

## یک رابطه فرکتالی جدید برای اندازه‌گیری زبری سطح به منظور استفاده در مدل‌های فیزیکی بازپراکنش راداری

محمد ملکی\*

استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۱۱/۲۴

### چکیده

حساسیت امواج مایکروویو به پارامترهای فیزیکی و هندسی خاک سبب شده است تا سنجش از دور راداری کاربردهای وسیعی در حوزه‌های مختلف پیدا کند. در مسائل کشاورزی و زیست محیطی بررسی پارامترهای خاک از جمله رطوبت و زبری آن از مسائل مهم و مورد توجه متخصصان این حوزه بوده است که رطوبت مربوط به خصوصیت فیزیکی و زبری مربوط به خصوصیت هندسی خاک می‌باشد. پارامتر زبری نقش مهمی در تعیین چگونگی فرسایش خاک دارد. همچنین به منظور بررسی رطوبت خاک حتماً می‌بایست زبری خاک نیز مورد مطالعه قرار گیرد. مدل‌های مختلفی به منظور تخمین این دو پارامتر از تصاویر راداری وجود دارد که از مهمترین آنها به مدل معادله انتگرالی ( $IEM$ ) و مدل آشفتگی کوچک ( $SPM$ ) می‌توان اشاره نمود. با توجه به اینکه ارزیابی دقت این مدل‌ها در تخمین زبری سطح بر اساس داده‌های واقعی زمینی صورت می‌گیرد، لذا محاسبه اندازه‌گیری زبری زمینی از اهمیت بالایی برخوردار است. به منظور اندازه‌گیری زبری زمینی دو روش استفاده از هندسه اقلیدسی و استفاده از هندسه فرکتالی وجود دارد. به منظور اندازه‌گیری زبری سطح برای ورود به مدل‌های فیزیکی پراکنش سطح و یا اندازه‌گیری به منظور اعتبارسنجی نتایج حاصل از وارونه‌سازی زبری با استفاده از مدل‌های فیزیکی، روش‌ها و فرمول‌های مختلف فرکتالی پیشنهاد شده که مبتنی بر طول پروفیل می‌باشند، در حالی که در این مطالعه رابطه جدیدی برای اندازه‌گیری زبری به روش فرکتالی پیشنهاد شده که مبتنی بر فواصل نمونه‌برداری و ضریب هورست است. این رابطه بر اساس شبیه‌سازی سطوح مختلف فرکتالی در ابعاد وسیعی به دست آمده است. دقت مدل به دست آمده  $RMSE = 0.12$  و  $R^2 = 0.9988$  می‌باشد. نتایج ارزیابی دقت این رابطه در اندازه‌گیری زبری برای محدوده‌های خارج از شبیه‌سازی، ضریب همبستگی بالای ۹۸ درصد را بین مقادیر واقعی و تخمینی نشان داده است.

کلیدواژه‌ها: پارامتر زبری سطح، هندسه فرکتالی، هندسه اقلیدسی، مدل فرکتالی  $fbm$

\* نویسنده مکاتبه کننده: گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران.

## ۱- مقدمه

حساسیت امواج ماکروویو به پارامترهای فیزیکی و هندسی خاک سبب شده است تا سنجش از دور راداری کاربردهای وسیعی در حوزه‌های مختلف پیدا کند. بخصوص قابلیت بازیابی رطوبت خاک از تصاویر با قدرت تفکیک مکانی و زمانی بالا سبب شده است که مشارکت این علم در پیش‌بینی مدل‌های هیدرولوژی و هواشناسی و همچنین در بهینه‌سازی فعالیت‌های اقتصادی در بخش کشاورزی بیشتر شده و قابلیت‌های آن به اثبات رسیده است. در تخمین کمی پارامترهای خاک یعنی رطوبت و زبری، جداسازی نقش و مقدار هر کدام آنها در بازپراکنش تصاویر راداری مسئله مهمی می‌باشد، لذا به منظور تخمین مقدار رطوبت خاک، اندازه‌گیری کمی زبری خاک نیز مورد نیاز است. اندازه‌گیری مقدار زبری خاک با تصاویر چند پلاریزه بهتر انجام می‌گیرد. پارامتر زبری به عنوان یک عامل مزاحم در اندازه‌گیری رطوبت مطرح می‌باشد که مطالعات زیادی در خصوص به حداقل رساندن نقش این کمیت در تخمین رطوبت خاک انجام گرفته است [۱]. برای جداسازی نقش این دو پارامتر می‌بایست از تصاویر با پلاریزاسیون کامل<sup>۱</sup> استفاده نمود [۲]. یکی از پارامترهای کلیدی در مورد سطح، رطوبت حجمی آب موجود در خاک می‌باشد که مقدار بازپراکنش امواج راداری به شدت به دلیل تاثیر ثابت دی الکتریک به آن وابسته می‌باشد. ویژگی دیگر سطح، پارامتر هندسی خاک است که این پارامتر تحت عنوان زبری خاک توصیف می‌شود. زبری خاک بوسیله دو پارامتر تعریف می‌گردد:

<sup>۱</sup>Moisture<sup>۲</sup>Roughness<sup>۳</sup>Full Polarized<sup>۴</sup>Surface<sup>۵</sup>Volumetric soil moisture

۱-  $K.S$  (K) شماره موج و  $S$  انحراف معیار ارتفاع

می‌باشد)

۲- طول همبستگی.

پارامتر  $K.S$  تغییرات زبری را در جهت عمودی و پارامتر طول همبستگی، تغییرات زبری را در جهت افقی نشان می‌دهد.

الگوریتم‌های مختلفی در رابطه با ارتباط پارامترهای سطح با بازپراکنش امواج با پلاریزاسیون‌های مختلف به منظور تخمین آنها پیشنهاد شده‌است. در تمام این موارد پلاریمتری نقش مهم و تعیین‌کننده‌ای دارد.

مسئله پراکنش امواج الکترومغناطیس از سطوح با زبری نامنظم همواره یکی از موضوعات مورد توجه محققان بوده است و تاکنون هنوز روش دقیق و قابل اعتمادی برای آن بدست نیامده است. البته برای بسیاری از کاربردهای عملی، روش‌های تقریبی مناسب می‌باشد. یکی از مشهورترین و متداولترین مدل‌های تقریبی در حوزه رادار مدل آشفتگی کوچک (SPM) می‌باشد. فرض اولیه در این مدل این است که تغییرات ارتفاعی در مقایسه با طول موج کوتاه است، در نتیجه این مدل برای طول موج‌های بلند مانند  $S$  و  $L$  مناسب می‌باشد. اگر چه این مدل برای محدوده کوچکی از سطوح معتبر است، اما به‌هرحال یکی از روش‌های کلاسیک در حوزه رادار می‌باشد. این مدل در بسیاری از کارهای عملی استفاده شده است و در بسیاری از مطالعات روش‌های عددی برای این مدل انجام گردیده است [۳ و ۴]. در نواحی مدل SPM، نسبت پراکنش هم پلاریزه<sup>۷</sup> برای نواحی با زبری اندک ( $K.S < 0.3$ )، به ثابت دی الکتریک حساس می‌باشد. متعاقباً این نسبت برای نواحی زبرتر ( $K.S > 0.3$ ) غیر حساس می‌باشد. معمولاً زبری سطوح طبیعی در طول موج باندهای  $L$  داری  $1 < K.S < 3$  می‌باشد. برای این نواحی تاکنون مدل‌های تجربی و

<sup>۶</sup>Small Perturbation Model<sup>۷</sup>Copolarized

ورودی مدل *IEM* سعی در بالا بردن دقت تخمین زبری سطح را داشته‌اند [۹ و ۱۰]. همچنین علاوه بر محاسبه پارامترهای زبری سطح با استفاده از روش فرکتالی برای ورود به مدل *IEM* یکی دیگر از روش‌های بهبود دقت، استفاده از مدل فیزیکی فرکتالی *SPM* می‌باشد. مطالعات مختلفی به منظور محاسبه بعد فرکتالی تصویر *SAR* با این مدل و مدل هندسه فرکتالی صورت گرفته است [۱۱ و ۱۲].

اکثر تحقیقات اذعان دارند که مدل فرکتالی بهترین روش برای بیان هندسه سطح یا زبری می‌باشد [۱۳، ۱۴ و ۱۵]

## ۲- اندازه‌گیری پارامتر زبری ورودی مدل‌های فیزیکی بازپراکنش به روش هندسه اقلیدسی:

پارامترهای زبری مدل‌های فیزیکی در هندسه کلاسیک شامل مربع میانگین ریشه ارتفاع ( $rms\_height$ ) و طول همبستگی می‌باشند.  $rms\_height$  نشان‌دهنده تغییرات ارتفاعی زبری سطح و طول همبستگی بیانگر تغییرات زبری سطح در جهت افقی می‌باشد. مقدار  $rms\_height$  ( $\sigma$ ) از رابطه (۱) حاصل می‌گردد:

رابطه (۱)

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}[(\sum_{i=1}^N z_i^2) - N\bar{z}^2]} \quad \text{و} \quad \bar{z} = \frac{1}{N}$$

در رابطه (۱)،  $N$  تعداد نمونه‌ها،  $z$  ارتفاع نمونه‌های اندازه‌گیری شده و  $\bar{z}$  میانگین ارتفاع کل نمونه‌ها می‌باشد. زبری نسبت به طول موج تعریف می‌گردد؛ به عنوان مثال برای طول موج  $C$  ممکن است یک سطح زبر باشد در حالی که برای طول موج  $L$  زبری آن فرق کند (کمتر باشد). لذا تغییرات عمودی ارتفاع با پارامتر  $k \cdot \sigma$  تعریف می‌گردد که  $k$  شماره موج می‌باشد و مقدار آن برابر با  $2\pi/\lambda$  بوده که  $\lambda$  طول موج است.

## ۳- مدل هندسه فرکتالی:

در میان مدل‌های هندسی برای بیان پدیده‌های طبیعی

نیمه تجربی در بعضی از مطالعات توسعه داده شده است [۵ و ۶]. بین پلاریزاسیون‌های مختلف در ارتباط با تغییرات ارتفاعی و ثابت دی الکتریک سطح، همبستگی مشاهده می‌گردد [۷]. این مشاهدات نشان می‌دهد که استفاده از ضریب همبستگی می‌تواند برای جداسازی رطوبت و زبری خاک استفاده گردد، اما با این وجود باز هم روش عددی قوی برای این کار نمی‌باشد. ارتباط بین زبری سطح خاک با مقادیر ویژه ماتریس همدوسی پراکنش، که هر کدام از آنها دارای تعبیر فیزیکی خودشان می‌باشند، با استفاده از دامنه تصاویر در آزمایشگاه اثبات شده است [۸].

این دستاورد، متخصصان را به استفاده از تصاویر با پلاریزاسیون کامل برای جداسازی پارامترهای سطح ترغیب نموده است. اولین مدل در این رابطه توسط هاجنسک و همکاران تحت عنوان *X-Bragg* که مدل توسعه یافته *SPM* یا مدل *Bragg* می‌باشد، ارائه شده است [۲]. در این مدل برخلاف مدل *SPM* که از تصاویر دو پلاریزه (هم پلاریزه) استفاده می‌شود، این مدل از پلاریزاسیون کامل استفاده می‌کند.

یکی دیگر از مدل‌های فیزیکی مشهور برای تخمین زبری سطح از تصاویر راداری، مدل معادله انتگرالی (*IEM*) می‌باشد.

در تخمین زبری سطح، روشی که برای اندازه‌گیری آن برای ورود به مدل‌های فیزیکی استفاده می‌گردد، بسیار مهم می‌باشد. روش‌های مورد استفاده شامل اندازه‌گیری زبری سطح به روش هندسه اقلیدسی و هندسه فرکتالی می‌باشند. مطالعات متعددی در جهت بهبود دقت بازیابی زبری سطح با استفاده از مدل‌های فیزیکی انجام شده است. در کار با مدل *IEM* مطالعات بیشتر در زمینه نحوه بیان هندسه سطح صورت گرفته است. به عبارت دیگر با انجام پیش‌پردازش بر روی پارامترهای

*Hajnesk*

*Integral Equation Model*

*Root Mean Square of height*

زبری سطح در هندسه فرکتالی هم می‌تواند به صورت خود متشابه<sup>۶</sup> و هم خود وابسته<sup>۷</sup> تعریف گردد [۱۶]. در یک سطح خود متشابه اگر یک قسمت کوچک آن بزرگنمایی گردد، دقیقاً مانند کل آن سطح می‌باشد. بر طبق این تعریف واژه فرکتال را می‌توان مترادف با مقیاس ثابت<sup>۸</sup> در نظر گرفت. بسیاری از خصوصیات زمین شناسی خاک در مقیاس‌های متفاوت ممکن است شبیه به هم به نظر برسند، اما در مورد توپوگرافی و زبری سطح این خصوصیت به ندرت اتفاق می‌افتد [۱۷]. در این حالت بخش کوچکی از سطح تابعی از سطح کل می‌باشد که تحت عنوان خود متشابه تعریف می‌گردد. بنابراین دو پارامتر برای توصیف زبری توسط هندسه فرکتالی مورد نیاز است. اولین پارامتر نحوه تغییرات زبری سطح را در مقیاس‌های متفاوت بیان می‌کند و پارامتر دیگر واریانس سطح را در مقیاس مرجع تعریف می‌کند. این دو پارامتر همان بعد فرکتالی و توپوتزی می‌باشند. یک پارامتر به تنهایی نمی‌تواند زبری سطح را توسط هندسه فرکتالی بیان کند. ممکن است دو سطح با زبری مختلف دارای ابعاد فرکتالی یکسان باشند که در این صورت آنچه که می‌تواند این دو را از هم متمایز کند توپوتزی است. زبری سطح به دو مولفه بسیار مهم به‌خصوص در هندسه فرکتالی وابسته است [۱۷]:

- ۱- اندازه واحد نمونه برداری: یعنی اینکه با یک بار اندازه‌گیری چه ناحیه‌ای از سطح را پوشش می‌دهد. این اندازه در واقع همان طول پروفیل می‌باشد. معمولاً اکثر داده‌های زبری زمینی در مقیاس  $1 \times 1$  مترمربع اندازه‌گیری می‌شوند [۱۸ و ۱۹].
- ۲- فاصله بین نمونه‌های اندازه‌گیری یا فاصله بین نقاطی که ارتفاع آنها اندازه‌گیری می‌شود.

و زبری سطح، مدل فرکتالی نسبت به مدل‌های دیگر مانند نمایی و گوسی بهتر است [۱۳ و ۱۵]. در اکثر مطالعات معمولاً از مدل فرکتالی حرکت براونی ( $fBm$ ) برای توصیف زبری سطح استفاده می‌گردد. یک روند تصادفی<sup>۹</sup>  $z(x, y)$  سطح  $fBm$  را هنگامی می‌تواند توصیف کند که برای هر مقدار  $x', y', x$  و  $x'$  در دامنه اعداد حقیقی، رابطه (۲) برقرار باشد:

$$\text{رابطه (۲)} \quad \text{pr}\{z(x, y) - z(x', y') < \zeta\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi s \tau^H}} \int_{-\infty}^{\zeta} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2s^2 \tau^{2H}}\right) d\zeta$$

در رابطه (۲)،  $\tau$  فاصله بین دو نقطه می‌باشد که از رابطه بیان شده بدست می‌آید. همچنین در این رابطه، مقدار  $H$ ، ضریب هورست می‌باشد که معمولاً دارای مقدار بین صفر و یک است.  $s$  انحراف معیار افزایشی<sup>۳</sup> می‌باشد و این مقدار نباید با  $rms\_height$  اشتباه گرفته شود. پارامتر دیگر مهم در هندسه فرکتالی توپوتزی<sup>۴</sup> است که تحت عنوان طول مشخصه سطح فرکتالی  $fBm$  تعریف می‌گردد. ارتباط این طول با ضریب هورست و  $s$  از رابطه (۳) به دست می‌آید:

$$\text{رابطه (۳)} \quad s = T^{1-H}$$

در رابطه (۳)،  $T$  مقدار توپوتزی می‌باشد. توپوتزی عبارت است از طولی که مقدار شیب  $RMS^5$  نقاط بر روی آن، برابر یک باشد. ضریب هورست از طریق رابطه (۴) برای سطوح سه بعدی با بعد فرکتالی ارتباط پیدا می‌کند:

$$\text{رابطه (۴)} \quad D = 3 - H$$

در رابطه (۴)،  $D$  بعد فرکتالی می‌باشد. نکته مهم در خصوص بیان فرکتالی سطح این است که

<sup>۱</sup>Fractal Brownian Motion

<sup>۲</sup>Stochastic process

<sup>۳</sup>Incremental Standard deviation

<sup>۴</sup>Topothesy

<sup>۵</sup>Root Mean Square Slope

<sup>۶</sup>Self similar

<sup>۷</sup>Self-affine

<sup>۸</sup>Scale invariance

مطالعات از شکل تعمیم یافته تابع خودهمبستگی به عنوان هندسه فرکتالی مطابق رابطه (۸) استفاده می‌گردد.

$$\rho(r) = e^{-\frac{r^\beta}{l^\beta}} \quad \text{رابطه (۸)}$$

زربسی و همکاران (۲۰۰۰) از تابع رابطه (۷) برای محاسبه بعد فرکتالی در زمین‌های کشاورزی استفاده نمودند. آنها نتیجه گرفتند که مقدار بعد فرکتالی برای زمین‌های کشاورزی برای پروفیل طولی، حدود ۱٫۴ می‌باشد [۲۱].

در رابطه (۸) اگر مقدار  $\beta = 2$  باشد تابع گوسی و اگر برابر یک باشد تابع خودهمبستگی به نمایی تبدیل می‌شود.

### ۳-۱- محاسبه پارامتر زبری ( $rms\_height$ ) ورودی مدل‌های فیزیکی بازپراکنش با استفاده از هندسه فرکتالی:

همانطور که گفته شد دو پارامتر مهم هندسه فرکتالی عبارتند از بعد فرکتالی و توپوتری. برای محاسبه  $rms\_height$  می‌بایست ابتدا تابع طیف مقطع یا سطح را به دست آورد. بعد از محاسبه مربوط به تابع طیف سطح، ضریب هورست و بعد فرکتالی به دست می‌آیند. تابع چگالی طیف توان سطح<sup>۴</sup> ( $PSD$ ) از رابطه (۹) حاصل می‌شود [۲۲]:

$$s(k) = s_0 \cdot k^{-\alpha}, k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \quad \text{رابطه (۹)}$$

در رابطه (۹)،  $k$  عدد موج و  $\alpha$  شیب طیف می‌باشد و مقدار  $s_0$  از رابطه (۱۰) به دست می‌آید:

$$s_0 = 2^{H+1} \gamma^2 (1+h) \sin(\pi H) s^2 \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

مقدار  $\alpha$  برابر با شیب مقدار  $S(k)$  بر حسب  $k$  در مقیاس لگاریتمی می‌باشد. رابطه بین  $\alpha$  و ضریب

امروزه روش‌های مختلفی برای اندازه‌گیری زمینی ارتفاع نقاط وجود دارد که عبارتند از روش‌های تماسی و غیرتماسی. در روش‌های تماسی مانند اندازه‌گیری با مقطع بردارهای سوزنی معمولاً قدرت تفکیک مکانی در حد یک سانتیمتر می‌باشد [۱۹]، اما در روش‌های غیرتماسی مانند روش‌های فتوگرامتری امکان اندازه‌گیری با قدرت تفکیک مکانی بهتر از سانتیمتر و در حد میلیمتر وجود دارد.

تابع خود همبستگی (که طول همبستگی از آن به دست می‌آید)، درجه همبستگی بین ارتفاع  $z(x)$  را در نقطه  $x$  و ارتفاع  $z(x+\rho)$  به فاصله  $\rho$  از  $x$  اندازه‌گیری می‌کند. این تابع مطابق رابطه (۵) بیان می‌گردد:

$$\rho(r) = \frac{\sum_{i=1}^{N-r} z_i - z_{i+r} / \Delta x}{\sum_{i=1}^N z_i^2} \quad \text{رابطه (۵)}$$

در رابطه (۵)،  $r$  جابجایی مکانی<sup>۲</sup> و  $\Delta x$  فواصل مقاطع نمونه برداری می‌باشد. طول همبستگی  $l$  عبارت است از طول  $r$  به هنگامی که مقدار تابع خود همبستگی بزرگتر یا مساوی  $1/e$  گردد. متداولترین توابع همبستگی، توابع نمایی و گوسی می‌باشد که از روابط (۶) و (۷) به دست می‌آیند:

$$\rho(r) = e^{-\frac{|r|}{l}} \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$\rho(r) = e^{-\frac{r^2}{l^2}} \quad \text{رابطه (۷)}$$

محاسبه طول همبستگی به دلیل وابستگی به طول پروفیل و مقدار  $rms\_height$  همواره کار سخت و پیچیده‌ای بوده است. بغدادی (۲۰۰۰) روابطی را برای محاسبه طول همبستگی به عنوان تابعی از پلاریزاسیون، طول موج، زاویه برخورد و  $rms\_height$  برای ورود به مدل  $IEM$  ارائه داد [۲۰]. در بعضی از

<sup>۲</sup>Zribi

<sup>۴</sup>power spectral density

<sup>۲</sup>Autocorrelation Function

<sup>۲</sup>Lag Distance (increment distance)

در روابط (۱۳) و (۱۴)،  $L$  طول پروفیل،  $\alpha$  شیب تابع طیف سطح و  $l$  طول همبستگی می‌باشد. همانطور که در روابط بالا مشاهده می‌گردد، پارامترهای هندسه فرکتالی ارتباط مستقیمی با طول پروفیل دارند. محققین زیادی تاکید کرده‌اند که این روابط باید بر حسب طول پروفیل ایجاد گردد. اما نکته مهم دیگر این است که این پارامترها علاوه بر طول پروفیل تابعی از فاصله بین نمونه‌های اندازه‌گیری شده یا قدرت تفکیک نمونه‌برداری می‌باشند. به همین جهت ارائه یک رابطه که وابستگی زبری سطح را به فواصل نمونه‌برداری نشان دهد می‌تواند در بهبود دقت اندازه‌گیری این پارامتر مفید باشد. در واقع هدف اصلی در این مطالعه ارائه رابطه‌ای است که تابعی از فواصل نمونه‌برداری می‌باشد.

#### ۴- ارائه روش پیشنهادی این تحقیق برای محاسبه $rms\_height$ فرکتالی

برای ارائه روش پیشنهادی در این مطالعه ابتدا شبیه‌سازی سطوح فرکتالی، در محدوده وسیعی از ابعاد فرکتالی و طول‌ها و قدرت تفکیک‌های مکانی مختلف انجام گرفت. محدوده این شبیه‌سازی در جدول (۱) آمده است.

هورست برای پروفیل به صورت  $\alpha = 2H + 1$  و برای سطح به صورت  $\alpha = 2H + 2$  می‌باشد. یکی دیگر از پارامترهای هندسه فرکتالی توپوتزی می‌باشد که در واقع پیچیدگی هندسه فرکتالی را بیان می‌کند. این مقدار از رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود [۲۳]:

$$T = \exp\left(\frac{\alpha}{2} - 2H\right) \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

در رابطه (۱۱)،  $\alpha$  از تقاطع رگرسیون خطی  $RMS$  با محور  $Y$  به دست می‌آید.

با داشتن مقدار توپوتزی می‌توان مقدار  $rms\_height$  برای پروفیل با طول  $L$  را از رابطه (۱۲) که توسط سامرس و همکاران (۲۰۱۲) ارائه شده، محاسبه نمود [۲۴]:

$$rms\_height = T^{1-H} L^H \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

روابط دیگری برای مقدار طول همبستگی و  $rms\_height$  با استفاده از هندسه فرکتالی ارائه شده است که از جمله آن روابط (۱۳) و (۱۴) است که توسط دیرکینگ (۱۹۹۹) ارائه شده است [۲۵]:

$$rms\_height = \sqrt{\frac{L^\alpha}{\alpha - 1}} \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

$$l = \frac{(\alpha - 1)^2 L}{2(2\alpha - 1)} \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

جدول ۱: محدوده ابعاد فرکتالی، قدرت تفکیک مکانی و طول مربوط به سطوح شبیه‌سازی شده

| پارامتر                | محدوده   |
|------------------------|--|
| ضریب هورست ( $H$ )     | از ۰.۱ تا ۰.۹ به فواصل ۰.۱                       |
| $rms\_height$          | از ۲ میلیمتر تا ۴ سانتیمتر به فواصل ۲ میلیمتر    |
| قدرت تفکیک سطح ( $R$ ) | از ۱ سانتیمتر تا ۱۱ سانتیمتر به فواصل ۲ سانتیمتر |
| طول سطح ( $L$ )        | از ۱ متر تا ۱۰ متر                               |

نرم‌افزار متلب انجام گرفته است. بعد از محاسبه  $\alpha$  مقدار ضریب هورست و بعد فرکتالی محاسبه می‌شوند. علاوه بر بعد فرکتالی یکی دیگر از پارامترهای مهم هندسه فرکتالی،  $s$  می‌باشد.  $s$  همان انحراف معیار افزایشی سطح است که با واحد  $m^{1-H}$

به منظور اندازه‌گیری  $rms\_height$  سطوح شبیه‌سازی شده، ابتدا تابع  $PSD$  مربوط به هر پروفیل تخمین زده می‌شود. سپس مقدار  $\alpha$  از رگرسیون خطی تابع  $PSD$  در مقیاس لگاریتمی محاسبه می‌گردد. تمامی مراحل شبیه‌سازی سطوح و تخمین تابع  $PSD$  و محاسبه  $\alpha$  در

ضریب  $A$  و  $rms\_height$  به شدت تابع بعد فرکتالی می‌باشد و تا حدود بسیار کمی که قابل چشم‌پوشی نیز هست، به تغییرات  $rms\_height$  وابسته است. به عنوان مثال جداول (۲) و (۳) به ترتیب نشان‌دهنده ضریب  $A$  برای طول ۱ متر و قدرت تفکیک یک سانتیمتر و طول ۱۰ متر و قدرت تفکیک ۵ سانتیمتر می‌باشند. سطرهای جداول نشان‌دهنده ضرایب با توجه به تغییر  $rms\_height$  و ستون‌های آن‌ها نشان‌دهنده ضرایب با توجه به تغییر ضریب هورست می‌باشند. تغییرات  $rms\_height$  بین مقادیر ۲ میلی‌متر تا ۴ سانتیمتر با پله‌های ۲ میلی‌متری و تغییرات ضریب هورست از ۰٫۱ تا ۰٫۹ می‌باشد. همانطور که از جداول مشاهده می‌گردد، تغییرات ضریب  $A$  نسبت به  $rms\_height$  بسیار اندک بوده؛ طوری که قابل چشم‌پوشی می‌باشد. بنابراین می‌توان برای تمام  $rms\_height$ ، میانگین ضریب را محاسبه نمود. این ضریب با تغییر ضریب هورست به شدت تغییر می‌کند. لذا برای یک سطح با طول و قدرت تفکیک معلوم می‌توان نتیجه گرفت که این ضریب فقط تابعی از ضریب هورست می‌باشد. با کاهش قدرت تفکیک، ضریب  $A$  کم می‌شود اما با تغییر طول پروفیل، تغییر محسوسی در این ضریب رخ نمی‌دهد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که برای یک قدرت تفکیک معلوم، با تغییر طول پروفیل تغییری قابل توجه در ضریب  $A$  اتفاق نمی‌افتد، به طوری که می‌توان متوسط این ضریب در طول‌های پروفیل مختلف را برای یک قدرت تفکیک معلوم در نظر گرفت. در نتیجه این ضریب مستقل از طول پروفیل هم می‌باشد. بنابراین ضریب  $A$  تابعی از قدرت تفکیک ( $R$ ) و ضریب هورست ( $H$ ) می‌باشد، به طوری که با افزایش ضریب هورست این ضریب اضافه می‌شود و با کاهش قدرت تفکیک این مقدار کاهش پیدا می‌کند. با در نظر گرفتن تمامی مقادیر و برازش منحنی بین آن‌ها در این پژوهش، رابطه (۱۸) حاصل می‌شود.

$$A = 0.5078 \times \left(\frac{1}{R}\right)^H + 0.09585 \quad \text{رابطه (۱۸)}$$

اندازه‌گیری می‌شود. این پارامتر  $rms\_height$  نیست و همانطور که قبلاً گفته شد رابطه بین این دو پارامتر از طریق رابطه (۱۲) بیان می‌گردد. در رابطه (۱۲)،  $s = T^{1-H}$  می‌باشد. همانطور که از رابطه (۱۲) مشاهده می‌شود، ارتباط بین  $rms\_height$  و  $s$  تابعی از  $L$  یا طول پروفیل و ضریب هورست می‌باشد، در حالی که در این تحقیق نشان داده خواهد شد که این رابطه ارتباط شدیدی با قدرت تفکیک یا فاصله بین نمونه‌ها داشته و ارتباط بسیار کمی با طول پروفیل دارد. بر این اساس، رابطه‌ای جدید برای ارتباط بین  $rms\_height$  و  $s$  ارائه خواهد شد که بر خلاف رابطه (۱۲) که تابعی از طول پروفیل می‌باشد، این رابطه تابعی از قدرت تفکیک یا فاصله بین نقاط نمونه‌برداری است (رابطه (۱۵)).

$$rms\_height = A \times S \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

در رابطه (۱۵)،  $A$  تابعی از قدرت تفکیک (فواصل نمونه‌برداری) و ضریب هورست می‌باشد.

بعد از شبیه‌سازی سطوح در محدوده‌های مطابق جدول (۱)، با روش *welch* تابع  $PSD$  کلیه سطوح از رابطه (۹) محاسبه می‌گردد. در رابطه (۹)،  $S(k)$  همان تابع  $PSD$  می‌باشد.

با معلوم بودن  $S(k)$  در رابطه (۹) و همچنین محاسبه مقدار  $\alpha$ ، می‌توان مقدار  $s$  را از رابطه (۱۶) محاسبه نمود.

$$s = 10^{(\log S + \alpha \log k)} \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

با محاسبه  $S$  و  $\alpha$  می‌توان مقدار  $s$  را (مطابق رابطه (۱۰)) از رابطه (۱۷) به دست آورد.

$$s = \sqrt{\frac{S}{2^{H+1} \gamma^2 (1+H) \sin(\pi H)}} \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

به این ترتیب مقدار  $s$  برای کلیه سطوح محاسبه می‌گردد. با معلوم بودن  $rms\_height$  مربوط به آن‌ها می‌توان ضریب  $A$  را به دست آورد.

##### ۵- نتایج و پیشنهادها

با بررسی نتایج، می‌توان نتیجه گرفت که رابطه بین

جدیدی است که در این پژوهش برای محاسبه  $rms\_height$  فرکتالی ارائه شده است.

رابطه (۱۹)

$$rms\_height = [0.5078 \times (\frac{1}{R})^H + 0.09858] \times s$$

در برازش داده‌ها برای به دست آوردن رابطه (۱۸)، مقدار  $RMSE = 0.12$  و  $R^2 = 0.9988$  می‌باشد.

در رابطه (۱۸)، مقدار قدرت تفکیک بر حسب متر و  $H$  ضریب هورست می‌باشد.

مطابق روابط (۱۵) و (۱۸)، مقدار  $rms\_height$  از رابطه (۱۹) بدست می‌آید. در واقع رابطه (۱۹) رابطه

جدول ۲: مقدار ضریب  $A$  بر حسب ضریب هورست ( $H$ ) و  $rms\_height$  ( $rms$ ) های مختلف بر حسب سانتیمتر (این مقادیر با توجه به طول پروفیل یک متر و قدرت تفکیک یک سانتیمتر به دست آمده‌اند).

| $H$<br>rms | ۰٫۱  | ۰٫۲  | ۰٫۳  | ۰٫۴  | ۰٫۵  | ۰٫۶  | ۰٫۷   | ۰٫۸   | ۰٫۹   |
|------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| ۰٫۲        | ۱٫۰۷ | ۱٫۴۷ | ۲٫۲۳ | ۳٫۴۹ | ۵٫۴۱ | ۸٫۴۹ | ۱۲٫۸۲ | ۲۰٫۶۲ | ۳۰٫۴۶ |
| ۰٫۴        | ۱٫۰۷ | ۱٫۴۹ | ۲٫۲۲ | ۳٫۴۸ | ۵٫۳۸ | ۸٫۴۶ | ۱۲٫۹۷ | ۲۰٫۰۶ | ۳۲٫۹۵ |
| ۰٫۶        | ۱٫۰۷ | ۱٫۴۷ | ۲٫۲۳ | ۳٫۴۹ | ۵٫۴۳ | ۸٫۲۸ | ۱۳٫۳  | ۲۰٫۴۳ | ۳۴٫۴۹ |
| ۰٫۸        | ۱٫۰۶ | ۱٫۵  | ۲٫۲۴ | ۳٫۴۷ | ۵٫۳۶ | ۸٫۳۵ | ۱۳٫۰۶ | ۲۰٫۱۲ | ۲۹٫۸۸ |
| ۱          | ۱٫۰۳ | ۱٫۵۱ | ۲٫۲۴ | ۳٫۴۴ | ۵٫۴۲ | ۸٫۳۵ | ۱۲٫۷۳ | ۱۹٫۶۳ | ۳۳٫۰۶ |
| ۱٫۲        | ۱٫۰۵ | ۱٫۴۷ | ۲٫۲۱ | ۳٫۴۷ | ۵٫۴۴ | ۸٫۳۸ | ۱۳٫۲  | ۲۰٫۶  | ۳۳٫۳۴ |
| ۱٫۴        | ۱٫۰۲ | ۱٫۴۲ | ۲٫۲۲ | ۳٫۴۵ | ۵٫۴۲ | ۸٫۴۱ | ۱۲٫۹۵ | ۱۹٫۰۴ | ۳۰٫۸۴ |
| ۱٫۶        | ۱٫۰۹ | ۱٫۵  | ۲٫۲۴ | ۳٫۵۱ | ۵٫۳۹ | ۸٫۴۵ | ۱۲٫۸۹ | ۲۰٫۰۱ | ۳۴٫۰۲ |
| ۱٫۸        | ۱٫۰۴ | ۱٫۴۸ | ۲٫۲۳ | ۳٫۴۵ | ۵٫۴۲ | ۸٫۴۲ | ۱۳٫۲  | ۱۹٫۶۹ | ۳۲    |
| ۲          | ۱٫۰۶ | ۱٫۴۸ | ۲٫۲۳ | ۳٫۴۷ | ۵٫۴  | ۸٫۳۶ | ۱۳٫۰۱ | ۲۰٫۱  | ۳۴    |
| ۲٫۲        | ۱٫۰۲ | ۱٫۴۸ | ۲٫۲۳ | ۳٫۴۶ | ۵٫۳۹ | ۸٫۳۵ | ۱۳٫۱۲ | ۱۹٫۷۴ | ۲۸٫۲۷ |
| ۲٫۴        | ۰٫۹۹ | ۱٫۴۶ | ۲٫۲۶ | ۳٫۴۶ | ۵٫۴۲ | ۸٫۴  | ۱۲٫۹۹ | ۲۰٫۱۶ | ۲۸٫۵۸ |
| ۲٫۶        | ۱٫۰۶ | ۱٫۴۵ | ۲٫۲۳ | ۳٫۴۹ | ۵٫۴۴ | ۸٫۴  | ۱۲٫۹  | ۲۱٫۵۶ | ۳۱٫۳۱ |
| ۲٫۸        | ۱٫۰۴ | ۱٫۵  | ۲٫۲۴ | ۳٫۴۶ | ۵٫۴۲ | ۸٫۳۶ | ۱۲٫۹۹ | ۱۹٫۴۸ | ۳۰٫۴  |
| ۳          | ۱٫۰۵ | ۱٫۴۷ | ۲٫۲۶ | ۳٫۴۶ | ۵٫۳۹ | ۸٫۳۷ | ۱۳٫۲۵ | ۱۹٫۴۱ | ۳۱٫۷۲ |
| ۳٫۲        | ۱٫۰۷ | ۱٫۴۶ | ۲٫۲۴ | ۳٫۴۶ | ۵٫۴۶ | ۸٫۴۶ | ۱۳٫۳۹ | ۱۹٫۱۶ | ۳۰٫۲۵ |
| ۳٫۴        | ۱٫۰۴ | ۱٫۴۷ | ۲٫۲۵ | ۳٫۴۶ | ۵٫۳۵ | ۸٫۵۶ | ۱۲٫۹۶ | ۱۹٫۹  | ۳۲٫۴۴ |
| ۳٫۶        | ۱٫۰۷ | ۱٫۴۶ | ۲٫۲۴ | ۳٫۴۸ | ۵٫۳۸ | ۸٫۵۸ | ۱۲٫۸۱ | ۱۹٫۸۱ | ۳۳٫۸۷ |
| ۳٫۸        | ۱٫۰۵ | ۱٫۴  | ۲٫۲۶ | ۳٫۴۷ | ۵٫۳۶ | ۸٫۴۷ | ۱۳٫۰۵ | ۲۰٫۴۴ | ۳۱٫۱۵ |
| ۴          | ۱٫۰۵ | ۱٫۴۶ | ۲٫۲۱ | ۳٫۴۵ | ۵٫۴  | ۸٫۴۵ | ۱۲٫۹۳ | ۱۹٫۱۶ | ۳۲٫۱۸ |



جدول ۳: مقدار ضریب  $A$  بر حسب ضریب هورست ( $H$ ) و  $rms\_height$  (های مختلف بر حسب سانتیمتر) (این مقادیر با توجه به طول پروفیل ۱۰ متر و قدرت تفکیک ۵ سانتیمتر به دست آمده‌اند).

| $H$<br>rms | ۰/۱  | ۰/۲  | ۰/۳  | ۰/۴  | ۰/۵  | ۰/۶  | ۰/۷  | ۰/۸  | ۰/۹  |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| ۰/۲        | ۰/۹۲ | ۱/۱  | ۱/۴۱ | ۱/۸۵ | ۲/۴۴ | ۳/۲۴ | ۱۱/۴ | ۴/۵  | ۴۳/۷ |
| ۰/۴        | ۰/۹۴ | ۱/۱  | ۱/۴۱ | ۱/۸۵ | ۲/۴۳ | ۳/۲۱ | ۴/۱۵ | ۵/۴۲ | ۷/۱۶ |
| ۰/۶        | ۰/۹۴ | ۱/۱۱ | ۱/۴۱ | ۱/۸۵ | ۲/۴۳ | ۳/۲۲ | ۴/۲۱ | ۵/۵۸ | ۷/۵۱ |
| ۰/۸        | ۰/۹۴ | ۱/۰۹ | ۱/۴۱ | ۱/۸۵ | ۲/۴۳ | ۳/۲۱ | ۴/۱۵ | ۵/۵۳ | ۷/۶۸ |
| ۱          | ۰/۹۵ | ۱/۱  | ۱/۴۱ | ۱/۸۵ | ۲/۴۴ | ۳/۲۱ | ۴/۱۳ | ۵/۲۹ | ۷/۱۹ |
| ۱/۲        | ۰/۹۳ | ۱/۰۹ | ۱/۴۱ | ۱/۸۵ | ۲/۴۲ | ۳/۲  | ۴/۱۷ | ۵/۵۲ | ۷/۴۵ |
| ۱/۴        | ۰/۹۵ | ۱/۰۹ | ۱/۴۲ | ۱/۸۵ | ۲/۴۴ | ۳/۲۳ | ۴/۲۳ | ۵/۳۴ | ۷/۷۲ |
| ۱/۶        | ۰/۹۲ | ۱/۱  | ۱/۴۱ | ۱/۸۵ | ۲/۴۵ | ۳/۲۲ | ۴/۱۱ | ۵/۵۴ | ۷/۸۵ |
| ۱/۸        | ۰/۹۴ | ۱/۱۱ | ۱/۴  | ۱/۸۵ | ۲/۴۴ | ۳/۱۹ | ۴/۱۸ | ۵/۴۸ | ۷    |
| ۲          | ۰/۹۳ | ۱/۱  | ۱/۴۱ | ۱/۸۵ | ۲/۴۶ | ۳/۲۲ | ۴/۲۴ | ۵/۵  | ۷/۰۷ |
| ۲/۲        | ۰/۹۱ | ۱/۱  | ۱/۴۱ | ۱/۸۴ | ۲/۴۴ | ۳/۱۷ | ۴/۲۲ | ۵/۴۲ | ۷/۳۱ |
| ۲/۴        | ۰/۹۴ | ۱/۱  | ۱/۴۱ | ۱/۸۵ | ۲/۴۴ | ۳/۲۱ | ۴/۱۷ | ۵/۴۶ | ۶/۹۸ |
| ۲/۶        | ۰/۹۵ | ۱/۱  | ۱/۴۱ | ۱/۸۵ | ۲/۴۴ | ۳/۲۴ | ۴/۱۸ | ۵/۵۷ | ۷/۱۴ |
| ۲/۸        | ۰/۹۴ | ۱/۱۱ | ۱/۴۲ | ۱/۸۵ | ۲/۴۴ | ۳/۲  | ۴/۱۷ | ۵/۴  | ۷/۴۸ |
| ۳          | ۰/۹۴ | ۱/۱  | ۱/۴۱ | ۱/۸۵ | ۲/۴۴ | ۳/۲۱ | ۴/۱۶ | ۵/۴۱ | ۷/۴۲ |
| ۳/۲        | ۰/۹۳ | ۱/۱  | ۱/۴۱ | ۱/۸۶ | ۲/۴۵ | ۳/۲۶ | ۴/۱۴ | ۵/۳۳ | ۷/۴  |
| ۳/۴        | ۰/۹۳ | ۱/۱  | ۱/۴۱ | ۱/۸۵ | ۲/۴۲ | ۳/۲۱ | ۴/۱۴ | ۵/۴۴ | ۷/۲۴ |
| ۳/۶        | ۰/۹۵ | ۱/۰۸ | ۱/۴۱ | ۱/۸۵ | ۲/۴۳ | ۳/۲۴ | ۴/۱۱ | ۵/۴۱ | ۸/۰۸ |
| ۳/۸        | ۰/۹۳ | ۱/۱  | ۱/۴  | ۱/۸۴ | ۲/۴۴ | ۳/۲۲ | ۴/۱۵ | ۵/۲۹ | ۷/۲۳ |
| ۴          | ۰/۹۳ | ۱/۱  | ۱/۴۱ | ۱/۸۵ | ۲/۴۴ | ۳/۲۲ | ۴/۲۷ | ۵/۴۱ | ۷/۷۲ |

می‌باشد. بنابراین میانگین ضرایب برای  $rms\_height$  در نظر گرفته شده است. اما برای طول‌ها و قدرت تفکیک-های مختلف، آنالیز نتایج نشان دادند که مقدار  $A$  وابستگی شدیدی به ضریب هورست و قدرت تفکیک دارد و نسبت به تغییرات طول پروفیل تغییرات محسوسی ندارد. دو نمونه از این ضرایب در جداول (۴) و (۵) نمایش داده شده‌اند.

جداول (۲) و (۳) نشان‌دهنده تغییرات ضریب  $A$  بر حسب  $rms\_height$  و  $H$  می‌باشند. این جداول دو نمونه از ضرایبی هستند که بر اساس سطوح شبیه‌سازی شده، ارائه شده‌اند. به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت که برای یک طول و قدرت تفکیک مشخص، تغییرات  $A$  ارتباط بسیار کمی با  $rms\_height$  دارد و به شدت وابسته به  $H$

جدول ۴: مقدار ضریب  $A$  بر حسب ضریب هورست ( $H$ ) و طول پروفیل های مختلف. طول پروفیل بر حسب متر می باشد. (این ضرایب بر اساس قدرت تفکیک یک سانتیمتر به دست آمده اند.)

| $\frac{H}{L}$ | ۰٫۱  | ۰٫۲  | ۰٫۳  | ۰٫۴  | ۰٫۵  | ۰٫۶  | ۰٫۷   | ۰٫۸   | ۰٫۹   |
|---------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| ۱             | ۱٫۰۵ | ۱٫۴۶ | ۲٫۲۴ | ۳٫۴۷ | ۵٫۴۲ | ۸٫۴۳ | ۱۳٫۰۴ | ۱۹٫۹۰ | ۳۱٫۶۵ |
| ۲             | ۱٫۱۰ | ۱٫۵۲ | ۲٫۲۸ | ۳٫۵۳ | ۵٫۴۶ | ۸٫۴۳ | ۱۲٫۹۰ | ۱۹٫۵۴ | ۳۱٫۲۴ |
| ۳             | ۱٫۱۱ | ۱٫۵۳ | ۲٫۳۰ | ۳٫۵۴ | ۵٫۴۷ | ۸٫۴۵ | ۱۲٫۸۷ | ۱۹٫۶۷ | ۳۲٫۶۷ |
| ۴             | ۱٫۱۱ | ۱٫۵۳ | ۲٫۳۰ | ۳٫۵۴ | ۵٫۴۸ | ۸٫۴۵ | ۱۲٫۹۶ | ۱۹٫۷۹ | ۳۳٫۶۴ |
| ۵             | ۱٫۱۱ | ۱٫۵۳ | ۲٫۳۰ | ۳٫۵۴ | ۵٫۴۹ | ۸٫۴۷ | ۱۳٫۰۰ | ۲۰٫۰۶ | ۳۴٫۵۷ |
| ۶             | ۱٫۰۹ | ۱٫۵۱ | ۲٫۲۹ | ۳٫۵۴ | ۵٫۵۰ | ۸٫۵۲ | ۱۳٫۱۲ | ۲۰٫۳۴ | ۳۵٫۴۷ |
| ۷             | ۱٫۰۹ | ۱٫۵۲ | ۲٫۲۹ | ۳٫۵۴ | ۵٫۵۰ | ۸٫۵۳ | ۱۳٫۱۳ | ۲۰٫۴۱ | ۳۵٫۷۲ |
| ۸             | ۱٫۰۹ | ۱٫۵۱ | ۲٫۲۹ | ۳٫۵۴ | ۵٫۵۰ | ۸٫۵۳ | ۱۳٫۱۳ | ۲۰٫۴۴ | ۳۵٫۸۱ |
| ۹             | ۱٫۰۹ | ۱٫۵۲ | ۲٫۲۹ | ۳٫۵۴ | ۵٫۵۱ | ۸٫۵۳ | ۱۳٫۱۳ | ۲۰٫۴۴ | ۳۵٫۷۰ |
| ۱۰            | ۱٫۰۹ | ۱٫۵۲ | ۲٫۲۹ | ۳٫۵۴ | ۵٫۵۱ | ۸٫۵۴ | ۱۳٫۱۳ | ۲۰٫۴۹ | ۳۵٫۶۹ |

جدول ۵: مقدار ضریب  $A$  بر حسب ضریب هورست ( $H$ ) و قدرت تفکیک های مختلف. قدرت تفکیک بر حسب سانتیمتر می باشد. (این ضرایب بر اساس طول پروفیل ۵ متر دست آمده اند.)

| $\frac{H}{R}$ | ۰٫۱  | ۰٫۲  | ۰٫۳  | ۰٫۴  | ۰٫۵  | ۰٫۶  | ۰٫۷   | ۰٫۸   | ۰٫۹   |
|---------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| ۱             | ۱٫۱۱ | ۱٫۵۳ | ۲٫۳۰ | ۳٫۵۴ | ۵٫۴۹ | ۸٫۴۷ | ۱۳٫۰۰ | ۲۰٫۰۶ | ۳۴٫۵۷ |
| ۳             | ۰٫۹۸ | ۱٫۲۱ | ۱٫۶۳ | ۲٫۲۶ | ۳٫۱۴ | ۴٫۳۴ | ۵٫۹۶  | ۸٫۰۷  | ۱۱٫۵۱ |
| ۵             | ۰٫۸۹ | ۱٫۰۷ | ۱٫۳۸ | ۱٫۸۲ | ۲٫۴۲ | ۳٫۲۰ | ۴٫۲۵  | ۵٫۵۶  | ۷٫۴۵  |
| ۷             | ۰٫۸۱ | ۰٫۹۶ | ۱٫۲۰ | ۱٫۵۵ | ۲٫۰۰ | ۲٫۵۸ | ۳٫۳۲  | ۴٫۳۸  | ۵٫۸۷  |
| ۹             | ۰٫۷۵ | ۰٫۸۸ | ۱٫۰۹ | ۱٫۳۷ | ۱٫۷۳ | ۲٫۱۸ | ۲٫۸۱  | ۳٫۵۸  | ۵٫۰۷  |
| ۱۱            | ۰٫۶۸ | ۰٫۸۱ | ۱٫۰۰ | ۱٫۲۳ | ۱٫۵۳ | ۱٫۹۱ | ۲٫۴۲  | ۳٫۱۱  | ۴٫۳۴  |

بسیار کمتری پیدا می کند؛ بنابراین در این مورد هم می توان متوسط این ضریب را برای طول های مختلف در نظر گرفت.

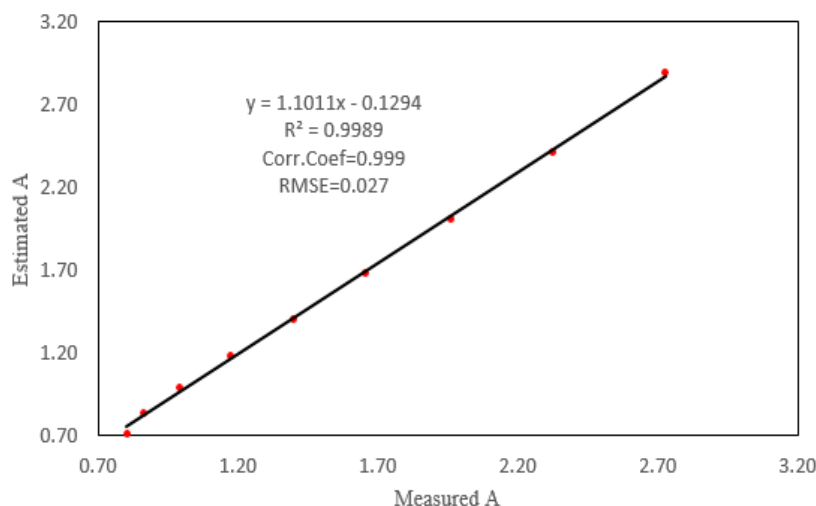
همانطور که در جداول (۴) و (۵) و (۶) نشان داده شده است، تغییرات  $A$  به تغییرات قدرت تفکیک کاملاً حساس است اما نسبت به تغییرات طول، تغییرات

جدول ۶: مقدار ضریب  $A$  بر حسب ضریب هورست ( $H$ ) و قدرت تفکیک‌های مختلف. قدرت تفکیک بر حسب سانتیمتر می‌باشد. (این ضرایب بر اساس طول پروفیل ۱۰ متر بدست آمده‌اند.)

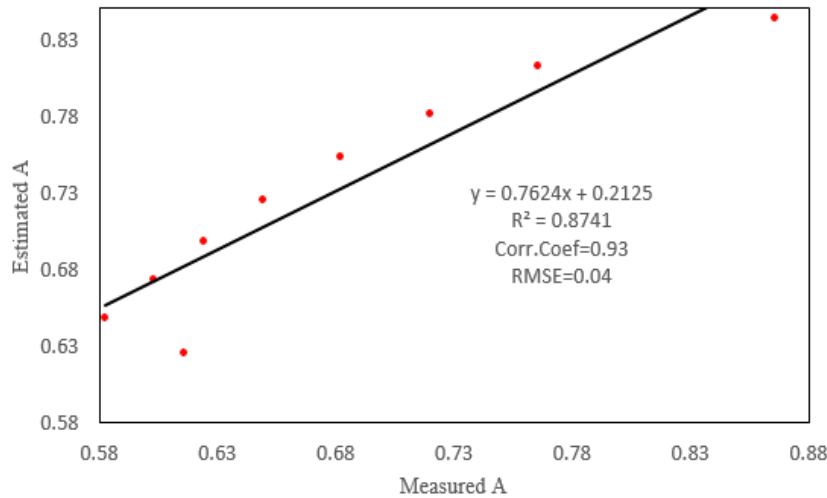
| $\frac{H}{R}$ | ۰٫۱  | ۰٫۲  | ۰٫۳  | ۰٫۴  | ۰٫۵  | ۰٫۶  | ۰٫۷   | ۰٫۸   | ۰٫۹   |
|---------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| ۱             | ۱٫۰۹ | ۱٫۵۲ | ۲٫۲۹ | ۳٫۵۴ | ۵٫۵۱ | ۸٫۵۴ | ۱۳٫۱۳ | ۲۰٫۴۹ | ۳۵٫۶۹ |
| ۳             | ۰٫۹۹ | ۱٫۲۳ | ۱٫۶۵ | ۲٫۲۸ | ۳٫۱۵ | ۴٫۳۵ | ۵٫۹۶  | ۸٫۱۵  | ۱۲٫۱۵ |
| ۵             | ۰٫۹۳ | ۱٫۱۰ | ۱٫۴۱ | ۱٫۸۵ | ۲٫۴۴ | ۳٫۲۲ | ۴٫۱۷  | ۵٫۳۹  | ۷٫۲۵  |
| ۷             | ۰٫۸۹ | ۱٫۰۲ | ۱٫۲۶ | ۱٫۶۰ | ۲٫۰۵ | ۲٫۶۲ | ۳٫۲۹  | ۴٫۱۶  | ۵٫۲۴  |
| ۹             | ۰٫۸۵ | ۰٫۹۵ | ۱٫۱۶ | ۱٫۴۴ | ۱٫۸۰ | ۲٫۲۵ | ۲٫۷۷  | ۳٫۳۷  | ۴٫۳۰  |
| ۱۱            | ۰٫۸۲ | ۰٫۹۰ | ۱٫۰۸ | ۱٫۳۲ | ۱٫۶۲ | ۱٫۹۹ | ۲٫۴۲  | ۲٫۹۳  | ۳٫۷۲  |

رابطه (۱۹)، مقدار ضریب  $A$  برای طول پروفیل ۱۵ متر و  $32/5$  متر و  $13$  متر با قدرت تفکیک ۱۵ سانتیمتر و ۶۵ سانتیمتر و ۱۰ سانتیمتر به دست آمده است و نتیجه با ضرایب واقعی آنها مقایسه گردید. شکل‌های (۱)، (۲) و (۳)، رابطه بین این ضرایب را نشان می‌دهند. همچنین ضریب همبستگی و مقدار  $RMSE$  بین مقادیر واقعی و تخمین زده شده در این شکل‌ها آورده شده است.

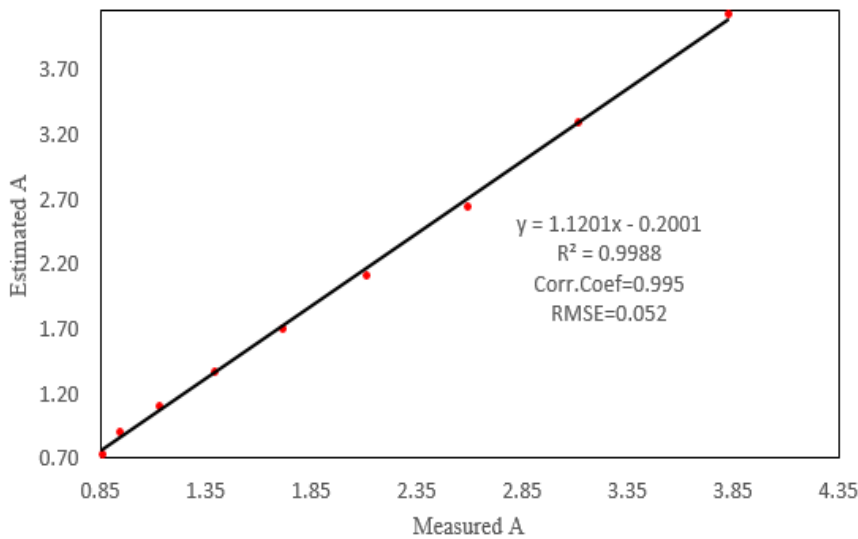
همانطور که در جداول (۳) و (۵) مشاهده می‌گردد، محدوده  $rms\_height$  از ۲ میلی‌متر تا ۴ سانتیمتر و قدرت تفکیک از ۱ سانتیمتر تا ۱۱ سانتیمتر در نظر گرفته شده است و سطوح بر اساس این محدوده‌ها شبیه‌سازی شده‌اند؛ در نتیجه رابطه (۱۹) بر اساس این محدوده‌ها به دست آمده است. اما در ادامه ثابت خواهیم کرد که این رابطه قابل تعمیم برای مقادیر به مراتب بزرگتر از این محدوده‌ها می‌باشد. با توجه به



شکل ۱: رابطه بین ضریب  $A$  تخمین زده شده از رابطه (۱۹) و مقدار واقعی آن برای طول  $L=15m$  و قدرت تفکیک مکانی  $R=15cm$



شکل ۲: رابطه بین ضریب  $A$  تخمین زده شده با رابطه (۱۹) و مقدار واقعی آن برای طول  $L=۳۲٫۵ m$  و قدرت تفکیک مکانی  $R=۶۵ cm$



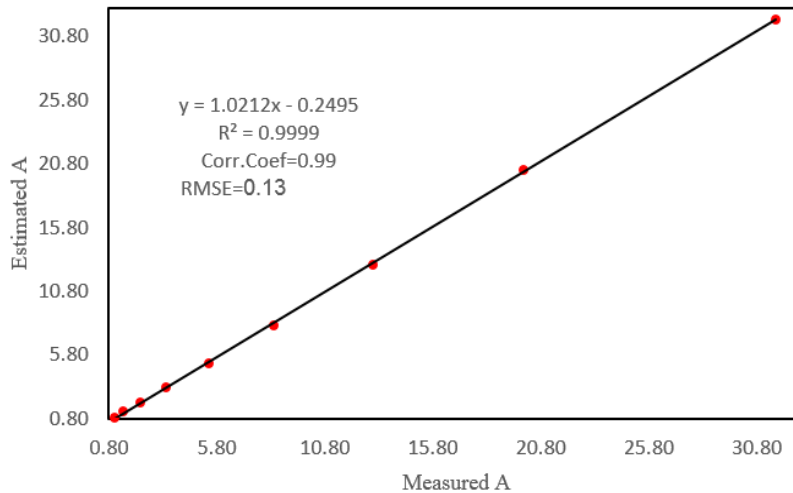
شکل ۳: رابطه بین ضریب  $A$  تخمین زده شده با رابطه (۱۹) و مقدار واقعی آن برای طول  $L=۱۳ m$  و قدرت تفکیک مکانی  $R=۱۰ cm$

نظر گرفته شده است. جدول (۷) مقادیر ضریب  $A$  را برای این سطوح نشان می‌دهد. شکل (۴) نمودار مقایسه مقادیر واقعی (جدول (۷)) و تخمین زده شده (توسط رابطه (۱۹)) را برای این سطوح نشان می‌دهد.

در ادامه به ارزیابی این روش برای  $rms\_height$  های بزرگتر از ۴ سانتیمتر نیز خواهیم پرداخت. به همین منظور مقدار  $rms\_height$  از ۴ سانتیمتر تا ۸ سانتیمتر برای طول پروفیل ۱ متر و قدرت تفکیک ۱ سانتیمتر در

جدول ۷: مقدار ضریب  $A$  بر حسب ضریب هورست ( $H$ ) و  $rms\_height$  (های مختلف). (این مقادیر با توجه به طول پروفیل یک متر و قدرت تفکیک یک سانتیمتر برای  $rms\_height$  های بزرگتر از ۴ سانتیمتر بدست آمده‌اند. مقدار  $rms$  بر حسب سانتیمتر است.)

| H<br>rms | ۰٫۱  | ۰٫۲  | ۰٫۳  | ۰٫۴  | ۰٫۵  | ۰٫۶  | ۰٫۷   | ۰٫۸   | ۰٫۹   |
|----------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| ۴٫۲      | ۱٫۰۵ | ۱٫۴۷ | ۲٫۲۴ | ۳٫۴۸ | ۵٫۳۶ | ۸٫۳۹ | ۱۲٫۷۸ | ۲۰٫۰۰ | ۳۴٫۲۲ |
| ۴٫۴      | ۱٫۰۸ | ۱٫۴۹ | ۲٫۲۴ | ۳٫۴۴ | ۵٫۳۵ | ۸٫۵۲ | ۱۳٫۱۱ | ۲۰٫۲۵ | ۳۰٫۰۶ |
| ۴٫۶      | ۱٫۰۶ | ۱٫۴۶ | ۲٫۲۱ | ۳٫۴۷ | ۵٫۴۲ | ۸٫۴۵ | ۱۳٫۰۱ | ۱۹٫۱۶ | ۳۳٫۰۴ |
| ۴٫۸      | ۱٫۰۰ | ۱٫۴۸ | ۲٫۲۳ | ۳٫۴۵ | ۵٫۳۵ | ۸٫۴۹ | ۱۲٫۹۱ | ۱۹٫۷۶ | ۳۰٫۰۶ |
| ۵        | ۱٫۰۷ | ۱٫۴۷ | ۲٫۲۳ | ۳٫۴۶ | ۵٫۴۴ | ۸٫۵۲ | ۱۳٫۰۷ | ۱۹٫۶۰ | ۳۲٫۴۸ |
| ۵٫۲      | ۱٫۰۷ | ۱٫۴۷ | ۲٫۲۳ | ۳٫۴۵ | ۵٫۳۹ | ۸٫۳۹ | ۱۲٫۹۰ | ۱۹٫۹۳ | ۳۱٫۱۵ |
| ۵٫۴      | ۱٫۰۷ | ۱٫۴۲ | ۲٫۲۱ | ۳٫۴۶ | ۵٫۳۶ | ۸٫۴۱ | ۱۲٫۶۲ | ۲۱٫۰۱ | ۳۳٫۳۴ |
| ۵٫۶      | ۱٫۰۸ | ۱٫۴۶ | ۲٫۲۲ | ۳٫۴۷ | ۵٫۴۰ | ۸٫۳۴ | ۱۲٫۷۱ | ۱۹٫۰۳ | ۲۸٫۷۲ |
| ۵٫۸      | ۱٫۰۳ | ۱٫۴۷ | ۲٫۲۴ | ۳٫۵۰ | ۵٫۳۹ | ۸٫۴۰ | ۱۳٫۰۸ | ۲۰٫۳۵ | ۳۲٫۰۴ |
| ۶        | ۱٫۰۴ | ۱٫۴۷ | ۲٫۲۴ | ۳٫۴۶ | ۵٫۴۲ | ۸٫۴۶ | ۱۳٫۰۳ | ۱۹٫۰۸ | ۲۹٫۹۳ |
| ۶٫۲      | ۱٫۰۸ | ۱٫۴۹ | ۲٫۲۴ | ۳٫۴۷ | ۵٫۴۲ | ۸٫۶۱ | ۱۲٫۷۶ | ۱۹٫۷۹ | ۳۱٫۰۱ |
| ۶٫۴      | ۱٫۰۷ | ۱٫۴۷ | ۲٫۲۳ | ۳٫۴۷ | ۵٫۳۹ | ۸٫۳۷ | ۱۳٫۱۷ | ۲۰٫۰۴ | ۳۱٫۳۱ |
| ۶٫۶      | ۱٫۰۸ | ۱٫۴۸ | ۲٫۲۴ | ۳٫۴۸ | ۵٫۴۳ | ۸٫۳۸ | ۱۳٫۸۰ | ۱۹٫۲۵ | ۳۴٫۶۲ |
| ۶٫۸      | ۱٫۰۴ | ۱٫۴۷ | ۲٫۲۲ | ۳٫۴۴ | ۵٫۴۱ | ۸٫۴۵ | ۱۲٫۸۷ | ۱۹٫۶۵ | ۳۴٫۲۷ |
| ۷        | ۱٫۰۵ | ۱٫۴۹ | ۲٫۲۳ | ۳٫۴۹ | ۵٫۳۹ | ۸٫۲۱ | ۱۲٫۹۹ | ۲۰٫۵۰ | ۲۹٫۸۱ |
| ۷٫۲      | ۱٫۰۸ | ۱٫۴۸ | ۲٫۲۳ | ۳٫۴۶ | ۵٫۳۹ | ۸٫۴۷ | ۱۲٫۶۷ | ۲۰٫۰۱ | ۳۰٫۵۹ |
| ۷٫۴      | ۱٫۰۴ | ۱٫۴۶ | ۲٫۲۲ | ۳٫۴۷ | ۵٫۴۱ | ۸٫۴۳ | ۱۲٫۹۹ | ۲۰٫۳۵ | ۳۴٫۰۴ |
| ۷٫۶      | ۱٫۰۵ | ۱٫۴۷ | ۲٫۲۳ | ۳٫۴۵ | ۵٫۴۰ | ۸٫۴۲ | ۱۲٫۹۵ | ۲۰٫۴۰ | ۳۰٫۹۲ |
| ۷٫۸      | ۱٫۰۷ | ۱٫۴۷ | ۲٫۲۲ | ۳٫۴۷ | ۵٫۴۴ | ۸٫۶۴ | ۱۲٫۷۶ | ۲۰٫۰۳ | ۳۱٫۳۰ |
| ۸        | ۱٫۰۶ | ۱٫۴۷ | ۲٫۲۵ | ۳٫۴۴ | ۵٫۳۹ | ۸٫۲۹ | ۱۳٫۲۲ | ۲۰٫۳۸ | ۳۳٫۶۵ |



شکل ۴: رابطه بین ضریب  $A$  تخمین زده شده با رابطه (۱۹) و مقدار واقعی آن برای طول  $L=1m$  و قدرت تفکیک مکانی  $R=1cm$  برای مقادیر  $rms\_height$  بزرگتر از ۴ سانتیمتر

دقت تخمین رطوبت سطح هم افزایش پیدا می‌کند. همچنین پیشنهاد می‌شود در تخمین زبری سطح با استفاده از وارونه‌سازی مدل‌های فیزیکی مانند  $SPM$  و  $IEM$  برای ارزیابی دقت تخمین و مقایسه آن با اندازه-گیری زمینی از این روش برای محاسبه زبری سطح استفاده گردد.

با توجه به موارد فوق می‌توان نتیجه گرفت که رابطه (۱۹) دارای دقت بسیار بالایی در تخمین  $rms\_height$  به روش فرکتالی می‌باشد. به همین دلیل پیشنهاد می‌گردد به منظور تخمین رطوبت سطح از تصاویر راداری با استفاده از مدل‌های فیزیکی از این رابطه برای محاسبه زبری سطح استفاده گردد که قطعاً

#### مراجع

- Norwood, MA: Artech House, 1994, p. 573.
- [5] P. C. Dubois, J. J. van Zyl, and T. Engman, "Measuring soil moisture with imaging radars," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 33, pp. 916–926, July 1995.
- [6] J. Shi, J. Wang, A. Y. Hsu, P. E. O'Neill, and E. Engman, "Estimation of bare surface soil moisture and surface roughness parameters using L-band SAR image data," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 35, pp. 1254–1264, Sept. 1997.
- [7] M. Borgeaud and J. Noll, "Analysis of theoretical surface scattering models for polarimetric microwave remote sensing of bare soils," *Int. J. Remote Sens.*, vol. 15, no. 14, pp. 2931–2942, 1994.
- [8] S. R. Cloude and K. P. Papathanassiou, "Surface roughness and polarimetric
- [1] M.W. J. Davidson, T. Le Toan, F. Mattia, G. Satalino, T. Manniner, and M. Borgeaud, "On the characterization of agricultural soil roughness for radar remote sensing studies," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 38, pp. 630–640, Mar. 2000.
- [2] Irena Hajnsek, Member, IEEE, Eric Pottier, Member, IEEE, and Shane R. Cloude, Fellow, IEEE, "Inversion of Surface Parameters from Polarimetric SAR" *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, VOL. 41, NO. 4, APRIL 2003.
- [3] P. Beckmann and A. Spizzichino, *the Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*. New York: Pergamon, 1963, p. 503.
- [4] A. K. Fung, *Microwave Scattering and Emission Models and Their Applications*.

- entropy," in *Proc. IGARSS, Hamburg, Germany, 1999*, pp. 2443–2445.
- [9] A. Ghafouri, J. Amini, M. Dehmollaian and M. A. Kavoosi, "Better Estimated IEM Input Parameters Using Random Fractal Geometry Applied on Multi-Frequency SAR Data," *Remote Sens*, vol. 9, no. 445, 2017.
- [10] A. Ghafouri, *Top-Geological Formations surface roughness modeling in SAR image*. PhD thesis, Tehran: University of Tehran, 2017.
- [11] G. Di Martino, D. Riccio and I. Zinno, "SAR Imaging of Fractal Surfaces," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vols. Vol. 50, No. 2., pp. 630-644, 2012.*
- [12] G. Di Martino, A. Iodice, D. Ricc and G. Ruello, "Imaging of Fractal Profiles," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 48, no. 8, pp. 3280-3289, 2010.
- [13] B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, New York: Freeman, 1983.
- [14] K. Falconer, *Fractal Geometry*, Chichester, U.K: Wiley, 1990
- [15] G. Franceschetti and D. Riccio, *Scattering, Natural Surfaces and Fractals*, Burlington, MA: Academic, 2007.
- [16] P. Baveye, J. Parlange and B. Stewart, *Fractals in soil science*, Boca Raton : CRC Press, 1998.
- [17] E. Vidal Vázquez, J. Miranda and A. Paz, "Describing soil surface microrelief by crossover length and fractal dimension," *Nonlin. Processes Geophys*, vol. 14, pp. 223-235, 2007.
- [18] S. D Merrill, C. Huang, T. Zobeck and D. Tanaka, "Use of the chain set for scale-sensitive and erosion-relevant measurements of soil surface roughness," in *Sustaining the global farm*, 2001.
- [19] E. Vidal Vázquez, J. Miranda, M. Alves and a. Paz González, "Effect of tillage on fractal indices describing soil surface microrelief of a Brazilian Alfisol," *Geoderma*, vol. 134, p. 428–439, 2006.
- [20] N. Baghdadi, P. Paillou, G. Grandjean, P. Dubois and M. Davidson, "Relationship between profile length and roughness variables for natural surfaces," *International Journal of Remote Sensing*, vol. 21, no. 17, pp. 3375-3381, 2000.
- [21] M. Zribi, V. Ciarletti and O. Taconet., "Validation of a Rough Surface Model Based on Fractional Brownian Geometry with SIRC and ERASME Radar Data over Orgeval," *REMOTE SENS ENVIRON*, vol. 73, p. 65–72, 2000.
- [22] G. Di Martino, D. Riccio and I. Zinno, "SAR Imaging of Fractal Surfaces," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vols. Vol. 50, No. 2., pp. 630-644, 2012.*
- [23] C. Huang and J. Bradford, "Applications of a laser scanner to quantify soil microtopography," *Soil Sci. Soc. Am. J*, vol. 56, pp. 14-20, 1992.
- [24] Summers, R. Soukup and R. Gragg, "Mathematical modeling and computer-aided manufacturing of rough surfaces for experimental study of seafloor scattering," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 32, no. 4, pp. 897-914, 2007.
- [25] W. Dierking, "Quantitative roughness characterization of geological surfaces and implications for radar signature analysis," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens*, vol. 37, pp. 2397-2412, 1999.



## ***A new fractal relationship for measuring surface roughness to be used in physical models of radar backscattering***

Mohammad Maleki \*

Assistant professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Razi University

### **Abstract**

The sensitivity of the microwave waves to the physical and geometrical parameters of the soil has caused the radar remote sensing to have a wide range of applications in various fields. In agricultural and environmental issues, the soil parameters, including its moisture and roughness, have been among the most important issues to the experts, the first of which is related to its physical characteristic and the second one is related to geometrical characteristic. The roughness parameter plays an important role in the soil erosion. And in order to estimate the soil moisture, the roughness must also be studied. The role of each of them in the backscattering of radar waves must be analyzed as well. There are various models to estimate these two parameters from the radar images, among which the most important ones are the IEM and SPM models. As the evaluation of the accuracy of these models in estimating the surface roughness is based on the real ground data, the calculation of the ground roughness is important. In order to measure the ground roughness, there are two methods: Euclidean Geometry and Fractal Geometry. There are many studies that have demonstrated the higher accuracy of the fractal methods in estimating the surface roughness. In order to measure the surface roughness to enter the physical models or to measure the accuracy of the roughness using the inversion of the physical models, various fractal methods have been proposed, which are based on the profile length, while In this study, a new equation for measuring the roughness by fractal method is proposed, which is based on the sampling intervals. This equation has been obtained based on the simulation of different fractal surfaces in a wide range of dimensions. The accuracy of the obtained model is  $RMSE = 0.12$  and  $R^2 = 0.9988$ . The evaluation results of this equation for the ranges outside the simulation have shown that it is a reliable method with high accuracy for measuring the surface roughness using the fractal method.

**Key words :** Roughness, Fractal Geometry, Euclidean Geometry, *fbm*.