۹.۷۹۷۷
۳	۹۹.۸۲۹۳
میانگین	۹۹.۸۳۱۸

۵- نتایج حاصل از روش‌های مختلف

سیگنال شتاب GPS سه مسیر مختلف ثقل‌سنجی‌هوایی با استفاده از فیلتر دیجیتال و فیلتر کالمن مورد پردازش قرار گرفت. در شکل (۱۰) به ترتیب سیگنال شتاب GPS قبل نرم‌سازی، پس از کاهش نویز و نرم‌سازی با استفاده از فیلتر دیجیتال طراحی شده، با استفاده از بی‌اسپلاین درجه ۳ در سطح ۲۰۰ و با استفاده از فیلتر کالمن نشان داده شده است. شتاب ثقل حاصل از نرم‌سازی سیگنال با روش بی‌اسپلاین که دارای دقت یک میلی‌گال می‌باشد [۳]، به‌عنوان روش مرجع برای ارزیابی نتایج دو روش دیگر در نظر گرفته شد. با بررسی سیگنال‌های نرم‌شده ملاحظه می‌شود که در نواحی با تغییرات کم در سیگنال (در طول مسیر)، نتایج روش‌های نرم‌سازی نزدیکی بیشتری دارند. در ابتدا و انتهای مسیر که همراه با دور زدن وسیله پرنده (تغییر دینامیک پرواز) و تغییر ناگهانی در ارتفاع نیز می‌باشد، تفاوت نتایج بیشتر می‌شود، البته در استفاده عملی، اطلاعات ابتدا و انتهای مسیر سیگنال مشاهدات حذف می‌شود. در شکل (۱۱) نتایج حاصل از سه روش نرم‌سازی در هر مسیر پروازی در کنار یکدیگر نشان داده شده است. سیگنال شتاب GPS نرم‌شده پس بعد از اعمال فیلتر دیجیتال طراحی شده و روش نرم‌سازی بی‌اسپلاین به تفکیک هر یک از سه مسیر پروازی را نشان می‌دهد. تفاوت مقیاس در محور قائم سه مسیر، جهت نمایش بهتر اطلاعات می‌باشد.



شکل ۱۰: سیگنال شتاب GPS قبل نرم‌سازی، پس از کاهش نویز و نرم‌سازی با استفاده از فیلتر دیجیتال طراحی شده، با استفاده از بی‌اسپلاین درجه ۳ در سطح ۲۰۰ و با استفاده از فیلتر کالمن



شکل ۱۱: نتایج حاصل از سه روش نرم‌سازی در هر مسیر پروازی (فیلتر دیجیتال به رنگ مشکی، فیلتر کالمن به رنگ آبی و روش بی‌اسپلاین به رنگ قرمز)

۶- نتیجه گیری

حافظه کمتر از مزایای این نوع فیلتر در پردازش سیگنال می باشد، لذا در پروژه های اجرایی که حجم اطلاعات بسیار بالا می باشد، این ویژگی فیلتر دیجیتال بسیار کارآمد بوده و موجب صرفه جویی در زمان و هزینه پروژه می گردد. از روش های نرم سازی سیگنال می توان در حذف نویز دستگاهی از سیگنال شتاب INS نیز استفاده نمود. به این ترتیب می توان از INS ارزان تر (دارای نویز بیشتر) به جای INS گران تر (دارای نویز کمتر) در ترکیب با GPS استفاده کرد که این امر موجب کاهش هزینه تهیه تجهیزات ناوبری اینرسی و افزایش بهره وری در ثقل سنجی هوایی می شود.

در این پژوهش از فیلتر دیجیتال و فیلتر کالمن جهت کاهش نویز شتاب GPS استفاده شد و سیگنال نرم شده حاصل با نتیجه روش نرم سازی بی اسپلاین که دارای دقت ۱۰ میلی گال در ثقل سنجی هوایی است، مقایسه گردید. میزان تطابق نتایج حاصل از دو روش فیلتر دیجیتال و بی اسپلاین به طور متوسط برابر ۹۷.۵۵ درصد و میزان تطابق نتایج حاصل از دو روش فیلتر کالمن و بی اسپلاین برابر ۹۹.۸۳ می باشد. که نشان دهنده نزدیکی بیشتر روش فیلتر کالمن به روش بی اسپلاین است. از طرفی راحتی طراحی فیلترهای دیجیتال با پاسخ ضربه نامحدود، کاهش زمان محاسبات و نیاز به

مراجع

- [1] M. Senbari, "Airborne vector gravimetry Using INS/GPS". Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, MSc Thesis, K.N.Toosi University of Technology, 2005.
- [2] A.V. Oppenheim, R.W. Schaffer, and J.R. Buck, "Discrete-time signal processing". Vol.2, Prentice-hall Englewood Cliffs, 1989.
- [3] C. Jekeli, and R. Garcia, "GPS phase accelerations for moving-base vector gravimetry". Journal of Geodesy, Vol.71(10), pp. 630-639, 1997.
- [4] S.Toshak, A. Harit, and D.N. Vishwakarma, "Kalman filter implementation on an accelerometer sensor data for three state estimation of a dynamic system". International Journal of Research in Engineering and Technology, Vol.1(6), pp.330-334, 2012.
- [5] Y. Amerian, "Regional modeling of the ionospheric electron density using wavelet analysis and GPS observations". Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, PhD Thesis, K.N.Toosi University of Technology, 2013.
- [6] J. Kwon, and C. Jekeli, "A new approach for airborne vector gravimetry using GPS/INS". Journal of Geodesy, Vol.74(10), pp. 690-700, 2001.
- [7] C. De Boor, "A practical guide to splines". Number 27 in Applied Mathematical Sciences. Springer, New York, 1978.



GPS Acceleration Smoothing

Mohsen Feizi¹, Yazdan Amerian^{2*}

1- M.Sc. student of Geodesy, Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran
2- Assistant professor, Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran

Abstract

Integration of global positioning system (GPS) and inertial navigation system (INS) is used in airborne gravimetry to gravity field recovery. Since GPS computed position is noisy therefore the GPS acceleration which is the result of twice differentiation of GPS position will be too noisy as well. In this paper IIR low-pass filter and Kalman filter are used to smoothing the GPS acceleration and their result compared to B-spline smoother result. B-spline smoothing accuracy is reported about 1mGal in this paper data, therefore B-spline smoothing considered as a reference smoothing method. The correlation of IIR low-pass filter and Kalman filter results with B-spline smoothing result is about 97.55 and 99.83 percent, respectively. It shows that the Kalman filter result is closer to B-spline smoother. On the other hand, along with ease of design of IIR low-pass filter some other advantages such as fast computing algorithm in signal processing unlimited response hit and less memory requirement are worth mentioning. Therefore, in project with huge amount of data the IIR low-pass filter could be efficient and causes the time and cost saving. Mentioned smoothing methods can also be used in INS instrumental noise reduction. Therefore, less accurate INS can be used in integration with GPS, which causes the INS cost saving and project productivity promotion.

Key words: Land use, Prediction, Cellular automata, Zarrineh Roud.