نشریه علمی پژوهشی مهندسی فناوری اطلاعات مکانی

سال پنجم، شماره چهارم، زمستان ۱۳۹۶

Vol.5, No.4, Winter 2018

۱۴۷-۱۶۹

ثقل‌سنجی هوایی اسکالر با استفاده از پنجره‌های مختلف فیلتر پایین‌گذر

احمد غنچی[۱]، یزدان عامریان[۲*]، محمد شکیبای‌صنوبری[۳]

۱- دانشجوی کارشناسی‌ارشدژئودزی دانشکده مهندسی نقشه‌برداری دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین‌طوسی

۲- استادیار دانشکده مهندسی نقشه‌برداری دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین‌طوسی

۳- دانش آموخته کارشناسی‌ارشد ژئودزی دانشکده مهندسی نقشه‌برداری دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین‌طوسی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۵/۱۶ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۶/۲۷

چکیده

در ثقل‌سنجی هوایی از ترکیب داده‌های سیستم تعیین موقعیت جهانی (GPS) و سیستم ناوبری اینرسی (INS) برای تعیین شتاب ثقل زمین استفاده می‌شود. موقعیت حاصل از GPS آلوده به نویز بوده و این امر سبب می‌شود که شتاب GPS محاسبه شده که نتیجه دو بار مشتق‌گیری عددی از سیگنال موقعیت GPS است، نیز آلوده به نویز شده و به‌دلیل خطاهای محاسباتی فرآیند مشتق‌گیری، میزان نویز آن تشدید گردد. شتاب حاصل از سیستم INS نیز دارای نویز بالایی می‌باشد. در این مقاله ابتدا از فیلتر دیجیتال مشتق‌گیر پایین‌گذر برای محاسبه شتاب GPS استفاده شده تا نویز شتاب GPS حاصل از دو بار مشتق‌گیری موقعیت GPS تا حد امکان کاسته شود. سپس برای نرم‌کردن و حذف نویز شتاب‌های GPS و INS از فیلترهای دیجیتال پایین‌گذر با پنجره‌های مختلف استفاده شده است. پس از نرم‌کردن و حذف نویز شتاب‌های GPS و INS برای به‌دست آوردن شتاب ثقل کافی است که شتاب GPS از شتاب INS کم گردد و برای به‌دست آوردن نوسان شتاب ثقل، شتاب نرمال از شتاب ثقل حاصل کم می‌گردد. اما نوسان شتاب ثقل به‌دست آمده به‌دلیل خطاهایی نظیر بایاس‌ها و ضریب مقیاس‌های ژیرسکوپ و شتاب‌سنج INS دارای خطا می‌باشد که از فیلتر کالمن برای برآورد این خطاها و اعمال آن بر نوسان جاذبه استفاده گردید. در این مقاله نشان داده شده است که با استفاده نرم‌سازی به‌وسیله فیلتر پایین گذر با پنجره حاصل‌ضرب پنجره‌های هنینگ و بلکمن و فیلتر پایین گذر با پنجره بلکمن و فیلتر پایین گذر با پنجره کایزر با پارامتر مناسب، می‌توان به شتاب ثقل با دقت میلی‌گال رسید که قابل مقایسه با نرم‌سازی انجام شده به‌وسیله روش B-Spline می‌باشد. روش B-Spline قبلاً بر داده‌های استفاده شده در این مقاله اعمال شده و شتاب ثقلی با دقت میلی‌گال به‌دست آمده است. برتری استفاده از فیلتر پایین‌گذر نسبت به روش B-Spline، آسان‌تر بودن روش طراحی و از طرفی کم بودن زمان اجرای آن است. یکی دیگر از محاسن این نوع فیلتر قابلیت کنترل نرم‌سازی آن با استفاده از مرتبه فیلتر می‌باشد تا در نهایت شتاب ثقلی با دقت مورد نظر حاصل گردد.

کلیدواژه‌ها: سیستم تعیین موقعیت جهانی، سیستم ناوبری اینرسی، فیلتر دیجیتال پایین‌گذر، نرم‌سازی، شتاب ثقل

*نویسنده مکاتبه کننده: دانشکده مهندسی نقشه‌برداری دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین‌طوسی

تلفن: ۸۸۸۷۷۰۷۱ (داخلی: ۳۰۲)

Email : amerian@kntu.ac.ir

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]

۱- مقدمه

تعیین میدان ثقل زمین یکی از مباحث تخصصی ژئودزی می‌باشد که مدل‌سازی آن مستلزم مشاهدات ثقل زمین است. ثقل‌سنج‌های زمینی[1] یکی از ابزارهای مشاهده شتاب ثقل زمین می‌باشد. این روش اطلاعات دقیقی از شتاب ثقل زمین را فراهم می‌کند اما علاوه بر پرهزینه و وقت‌گیر بودن، در مناطق غیرقابل دسترس مانند یخچال‌های قطبی، کوهستانی و بیابانی نمی‌تواند به کار رود. با فناوری جدید ماهواره‌ای و با استفاده از مشاهدات ثقل‌سنجی ماهواره‌ای[2]، مدل‌سازی میدان شتاب ثقل برای طول‌موج‌های بلند امکان‌پذیر گشته است [۱]. با این‌حال برای طول‌موج‌های کوتاه (کمتر از ۲۰۰ کیلومتر) امکان مدل‌سازی میدان ثقل با استفاده از این فناوری وجود ندارد [۲]. ثقل‌سنجی هوایی[3] با استفاده از هواپیما علاوه بر ارزان قیمت بودن، در طیف وسیعی از طول موج‌ها به کار می‌رود و علاوه بر این در مناطق صعب‌العبور و دور دست نیز می‌تواند به‌کار گرفته شود.

نخستین تلاش برای ثقل‌سنجی هوایی به وسیله ترکیب سیستم ناوبری اینرسی (INS[4])که دارای ضعف در تعیین موقعیت می‌باشد و دستگاه ثقل‌سنج صورت گرفت [۳]. در عین حال که نتایج این تلاش امیدوار کننده بود مهمترین مشکل آن گران بودن ثقل‌سنج و حساسیت زیاد آن به دینامیک پرواز بود. تلاش بعدی برای ثقل‌سنجی هوایی، ترکیب INS با سیستم ناوبری رادیویی[5] بود. نتایج این ترکیب به دلیل نرخ پایین داده‌های ناوبری و دقت کم ارتفاع‌سنج رادار[6] ضعیف بود. با توسعه سیستم تعیین موقعیت جهانی (GPS[7]) که موقعیت را با دقت بالایی تعیین می‌کرد، ترکیب GPS و INS عملکرد خوبی را در بازیابی میدان ثقل زمین برای طول موج‌های متوسط از خود نشان داد [۴]. به‌همین خاطر ثقل‌سنجی هوایی با استفاده از ترکیب GPS و INS یک روش بسیار خوب برای تکمیل روشهای زمینی و ماهواره‌ای ثقل‌سنجی در مدل‌سازی میدان ثقل زمین می‌باشد.

در ثقل‌سنجی هوایی از ترکیب داده‌های GPS و INS برای به‌دست آوردن شتاب ثقل زمین استفاده می‌شود. داده‌های سیستم تعیین موقعیت جهانی شامل مؤلفه‌های موقعیت به‌صورت طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع ژئودتیک در چارچوب مرجع WGS84[8] است. شتاب حاصل از GPS، مجموع دو شتاب وسیله متحرک و شتاب ثقل می‌باشد. داده‌های INS شامل سه شتاب و سه زاویه دوران است. شتاب حاصل از INS فقط شامل شتاب وسیله متحرک می‌باشد، لذا در ثقل سنجی هوایی، شتاب ثقل زمین نتیجه تفاضل شتاب INS از شتاب GPS خواهد بود که مراحل محاسبه شتاب ثقل در ثقل‌سنجی هوایی در شکل (۱) نشان داده شده است [۵].

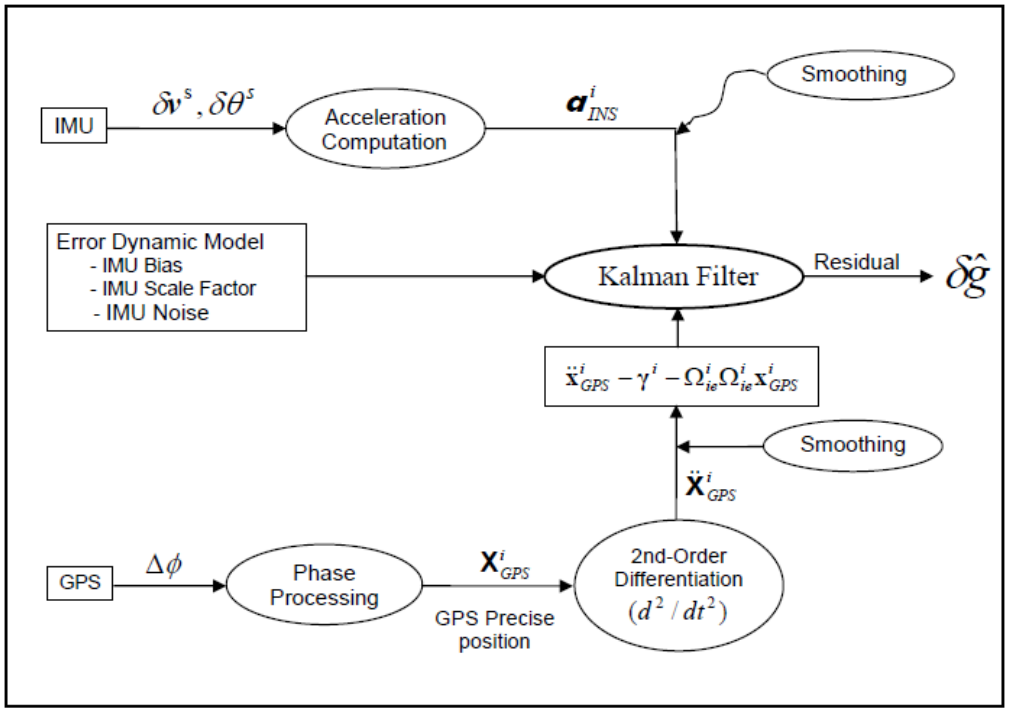
داده‌های INS شتاب وسیله متحرک را در چارچوب جسمی[9] ارائه می‌دهد که چارچوب جسمی، چارچوب متصل به بدنه وسیله متحرک است که این سه شتاب با استفاده از سه زاویه داده شده توسط INS به چارچوب اینرسی[10] منتقل می‌گردد. چارچوب اینرسی، چارچوبی است که اثر دوران زمین از آن حذف شده است. داده‌های GPS ابتدا با اعمال یک تبدیل سیستم مختصات، از چارچوب مرجع WGS84 به چارچوب ناوبری[11] برده می‌شود. چارچوب ناوبری چارچوبی می‌باشد که در آن مبدأ محلی است و بر روی بیضوی قرار دارد و محور اول آن

[1] Gravimeter
[2] Satellite Gravimetry
[3] Airborne Gravimetry
[4] Inertial Navigation System: INS
[5] Radio Navigation System
[6] Radar Altimeter
[7] Global Position System: GPS

[8] WGS84 Reference Frame
[9] Body Frame
[10] Inertial Frame
[11] Navigation Frame

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]

به سمت شمال (موازی با خط نصف‌النهاری)، محور دوم به سمت شرق و محور سوم در جهت نرمال بـر بیضـوی قرار دارد. سپس با اعمال یک تبدیل دیگر، موقعیـت بـه چارچوب اینرسی منتقل می‌گردد.



شکل ۱: مراحل محاسبه شتاب ثقل از ترکیب مشاهدات GPS/INS در ثقل‌سنجی هوایی [۶]

در ثقـل سـنجی هـوایی سـنتی معـادلات نـاوبری در چـارچوب نـاوبری حـل مـی‌گشـت تـا موقعیـت INS به‌دست آید و از موقعیت و سرعت GPS به‌عنوان مقادیر به روزرسانی در فیلتر کالمن استفاده می‌شد تا خطاهای INS تخمین زده شود و نوسان شتاب ثقل[1] بـه صـورت یک مدل تصادفی مدل می‌شد . در سال ۲۰۰۱ کـوان و جکلـی روش جدیـدی را بـرای ثقـل‌سـنجی هـوایی توسـعه دادنـد. در ثقـل‌سـنجی هـوایی انجـام شـده توسـط آنهـا از مقـادیر شـتاب GPS بـه‌عنـوان مقـدار به‌روزرسان اسـتفاده مـی‌گـردد. بخـش مهـم کـار آنهـا این بود که از آنالیز باقیمانـده فیلتـر کـالمن بـه‌عنـوان تقریب نوسان شتاب ثقل استفاده مـی‌شـود و بـه مـدل شـتاب ثقـل تصـادفی نیـاز نیسـت. بـرای راحتـی، تمام محاسبات در چـارچوب اینرسـی انجـام مـی‌شـود به‌همین دلیـل محاسـبات آسـانتر و راحـت‌تـر و مقـدار محاسبات کمتر خواهد بـود. عـلاوه بـر ایـن بـر خـلاف روشهای سنتی که مولفه قائم شتاب قابل بازیابی نبـود، در روش آنهـا ایـن مولفـه نیـز قابـل بازیـابی اسـت. نتایج روش آنها در مقایسه بـا روشـهای سـنتی صـحت بیشتری دارد [۶].

در سال ۲۰۰۵ شکیبای صنوبری ثقل‌سـنجی هـوایی را بـا اسـتفاده از روش کـوان و جکلـی انجـام داد [۱۱]. در کـار انجـام شـده توسـط ایشـان از فیلتـر B-spline بـرای محاسـبه شـتاب GPS استفاده گردید. همچنین برای نرم کردن و حـذف نـویز شـتاب‌هـای GPS و INS از فیلتـر B-spline و فیلتـر پـایین‌گـذر اسـتفاده گردیـد. در ایـن تحقیـق از فیلتر مشتق‌گیر پـایین‌گـذر در بـه‌دسـت آوردن شـتاب GPS بهـره گرفتـه شـده‌اسـت. همچنـین از پنجره‌های مختلف فیلتر پایین‌گـذر بـرای نـرم‌کـردن و حذف نویز شتاب‌های GPS و INS استفاده شده است.

[1] Gravity Disturbance

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]

برای به‌دست آوردن شتاب GPS لازم است که دو بار از موقعیت در چارچوب اینرسی مشتق‌گیری شود. این عمل مشتق‌گیری می‌تواند به روش‌های مختلفی صورت گیرد. روشی که در این تحقیق استفاده شده است روش فیلتر مشتق‌گیر پایین‌گذر[1] است. بر خلاف مشتق‌گیری معمولی که سبب افزایش نویز می‌شود، این روش سبب کاهش نویز می‌گردد. شتاب حاصل از مشتق‌گیری با روش فیلتر مشتق‌گیر پایین‌گذر قابل مقایسه با شتاب حاصل از مشتق‌گیر B-Spline بوده و طراحی آن به نسبت ساده‌تر می‌باشد. شتاب INS و شتاب GPS منتقل شده به چارچوب اینرسی همچنان دارای نویز می‌باشند و لازم است که با استفاده از روش‌های نرم‌کردن[2]، نویز آنها برطرف گردد. در این تحقیق از فیلترهای دیجیتال پایین‌گذر با پنجره‌های گوناگون جهت نرم‌کردن شتاب استفاده شده و نتایج آن با هم مقایسه گردیده است. همچنین این نتایج با شتاب نرم‌شده به روش B-Spline که در تحقیقات قبل انجام و منجر به شتاب ثقل با دقت میلی گال شده، مقایسه گردیده است. بعد از نرم‌سازی شتاب‌ها، برای به‌دست آوردن شتاب ثقل، شتاب INS از شتاب GPS کم می‌گردد و برای به دست آوردن نوسان شتاب ثقل، شتاب نرمال از شتاب ثقل کم می‌گردد. نوسان شتاب ثقل به‌دست آمده، آغشته به خطاهای مقیاس[3] و اریب[4] ناشی از INS است. لذا در این مقاله این خطاها به‌وسیله اعمال فیلتر کالمن[5] و انجام تناظریابی نهایی[6]، حذف گردید و در انتها نوسان شتاب ثقل به‌دست آمده با نوسان شتاب ثقل نقاط کنترل که در اختیار است، مقایسه گردید.

[1] Low-Pass Differentiator Filter
[2] Smoothing
[3] Scale
[4] Bias
[5] Kalman Filter
[6] Endmatching

۲- توسعه روش

همچنان که در بخش قبل ذکر گردید روش ثقل‌سنجی هوایی ارائه شده در این مقاله، نیازمند طراحی فیلترهای مشتق‌گیر پایین‌گذر، پایین‌گذر با ضربه محدود و فیلتر کالمن می‌باشد. لذا در این بخش به نحوه طراحی این فیلترها اشاره می‌گردد.

۲-۱- طراحی فیلتر مشتق‌گیر پایین‌گذر

برای طراحی این فیلتر لازم است که پاسخ ضربه این فیلتر در حوزه زمان با استفاده از رابطه (۱) محاسبه گردد که در این رابطه $h(n)$ ضرایب فیلتر در حوزه زمان و n طول فیلتر می‌باشد. سپس این ضرایب به حوزه فرکانس برده می‌شود. مقادیر پاسخ ضربه این فیلتر در حوزه زمان برای طول ۲۱ و همچنین این ضرایب در حوزه فرکانس، در شکل (۲) نمایش داده شده است.

انتقال توابع سینوسی موجود در تابع پاسخ حوزه زمان فیلتر مشتق‌گیر به حوزه فرکانس و ضرب آن در تابع ورودی، باعث می‌شود که عمل مشتق‌گیری بر روی تابع ورودی در حوزه زمان صورت گیرد. این توابع علاوه بر ایجاد این خاصیت، به طور هم‌زمان با عمل مشتق‌گیری، نویز را هم در حوزه زمان کاهش می‌دهند [۷].

رابطه (۱)

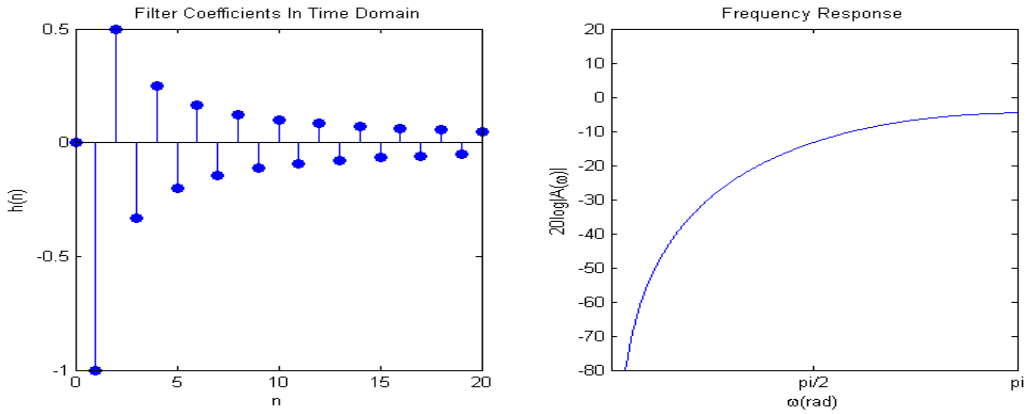
$$h(n) = -\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \omega \sin(\omega n)\, d\omega = \begin{cases} \dfrac{\cos(\pi n)}{n} & , \ n \neq 0 \\ 0 & , \ n = 0 \end{cases}$$

۲-۲- فیلتر پایین‌گذر با پاسخ ضربه محدود

فیلتر پایین‌گذر با پاسخ ضربه محدود[7] که فیلتر غیربازگشتی[8] و فیلتر پیچشی[9] نیز نامیده می‌شود را می‌توان به‌طور خلاصه با رابطه (۲) تعریف نمود [۸].

[7] Finite Duration Impulse Response
[8] Non-Recursive
[9] Convolution

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]



شکل ۲ : فیلتر مشتق‌گیر در حوزه فرکانس و زمان

رابطه (۲)

$$y(n) = \sum_{m=-N}^{N} h(m)\,x(n-m) = h(n) * x(n)$$

در این رابطه $x(n)$ ورودی سیستم و $h(n)$ پاسخ ضربه با طول N می‌باشد. در دوره زمانی نامحدود اگر پاسخ ضربه فیلتر حول مبدأ متقارن باشد، آن‌گاه بزرگی پاسخ فرکانسی در حوزه فرکانس به‌صورت رابطه (۳) است [۷].

رابطه (۳)

$$H(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} h(n)e^{-j\omega n} = h_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2\,h_n \cos(\omega n)$$

در ثقل‌سنجی هوایی مقادیر شتاب ثقل نهایی دارای فرکانس پایین و مقادیر نویز آن دارای فرکانس بالا می‌باشند لذا با طراحی یک فیلتر پایین‌گذر مناسب می‌توان نویز را حذف کرده و شتاب ثقل را به‌دست آورد. در حوزه فرکانس بزرگی یا اندازه چنین فیلتر پایین‌گذر مطلوب و دلخواهی در دامنه فرکانسی $-\pi < \omega < \pi$ از رابطه (۴) به‌دست می‌آید.

رابطه (۴)

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & , \quad -\omega_c \pi < \omega < \omega_c \pi \\ 0 & , \quad otherwise \end{cases}$$

در این رابطه ω_c فرکانس برش[1] فیلتر می‌باشد. از این رابطه می‌توان $h(n)$ یعنی ضرایب فیلتر در حوزه زمان را به‌صورت رابطه (۵) به‌دست آورد.

رابطه (۵)

$$h(n) = \frac{\sin(\omega_c \pi n)}{\pi n}$$

اگر از مقادیر $h(n)$ حاصل از رابطه (۵) که نامتناهی و متقارن است، در رابطه (۳) استفاده شود، آنگاه پاسخ فرکانسی حاصل از رابطه (۳) به مانند شکل (۳) مطلوب و ایده‌ال بوده و منطبق بر رابطه (۴) خواهد بود. در عمل داشتن یک دنباله غیر متناهی مانند رابطه (۵) غیر ممکن است و لذا از لحاظ عملی طراحی فیلتر به‌گونه‌ای که مطرح شد امکان پذیر نیست. به‌همین علت پاسخ ضربه رابطه (۵) به‌طور متقارن برش داده می‌شود تا پاسخ ضربه متناهی که تقریبی از پاسخ ایده‌ال است حاصل گردد. متاسفانه برش پاسخ ضربه نامتناهی در حوزه زمان نوسان‌هایی را به مانند شکل (۴) در دامنه پاسخ فرکانسی ایجاد می‌کند که پدیده گیبس[2] نامیده می‌شود.

انجام برش گفته شده را می‌توان به وسیله ضرب کردن یک تابع مستطیلی $\omega(n)$ در پاسخ ضربه ایده‌ال نامتناهی $h_1(n)$ که از رابطه (۵) به‌دست می‌آید، به‌صورت رابطه (۶) انجام داد که $\omega(n)$ از رابطه (۷) به‌دست می‌آید. در شکل (۵) یک پاسخ ضربه محدود در حوزه زمان نمایش داده شده است.

رابطه (۶)

$$h(n) = h_1(n)\omega(n)$$

رابطه (۷)

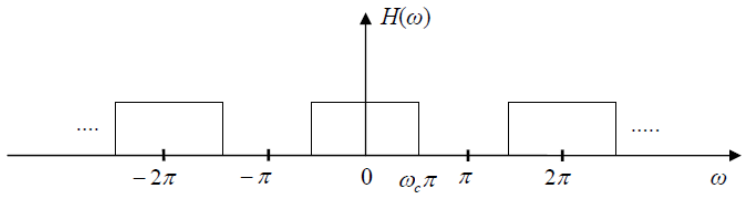
$$\omega(n) = \begin{cases} 1 & , \quad |n| \le N \\ 0 & , \quad |n| > N \end{cases}$$

[1] Cutoff

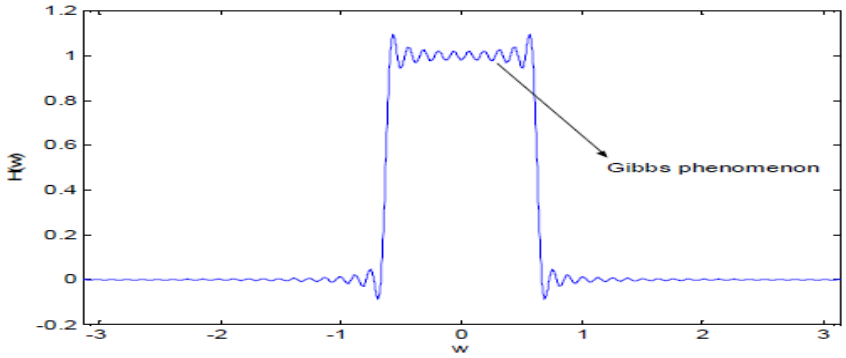
[2] Gibbs phenomenon

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

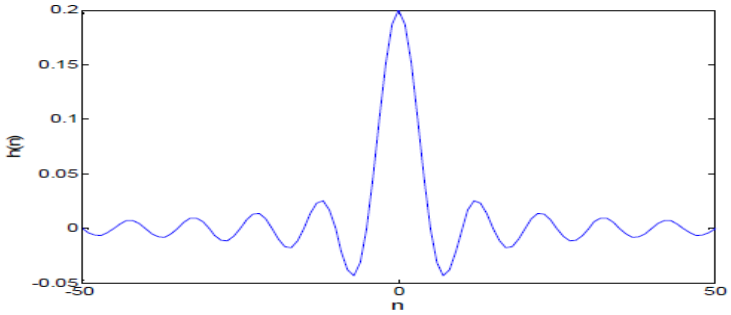
[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]



شکل ۳ : پاسخ فیلتر پایین‌گذر ایده‌ال در حوزه فرکانس [۷]



شکل ۴ : پدیده گیبس [۷]



شکل ۵ : یک پاسخ ضربه محدود در حوزه زمان [۷]

ضرب یک تابع پنجره مستطیلی و پاسخ ضربه ایده‌ال در حوزه زمان، متناظر با کانولوشن این دو تابع در حوزه فرکانس می‌باشد (رابطه (۸)).

$$H(\omega) = H_1(\omega) * W(\omega) \qquad \text{رابطه (۸)}$$

نوسان‌های قطعات باندی $W(\omega)$ پدیده گیبس را به‌وجود می‌آورد. بنابراین $W(\omega)$ ایده‌ال باید نرم بوده و نوسان نداشته باشد. پنجره مطلوب پنجره‌ای است که قطعات هر باند باریکتر باشد و نوسان قطعات باند کمتر باشد [۹]. به‌منظور کاهش پدیده گیبس چندین تابع پنجره‌ای متداول به‌صورت روابط (۹، ۱۰ و ۱۱) وجود دارد [۷].

۱- پنجره بارتلت[1]:

رابطه (۹)

$$W(n) = \begin{cases} \dfrac{2(n+1)}{N+1} & , \quad n = 0,1,2,\ldots,\dfrac{N-1}{2} \\ 2 - \dfrac{2(n+1)}{N+1} & , \quad n = \dfrac{N-1}{2},\ldots,N-1 \\ 0 & , \quad otherwise \end{cases}$$

۲- پنجره‌های کسینوسی تعمیم یافته (مستطیلی[2]، هنینگ[3]، همینگ[4]، بلکمن[5]):

[1] Bartlett Window
[2] Rectangular
[3] Hanning
[4] Hamming
[5] Blackman

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]

رابطه (۱۰)
$$W(n)=\begin{cases} a-b\cos(\frac{2\pi(n+1)}{N+1})+c\cos(\frac{4\pi(n+1)}{N+1}) & , \quad n=0,1,2,...,N-1 \\ 0 & , \quad otherwise \end{cases}$$

۳- پنجره‌ی کایزر با پارامتر β:

رابطه (۱۱)
$$W(n)=\begin{cases} \dfrac{I_0(\beta\sqrt{1-(2(n+1)/(N+1))^2})}{I_0(\beta)} & , \quad n=0,1,2,...,N-1 \\ 0 & , \quad otherwise \end{cases}$$

پنجره کسینوسی تعمیم یافته دارای چهار فرم خاص است که به‌وسیله مقادیر مختلف پارامترهای a، b و c تفکیک می‌گردد که در جدول (۱) مقادیر این پارامترها برای هر یک از پنجره‌ها آورده شده است [۷]. در رابطه (۱۱)، I_0 تابع بسل[1] می‌باشد که این تابع بر اساس پارامترهای β و طول فیلتر به‌دست می‌آید. وجود تابع بسل در این رابطه موجب می‌شود که طراحی پنجره کایزر نیازمند محاسبات بیشتر نسبت به سایر پنجره‌ها باشد.

جدول ۱: پارامترهای پنجره‌های کسینوسی تعمیم یافته [۷]

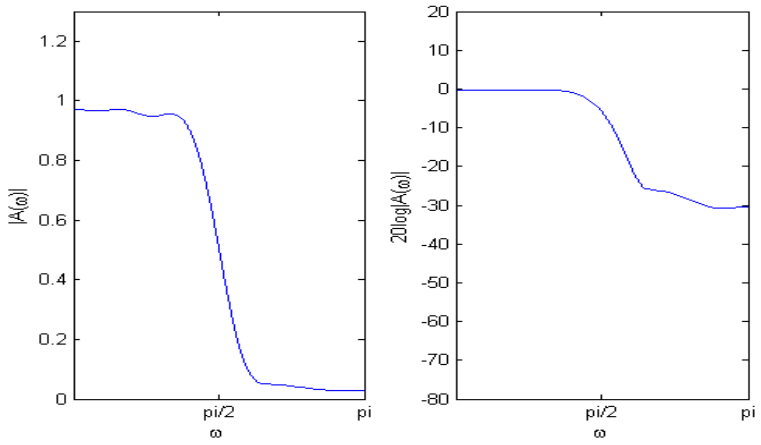
پنجره	a	b	c
مستطیلی	۱	۰	۰
هنینگ	۰/۵	۰/۵	۰
همینگ	۰/۵۴	۰/۴۶	۰
بلکمن	۰/۴۲	۰/۵	۰/۰۰۸

۲-۲-۱- نمایش پنجره‌های مختلف فیلتر پایین‌گذر در حوزه فرکانس

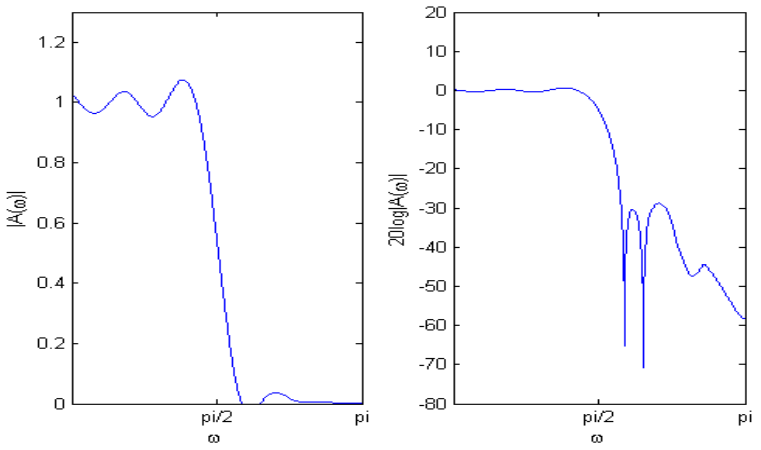
با توجه به مطالب مطرح شده در بخش ۲-۲، پنجره‌های مختلف فیلتر پایین‌گذر در حوزه فرکانس طراحی گردید. علاوه بر پنجره‌های مطرح شده در بخش ۲-۲، پنجره حاصلضرب پنجره هنینگ و بلکمن هم طراحی شد. این پنجره‌ها در شکل (۶) نمایش داده شده‌اند. همان‌طور که در شکل‌ها دیده می‌شود نوسان باند عبور پنجره‌های مستطیلی و بارتلت و کایزر با پارامتر $\beta=0.1$ نسبت به سایر پنجره‌ها بیشتر است. لذا انتظار می‌رود که با اعمال این پنجره‌ها بر روی شتاب‌های حاصل از GPS و INS نتایجی که به‌دست می‌آید نسبت به سایر پنجره‌ها دارای اثر گیبس بیشتری بوده و در نتیجه صحت کمتری داشته باشد. برای مقایسه سایر پنجره‌ها، باند عبور این پنجره‌ها در شکل (۷) بزرگ‌نمایی شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود باند عبور پنجره‌های بلکمن و کایزر با پارامتر $\beta=10$ و پنجره حاصلضرب هنینگ در بلکمن دارای نوسان کمتری نسبت به دو پنجره هنینگ و همینگ است. البته باند عبور پنجره حاصلضرب هنینگ در بلکمن دارای پهنای زیادی است که این امر باعث می‌شود این پنجره نسبت به پنجره‌های بلکمن و کایزر با پارامتر $\beta=10$ دارای مزیت کمتری باشد.

[1] Bessel function

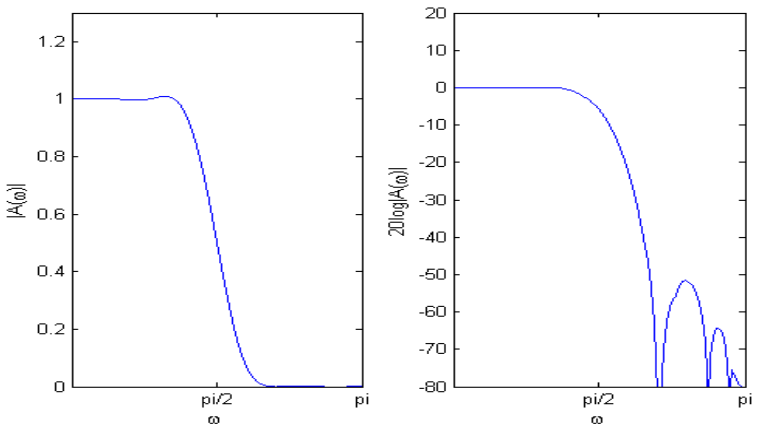
[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]



پنجره بارتلت



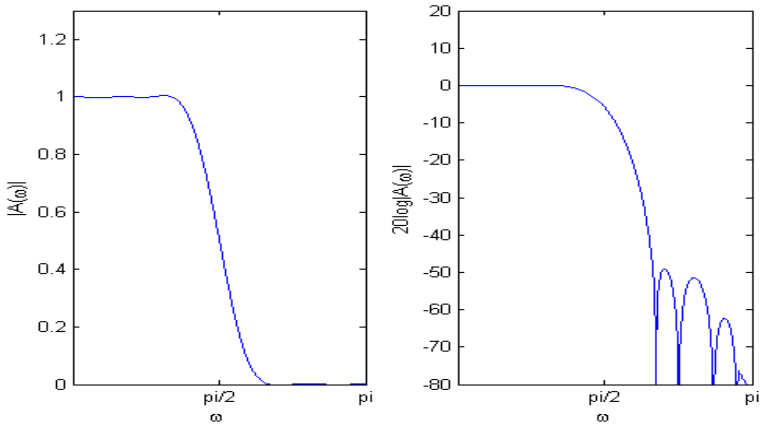
پنجره مستطیلی



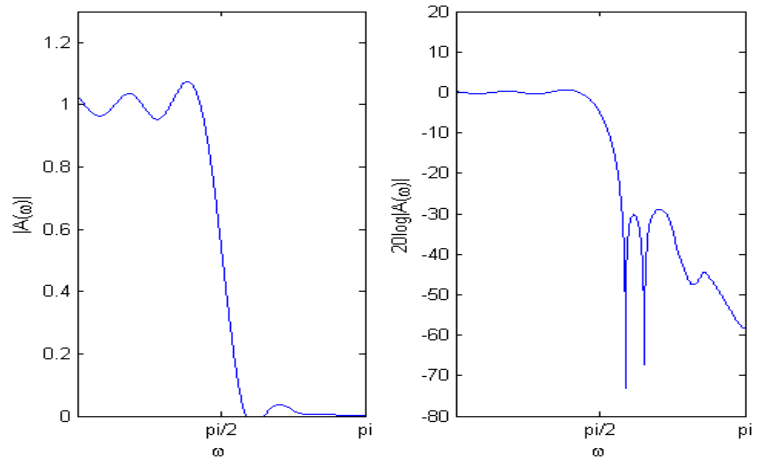
پنجره همینگ

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

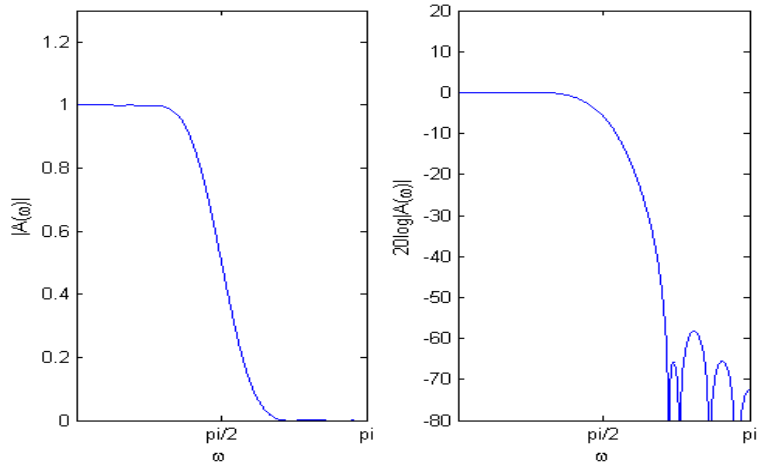
[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]



پنجره هنینگ



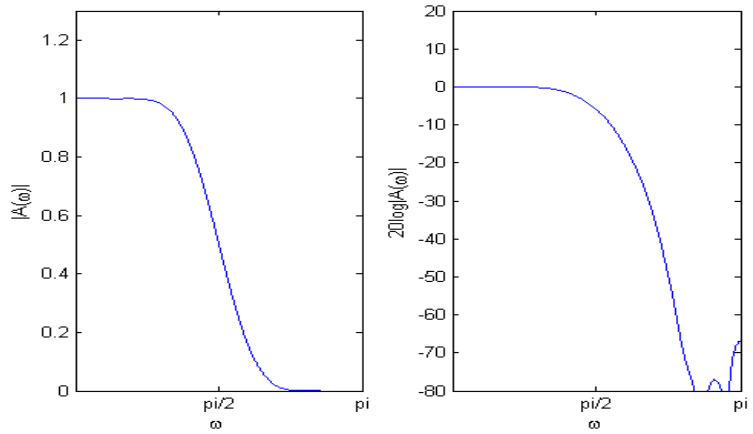
پنجره کایز با $\beta = 0.1$



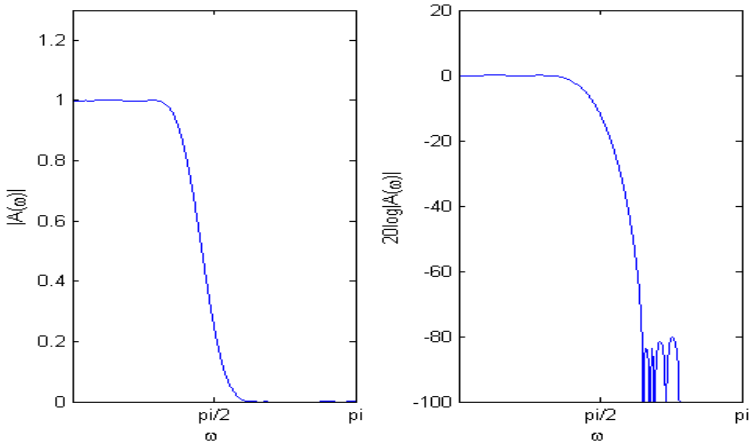
پنجره بلکمن

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]

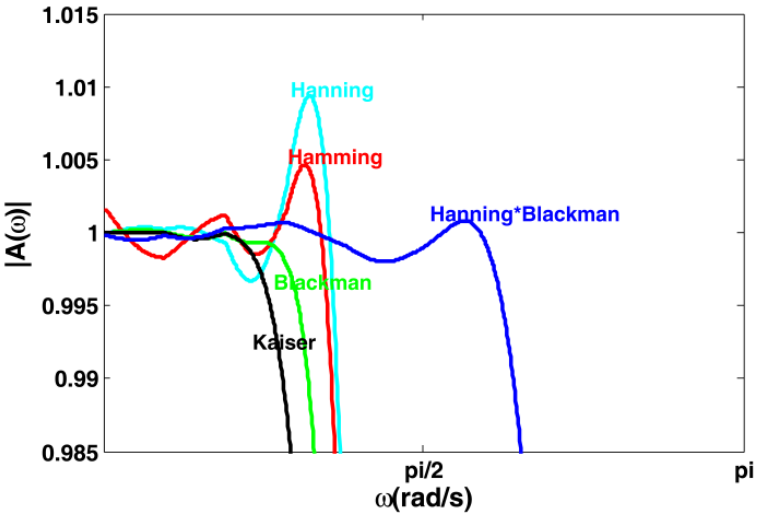


پنجره حاصلضرب پنجره‌های هنینگ و بلکمن



پنجره کایزر با $\beta = 10$

شکل ۶ : نمایش پنجره‌های مختلف در حوزه فرکانس



شکل ۷ : مقایسه باند عبور پنجره‌های مختلف در حوزه فرکانس

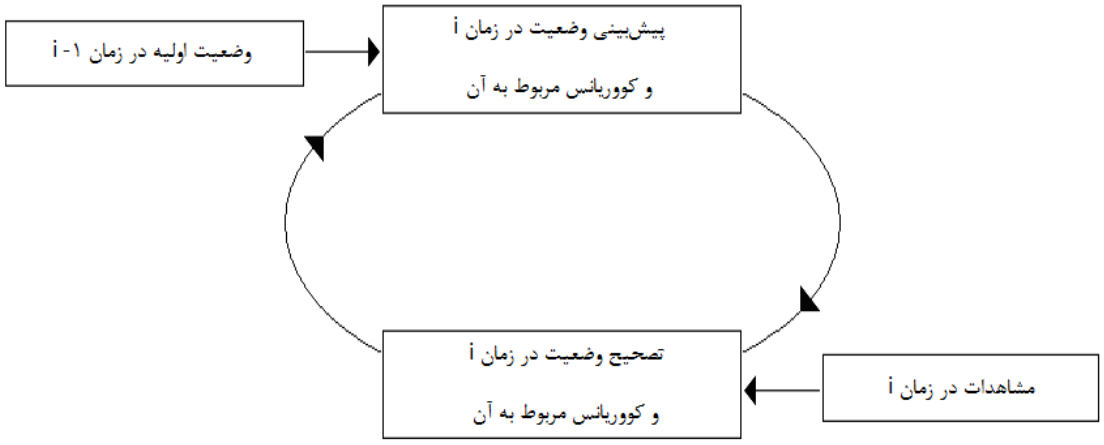
[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]

۲-۳- فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی

به‌علت وجود خطاهای ژیرسکوپ و شتاب‌سنج INS و خطای توجیه چارچوب جسمی نسبت به چارچوب اینرسی، نوسان شتاب ثقل حاصل دارای خطا خواهد بود که در دو مرحله طی اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی از نوسان شتاب ثقل حذف می‌گردد.

فیلتر کالمن، یک فیلتر پیشگو کننده بازگشتی است که مبنای آن استفاده از اطلاعات فضای وضعیت و الگوریتم‌های بازگشتی می‌باشد. این فیلتر وضعیت یک سیستم دینامیک را تخمین می‌زند. فیلتر کالمن شامل دو مرحله پیش‌بینی و تصحیح می‌باشد (شکل (۸)). در مرحله اول، وضعیت با مدل دینامیکی پیش‌بینی‌شده و در مرحله دوم با استفاده از مدل مشاهده‌ای، مقدار حاصل از مرحله پیش‌بینی‌شده، تصحیح می‌گردد.



شکل ۸ : مراحل فیلتر کالمن

در این مقاله مدل دینامیکی مربوط به فیلتر کالمن به‌صورت رابطه (۱۲) است که در این رابطه W بردار نویز سفید و $\mathbf{x}$ بردار مجهولات است که به‌صورت یک بردار ۱۵ در ۱ بوده و شامل ۳ خطای اریب شتاب‌سنج، ۳ خطای اریب ژیرسکوپ، ۳ خطای ضریب مقیاس شتاب‌سنج، ۳ خطای ضریب مقیاس ژیرسکوپ و ۳ خطای مربوط به توجیه چارچوب جسمی نسبت به چارچوب اینرسی می‌باشد.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{w}$$ رابطه (۱۲)

مدل مشاهده‌ای مربوط به فیلتر کالمن در این مقاله نیز به‌صورت رابطه (۱۳) است که در آن $\mathbf{v}$ بردار نویز سفید و $\mathbf{z}$ بردار مشاهدات است که از کم کردن مجموع شتاب INS نرم شده و شتاب نرمال از شتاب GPS نرم شده حاصل می‌گردد. جزئیات مربوط به ماتریس‌های $\mathbf{F}$، $\mathbf{G}$ و $\mathbf{H}$ را می‌توان در مقاله سال ۲۰۱۰ شکیبای صنوبری یافت [۱۰].

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{v}$$ رابطه (۱۳)

از آنجا بردار مشاهدات $\mathbf{z}$، خود دارای خطاهای ژیرسکوپ و شتاب‌سنج INS و خطای توجیه چارچوب جسمی نسبت به چارچوب اینرسی است، لذا پس از اعمال فیلتر کالمن، این خطاها به‌طور کامل از روی نوسان شتاب ثقل حذف نمی‌شوند و لازم است که طی فرآیند تناظریابی نهایی، میزان جدایی مقادیر نوسان شتاب ثقل از مقادیر کنترل زمینی کاهش یابد. برای این کار نقطه اول و آخر هر مسیر پروازی[1] بر نقطه کنترل زمینی نظیر منطبق شده و سایر مقادیر نوسان جاذبه به همین نسبت تغییر می‌یابد.

[1] Flight Trajectory

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]

۳- نتایج عددی

داده‌هایی که در این مقاله استفاده شده است داده‌های INS و GPS کوهستان راکی است که توسط دانشگاه کلگری در سه مسیر پروازی برداشت شده است. داده‌های INS شامل اطلاعات مربوط به ژیرسکوپ و شتاب‌سنج می‌باشد و فاصله زمانی این داده‌ها ۰٫۰۲ ثانیه است. داده‌های GPS هم اطلاعاتی به‌صورت طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع ژئودتیک در چارچوب مرجع WGS84 می‌باشند و فاصله زمانی آنها ۰٫۵ ثانیه است. در این بخش فیلتر مشتق‌گیر پایین‌گذر، فیلتر با پاسخ ضربه محدود با پنجره‌های مختلف و فیلتر کالمن بر این داده‌ها اعمال شده است تا در نهایت شتاب ثقل و نوسان شتاب ثقل به روش گفته شده در بخش قبلی حاصل گردد.

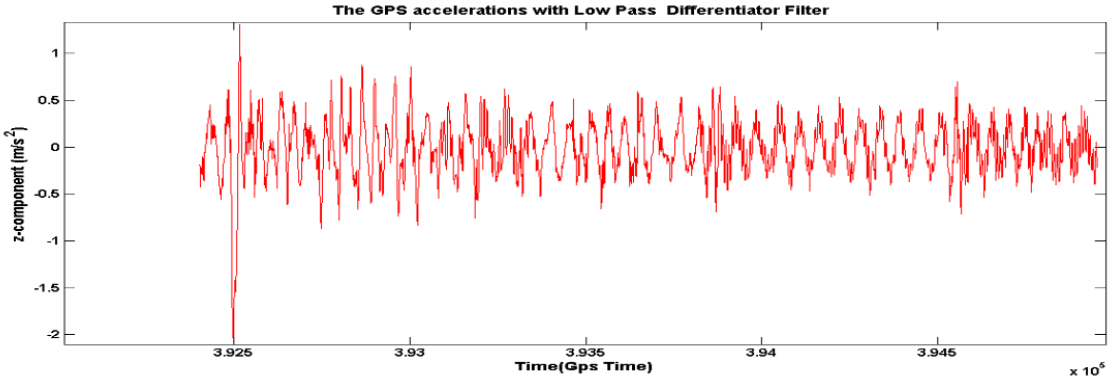
۳-۱- محاسبه شتاب GpS با استفاده از فیلتر مشتق‌گیر پایین‌گذر

در این تحقیق داده‌های GPS به‌صورت طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع ژئودتیک در چارچوب مرجع WGS84 می‌باشد. لذا همانطور که گفته شد این داده‌ها می‌بایست به چارچوب اینرسی منتقل گردد و سپس دو بار عمل مشتق‌گیری انجام گردد تا شتاب GPS به‌دست آید. با اعمال دو بار فیلتر مشتق‌گیر پایین‌گذر طراحی شده در بخش قبل بر روی داده‌های موقعیت GPS، شتاب GPS در چارچوب اینرسی به‌دست می‌آید که مولفه z این شتاب در شکل (۹) نشان داده شده است. نتایج این روش را می‌توان با مشتق‌گیر B-Spline که در تحقیقات قبل بر این داده‌ها اعمال شده و مولفه z آن در شکل (۱۰) نشان داده شده است مقایسه کرد [۱۱]. در شکل (۱۱) تفاضل مولفه z شتاب GPS دو روش مشتق‌گیر پایین‌گذر و مشتقگیر B-Spline نشان داده شده است.

از رابطه (۱۴) که درصد تطابق است برای تشخیص انطباق دو تابع یا دو سیگنال استفاده می‌گردد. در این رابطه f_1 و f_2 مقادیر هر یک از توابع یا سیگنال‌ها می‌باشد. هر چه مقدار این رابطه به صد نزدیکتر باشد نشان‌دهنده تطابق بیشتر دو تابع یا سیگنال می‌باشد.

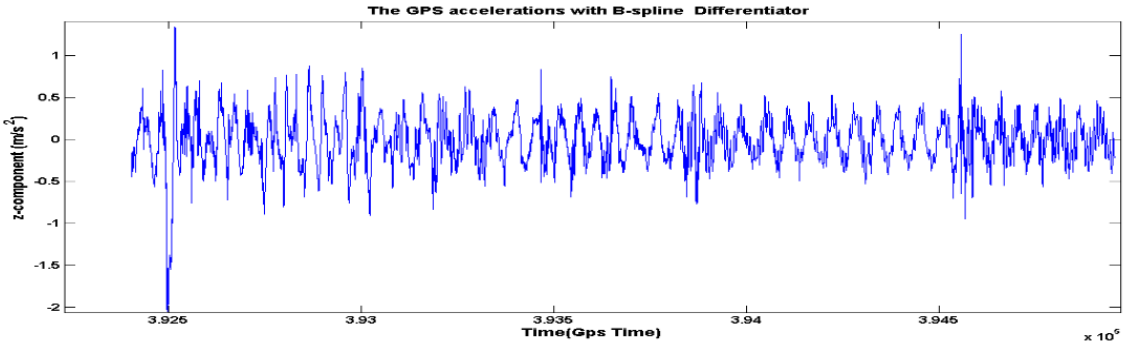
$$Corr(f_1,f_2)=\frac{1}{1+\left\|f_1-f_2\right\|_{L^2}}\times 100 \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

با محاسبه درصد تطابق با استفاده از رابطه (۱۴)، میزان تطابق دو سیگنال فوق در راستای z در مسیر پرواز شماره ۱ مقدار ۹۷٫۴۵ و در مسیر پرواز دوم برابر با ۹۷٫۳۰ و در مسیر پرواز سوم برابر با ۹۷٫۸۷ می‌باشد که این مقادیر نشان دهنده انطباق بسیار بالای دو سیگنال حاصل از دو روش بر هم می‌باشد.

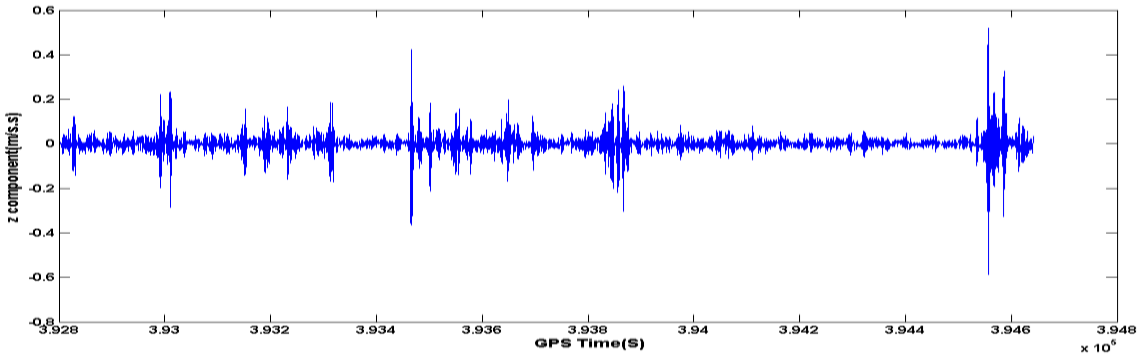


شکل ۹ : مولفه z شتاب GPS به دست آمده با استفاده از فیلتر پایین گذر مشتق‌گیر در چارچوب اینرسی در مسیر پروازی اول

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]



شکل ۱۰ : مولفه z شتاب GPS به دست آمده با استفاده از مشتق‌گیر B-Spline در چارچوب اینرشیال در مسیر پروازی اول [۱۱]



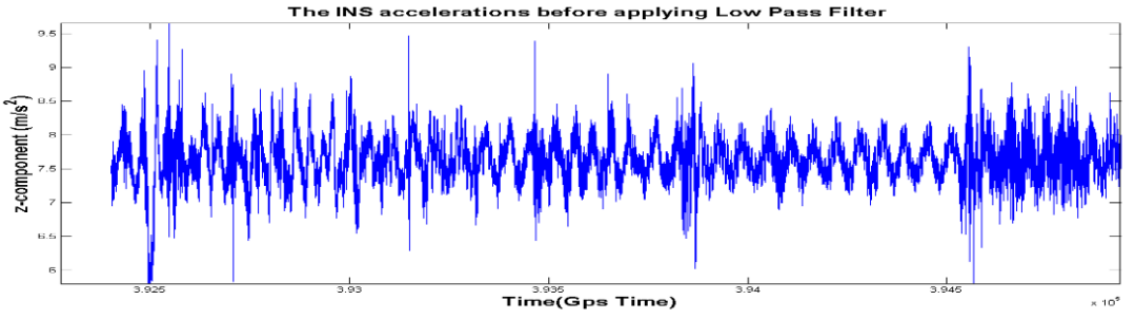
شکل ۱۱ : تفاضل مولفه z شتاب GPS با استفاده از دو روش فیلتر پایین گذر مشتق‌گیر و مشتق‌گیر B-Spline در مسیر پروازی اول

۳-۲- حذف نویز شتاب‌های GPS و INS با استفاده از فیلترهای پایین‌گذر با پنجره‌های مختلف

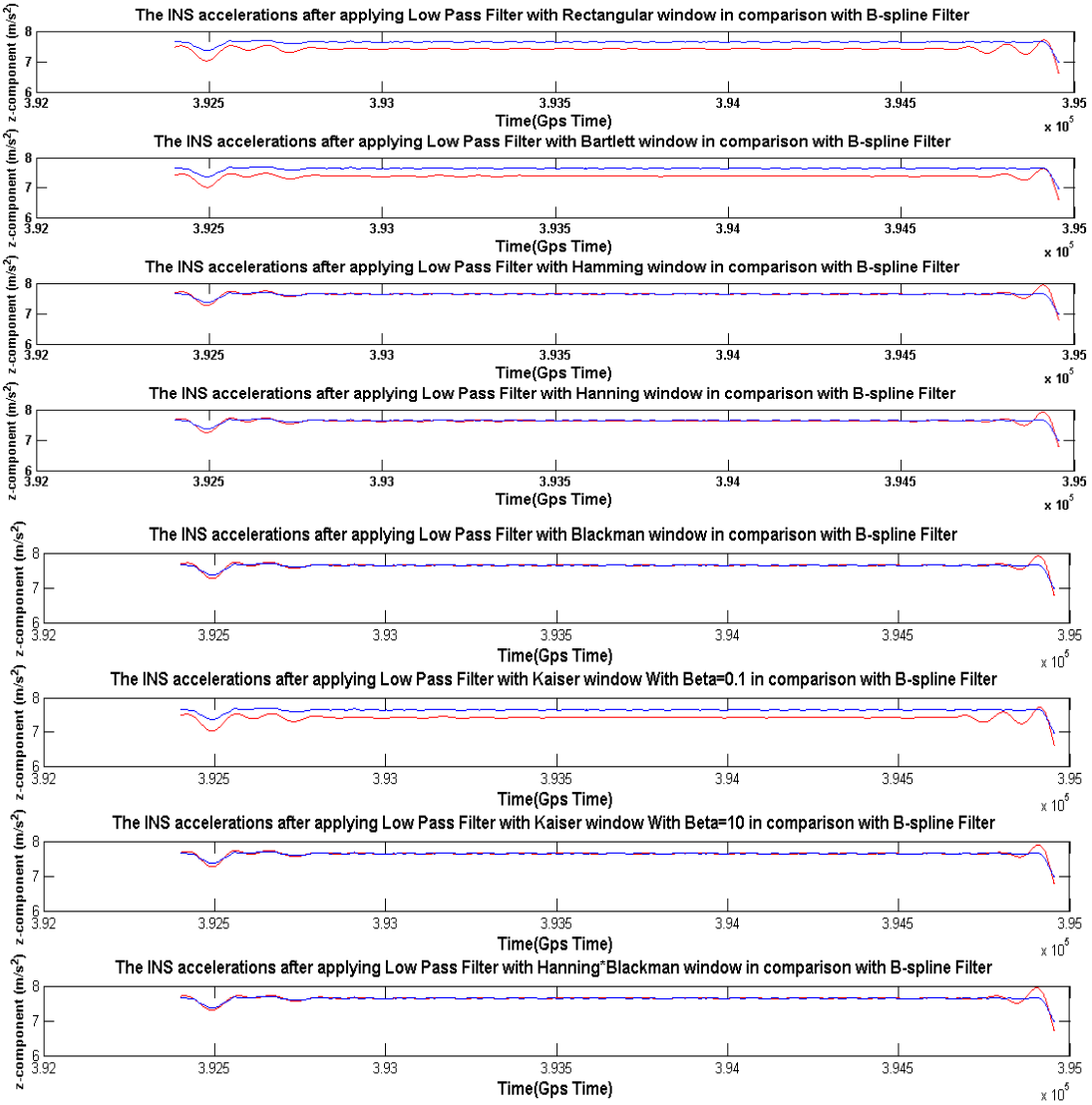
در این بخش به بررسی اثر هر یک از این پنجره‌ها بر روی شتاب‌های حاصل از GPS و INS می‌پردازیم. در تحقیق‌های پیشین فیلتر B-Spline بر روی شتاب‌های GPS و INS اعمال شده و در نهایت شتاب ثقلی با دقت میلی‌گال به‌دست آمده است. لذا در این تحقیق پس از اعمال هر یک از پنجره‌ها بر روی این شتاب‌ها، نتیجه با روش B-Spline مقایسه می‌گردد. از پارامتر ریشه میانگین مربع خطاها[1] جهت بررسی میزان انطباق نتایج اعمال هر یک از پنجره‌ها با نتیجه با روش B-Spline استفاده گردید. شتاب‌های INS و GPS در چارچوب اینرسی در سه جهت x و y و z با توجه مطالب گفته شده به‌دست آمده است. برای مسیر پرواز اول مولفه z شتاب INS قبل از اعمال فیلتر پایین‌گذر در شکل (۱۲) و بعد از اعمال فیلتر پایین‌گذر با پنجره‌های مختلف و فیلتر B-spline در شکل (۱۳) نمایش داده شده است. در جداول (۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹) برای سه مسیر پروازی، مولفه z شتاب INS بعد از اعمال فیلتر پایین‌گذر با پنجره‌های مختلف با نتایج اعمال فیلتر B-spline با هم مقایسه گردیده است. برای مسیر پرواز اول مولفه z شتاب GPS قبل از اعمال فیلتر پایین‌گذر در شکل (۱۴) و بعد از اعمال فیلتر پایین‌گذر با پنجره‌های مختلف و با فیلتر B-spline در شکل (۱۵) نمایش داده شده است. در جداول (۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، و ۱۷) برای سه مسیر پروازی مولفه z شتاب GPS بعد از اعمال فیلتر پایین‌گذر با پنجره‌های مختلف با نتایج اعمال فیلتر B-spline با هم مقایسه گردیده است. اعمال فیلتر پایین‌گذر با پنجره‌های مختلف برای مولفه‌های x و y نیز منجر به نتایج مشابه گردید.

[1] Root Mean Square Error: RMSE

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]



شکل ۱۲ : شتاب INS قبل از اعمال فیلتر پایین‌گذر در مسیر پروازی اول



شکل۱۳ : شتاب INS بعد از اعمال فیلتر پایین‌گذر با پنجره‌های مختلف (رنگ قرمز) و فیلتر B-spline (رنگ آبی) در مسیر پروازی اول

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]

جدول ۲ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره مستطیلی و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۸۱٫۸۸	۰٫۲۴۸۱
۲	۸۳٫۶۵	۰٫۲۱۵۸
۳	۸۴٫۰۴	۰٫۲۰۷۵
میانگین	۸۳٫۱۹	۰٫۲۲۳۸

جدول ۳ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره بارتلت و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۷۹٫۸۰	۰٫۲۵۴۴
۲	۷۹٫۶۸	۰٫۲۵۶۳
۳	۷۹٫۴۳	۰٫۲۵۹۴
میانگین	۷۹٫۶۳۶۷	۰٫۲۵۶۷

جدول ۴ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره هنینگ و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۹۸٫۰۷	۰٫۰۲۰۹
۲	**۹۸٫۲۷**	**۰/۰۱۸۹**
۳	۹۸٫۷۸	۰٫۰۱۲۸
میانگین	**۹۸٫۳۷۳۳**	**۰٫۰۱۷۵**

جدول ۵ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره همینگ و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۹۷٫۴۴	۰٫۰۲۷۴
۲	۹۷٫۴۵	۰٫۰۲۷۴
۳	۹۸٫۰۱	۰٫۰۲۰۹
میانگین	۹۷٫۶۳۳۳	۰٫۰۲۵۳

جدول ۶ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره بلکمن و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۹۸٫۲۳	۰٫۰۱۹۱
۲	۹۸٫۴۹	۰٫۰۱۶۳
۳	۹۸٫۴۹	۰٫۰۱۶۳
میانگین	۹۸٫۴۰۳۳	۰٫۰۱۷۲

جدول ۷ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره کایزر با پارامتر $\beta = 0.1$ و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۸۱٫۸۹	۰٫۲۲۲۹
۲	۸۱٫۸۰	۰٫۲۲۵۲
۳	۸۱٫۵۷	۰٫۲۲۷۴
میانگین	۸۱٫۷۵۳۳	۰٫۲۲۵۲

جدول ۸ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره کایزر با پارامتر $\beta = 10$ و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

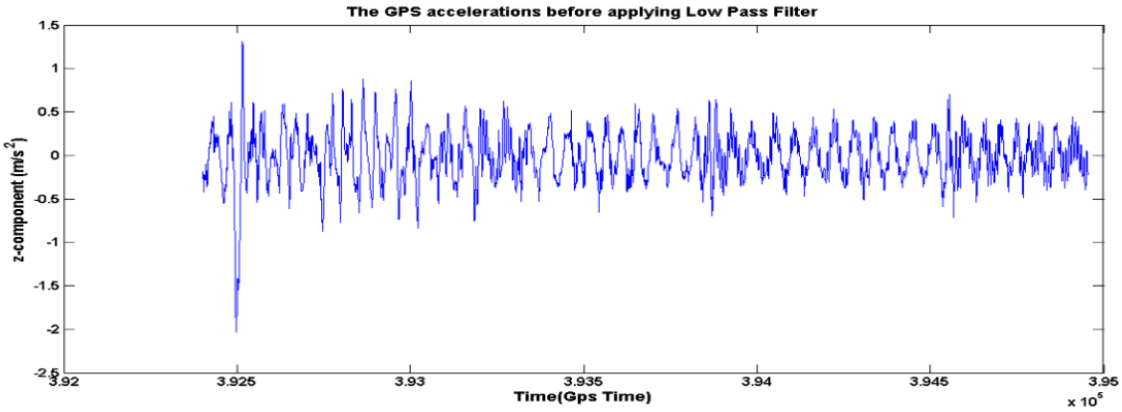
مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۹۸٫۲۸	۰٫۰۱۸۴
۲	۹۸٫۵۶	۰٫۰۱۵۴
۳	۹۸٫۹۵	۰٫۰۱۱۰
میانگین	۹۸٫۶۰	۰٫۰۱۴۹

جدول ۹ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره حاصلضرب پنجره‌های هنینگ و بلکمن و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

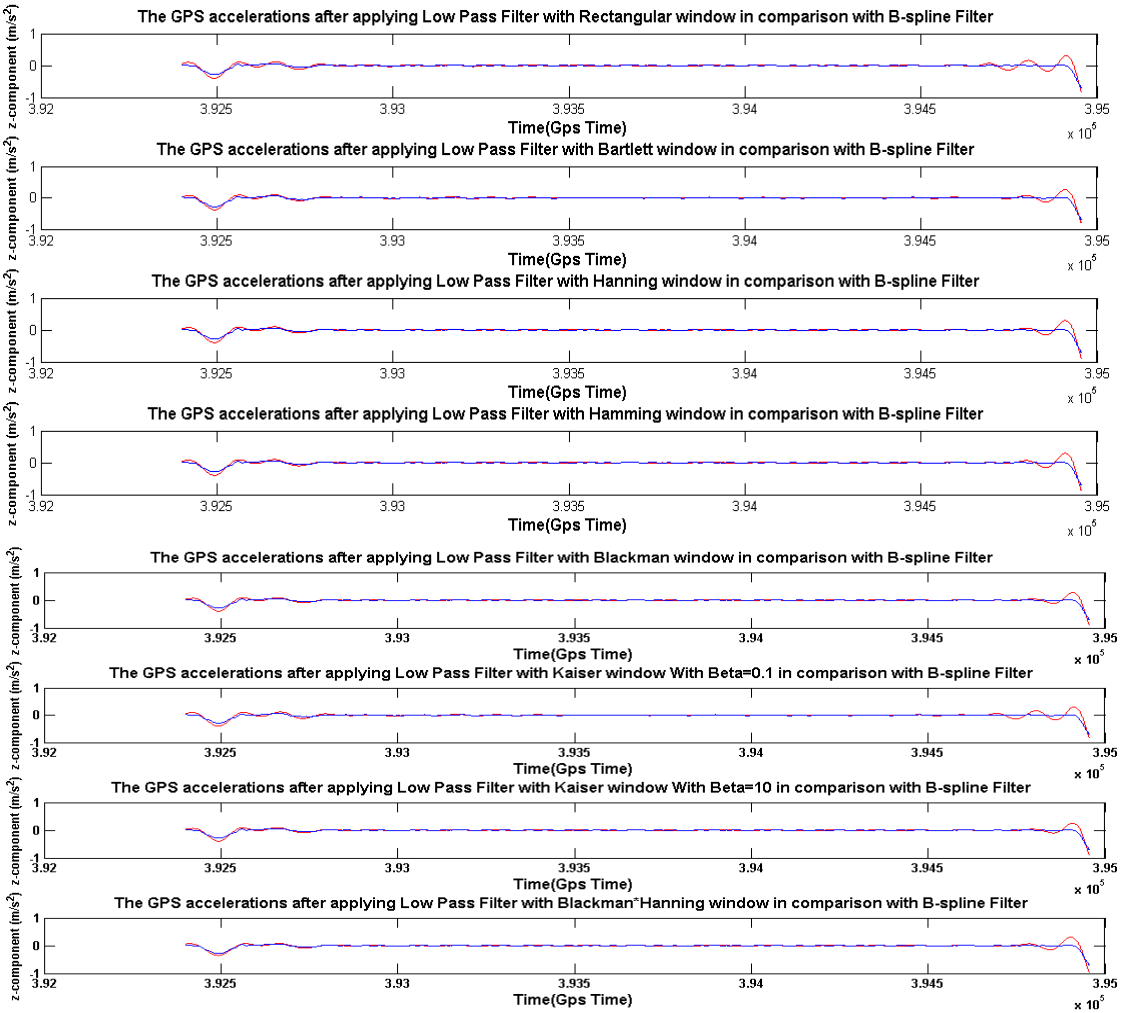
مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۹۸٫۲۱	۰٫۰۱۹۳
۲	۹۸٫۰۴	۰٫۰۲۱۷
۳	۹۸٫۶۳	۰٫۰۱۴۶
میانگین	۹۸٫۲۹۳۳	۰٫۰۱۸۵

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]



شکل ۱۴ : شتاب GPS قبل از اعمال فیلتر پایین‌گذر در مسیر پروازی اول



شکل ۱۵ : شتاب GPS بعد از اعمال فیلتر پایین‌گذر با پنجره‌های مختلف (رنگ قرمز) و فیلتر B-spline (رنگ آبی) در مسیر پروازی اول

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]

جدول ۱۰ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره مستطیلی و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۹۷/۴۲	۰/۰۲۸۳
۲	۹۷/۲۵	۰/۰۳۰۷
۳	۹۷/۸۹	۰/۰۲۲۸
میانگین	۹۷/۵۲	۰/۰۲۷۳

جدول ۱۱ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره بارتلت و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۹۸/۰۱	۰/۰۲۱۳
۲	۹۸/۱۷	۰/۰۱۹۷
۳	۹۸/۶۵	۰/۰۱۴۱
میانگین	۹۸/۲۸	۰/۰۱۸۴

جدول ۱۲ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره هنینگ و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۹۸/۰۵	۰/۰۲۱۲
۲	۹۸/۲۴	۰/۰۱۹۳
۳	۹۸/۷۷	۰/۰۱۲۹
میانگین	۹۸/۳۵	۰/۰۱۷۸

جدول ۱۳ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره همینگ و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۹۸/۰۱	۰/۰۲۱۵
۲	۹۸/۱۹	۰/۰۱۹۸
۳	۹۸/۷۳	۰/۰۱۳۴
میانگین	۹۸/۳۱	۰/۰۱۸۲

جدول ۱۴ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره بلکمن و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۹۸/۱۹	۰/۰۱۹۴
۲	۹۸/۴۶	۰/۰۱۶۶
۳	۹۸/۹۰	۰/۰۱۱۵
میانگین	۹۸/۵۲	۰/۰۱۵۸

جدول ۱۵ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره کایزر با پارامتر $\beta = 0.1$ و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۹۷/۴۲	۰/۰۲۸۳
۲	۹۷/۲۶	۰/۰۳۰۷
۳	۹۷/۸۹	۰/۰۲۲۸
میانگین	۹۷/۵۰	۰/۰۲۷۳

جدول ۱۶ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره کایزر با پارامتر $\beta = 10$ و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۹۸/۲۵	۰/۰۱۸۸
۲	۹۸/۵۵	۰/۰۱۵۶
۳	۹۸/۹۳	۰/۰۱۱۱
میانگین	۹۸/۵۹	۰/۰۱۵۲

جدول ۱۷ : مقایسه فیلتر پایین‌گذر با پنجره حاصلضرب پنجره‌های هنینگ و بلکمن و روش بی‌اسپلاین در سه مسیر پروازی

مسیر شماره	درصد تطابق	RMSE(Gal)
۱	۹۸/۲۰	۰/۰۱۹۵
۲	۹۸/۰۲	۰/۰۲۲۰
۳	۹۸/۶۳	۰/۰۱۴۶
میانگین	۹۸/۳۰	۰/۰۱۸۷

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]

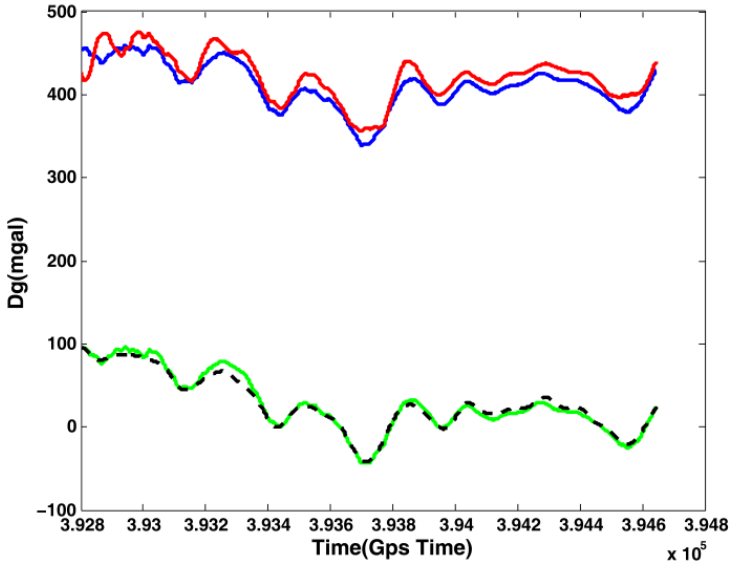
با توجه به نتایج به‌دست آمده فیلتر پایین‌گذر با پنجره کایزر با پارامتر $\beta=10$ کمترین RMSE و بیشترین درصد تطابق با روش بی‌اسپیلاین را دارا می‌باشد. پس از آن فیلتر پایین‌گذر با پنجره بلکمن کمترین مقدار RMSE و بیشترین درصد تطابق را دارد. پنجره های هنینگ و حاصلضرب هنینگ در بلکمن هم پس از این دو پنجره قرار دارند و از آن‌ها نیز نتایج بسیار خوبی به‌دست می‌آید. اما همان‌طور که دیده می‌شود پنجره‌های مستطیلی، بارتلت، پنجره کایزر با پارامتر $\beta=0.1$ کمترین درصد تطابق و بیشترین مقدار RMSE را دارا می‌باشند. همچنان که دیده می‌شود همه این نتایج با آنچه در بحث طراحی پنجره‌های مختلف ذکر شد تطابق دارد. با اعمال فیلتر پایین گذر با پنجره‌های مختلف ذکر شده بر روی شتاب INS و GPS در دیگر جهت‌ها و مقایسه آن با روش B-spline نتایجی مشابه همین نتایج حاصل می‌گردد. در نهایت با تفاضل شتاب‌های GPS و INS شتاب ثقل زمین حاصل می‌گردد.

۳-۳- اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی نوسان شتاب ثقل

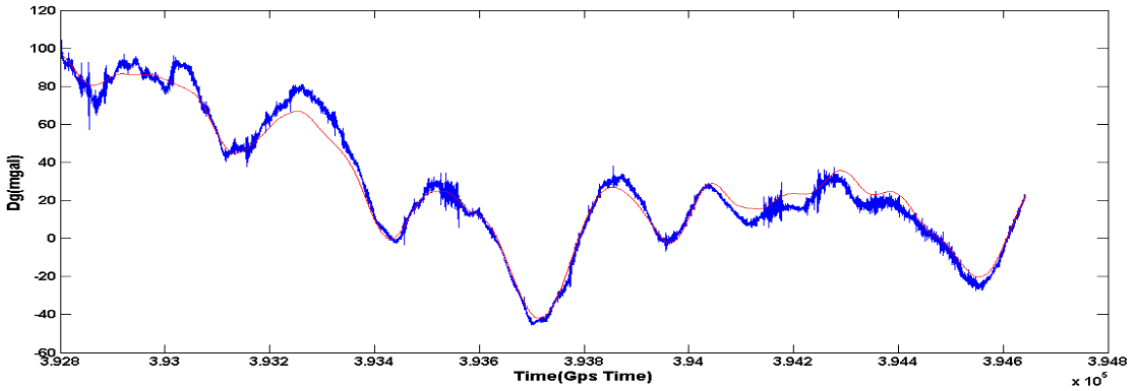
از آنجایی که نوسان شتاب ثقل نقاط کنترل موجود می‌باشد لذا برای مقایسه نتایج نهایی بایستی نوسان شتاب ثقل به‌دست آید. شتاب ثقل حاصل از تفاضل شتاب INS و شتاب GPS ابتدا با تبدیل سیستم مختصات از چارچوب اینرسی به چارچوب ناوبری برده شده و سپس شتاب نرمال که از فرمول سیموگلیانا[1] به‌دست می‌آید از آن کم می‌شود تا نوسان شتاب ثقل محاسبه گردد [۱۲]. با انجام این کار مقدار نوسان شتاب ثقل در راستای پایین[2] چارچوب ناوبری که نوسان شتاب ثقل اسکالر نامیده می‌شود، محاسبه شد. همان‌طور که در بخش (۲-۳) مطرح گردید نوسان شتاب ثقل اسکالر به‌دست آمده آغشته به خطاهای اریب و ضریب مقیاس ژیرسکوپ و شتاب‌سنج و خطای توجیه چارچوب جسمی نسبت به چارچوب اینرسی می‌باشد لذا لازم است که با استفاده از فیلتر کالمن مقادیر این خطاها برآورد و به نوسان شتاب ثقل اسکالر اعمال گردد و سپس طی فرآیند تناظریابی نهایی، میزان جدایی مقادیر نوسان شتاب ثقل از مقادیر کنترل زمینی کاهش یابد. در شکل (۱۶) نوسان شتاب ثقل اسکالر محاسبه شده قبل از اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی (رنگ قرمز)، نوسان شتاب ثقل اسکالر محاسبه شده بعد از اعمال فیلتر کالمن و قبل از تناظریابی نهایی (رنگ آبی)، نوسان شتاب ثقل بعد از اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی (رنگ سبز) و نوسان شتاب ثقل نقاط کنترل (رنگ مشکی خط‌چین) در مسیر پرواز اول نشان داده شده است. نوسان شتاب ثقل اسکالر محاسبه شده با پنجره‌های مختلف قبل و بعد از اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی و نوسان شتاب ثقل اسکالر نقاط کنترل در مسیر پروازی (۱) در اشکال (۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳ و ۲۴) نمایش داده شده است. همچنین نوسان شتاب ثقل اسکالر روش B-spline و نوسان شتاب ثقل اسکالر نقاط کنترل در شکل (۲۵) نشان داده شده است.

[1] Somigliana Formula
[2] Down Direction

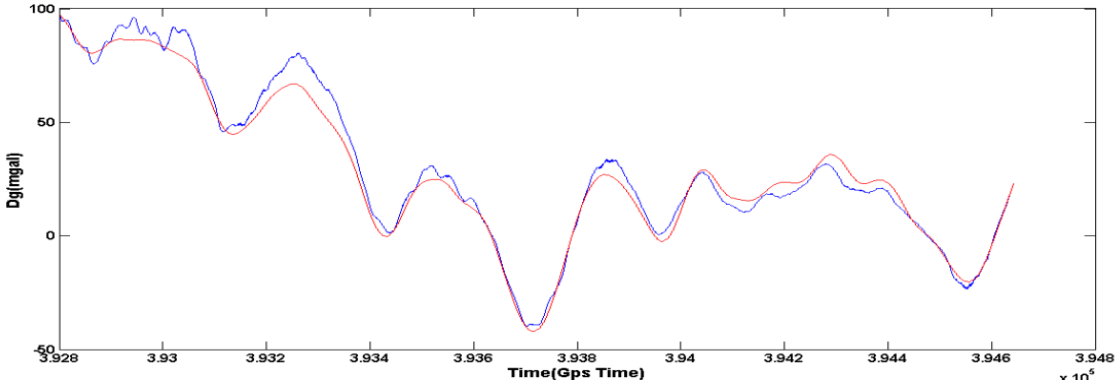
[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]



شکل ۱۶: نوسان شتاب ثقل اسکالر محاسبه شده قبل از اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی(رنگ قرمز)، نوسان شتاب ثقل اسکالر محاسبه شده بعد از اعمال فیلتر کالمن و قبل از تناظریابی نهایی(رنگ آبی)، نوسان شتاب ثقل بعد از اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی (رنگ سبز) و نوسان شتاب ثقل نقاط کنترل (رنگ مشکی خط‌چین) در مسیر پرواز اول

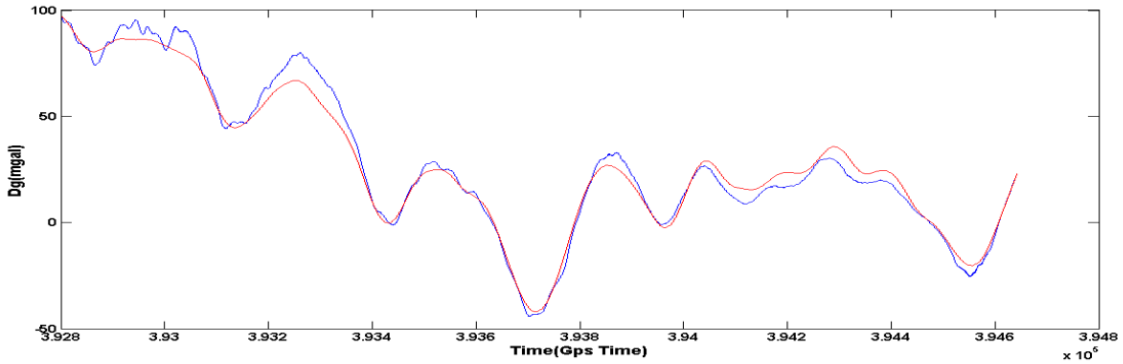


شکل ۱۷ : نوسان شتاب ثقل اسکالر محاسبه شده با استفاده از فیلتر پایین‌گذر با پنجره مستطیلی بعد از اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی (رنگ آبی) و نوسان شتاب ثقل نقاط کنترل (رنگ قرمز) در مسیر پرواز اول

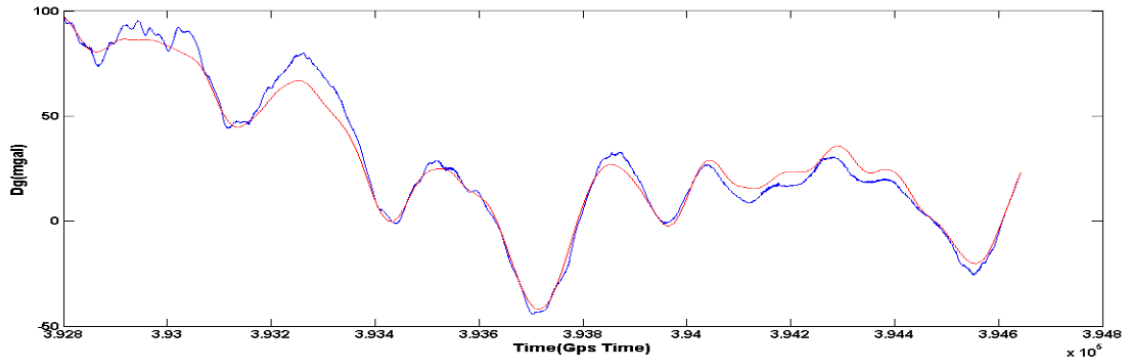


شکل ۱۸ : نوسان شتاب ثقل اسکالر محاسبه شده با استفاده از فیلتر پایین‌گذر با پنجره بارتلت بعد از اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی (رنگ آبی) و نوسان شتاب ثقل نقاط کنترل (رنگ قرمز) در مسیر پرواز اول

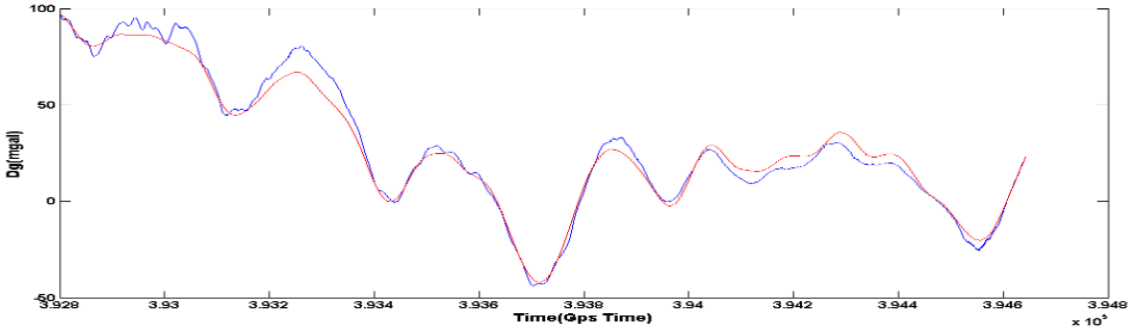
[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]



شکل ۱۹ : نوسان شتاب ثقل اسکالر محاسبه شده با استفاده از فیلتر پایین‌گذر با پنجره هنینگ بعد از اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی (رنگ آبی) و نوسان شتاب ثقل نقاط کنترل (رنگ قرمز) در مسیر پرواز اول



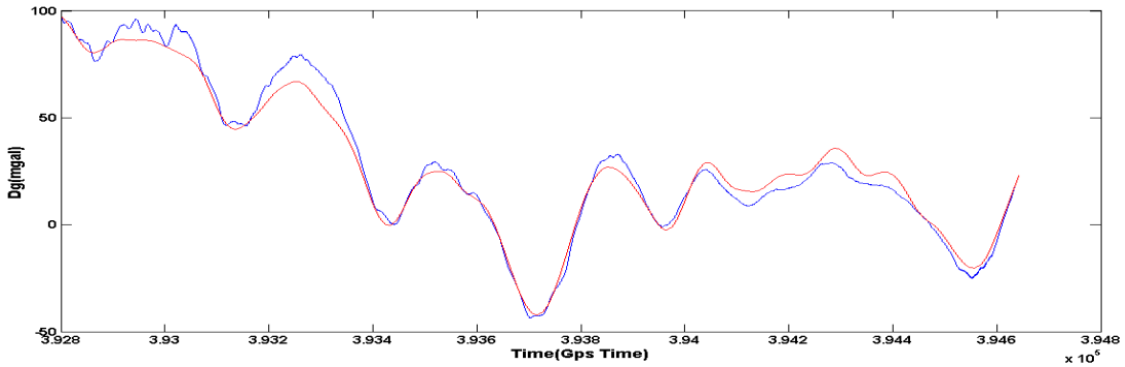
شکل ۲۰ : نوسان شتاب ثقل اسکالر محاسبه شده با استفاده از فیلتر پایین‌گذر با پنجره همینگ بعد از اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی (رنگ آبی) و نوسان شتاب ثقل نقاط کنترل (رنگ قرمز) در مسیر پرواز اول



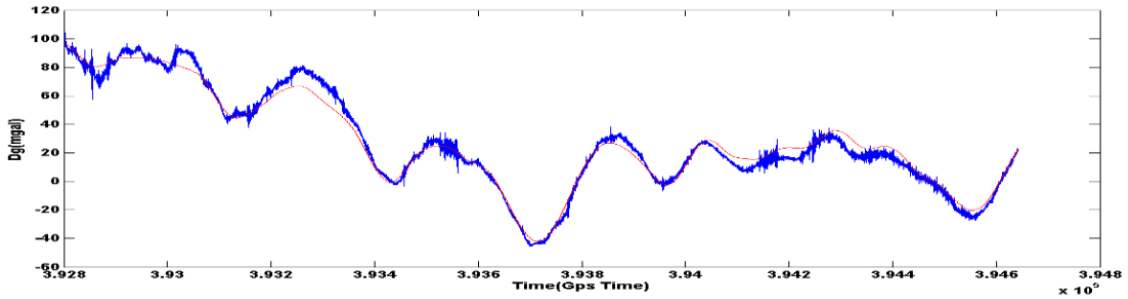
شکل ۲۱ : نوسان شتاب ثقل اسکالر محاسبه شده با استفاده از فیلتر پایین‌گذر با پنجره بلکمن بعد از اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی (رنگ آبی) و نوسان شتاب ثقل نقاط کنترل (رنگ قرمز) در مسیر پرواز اول

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

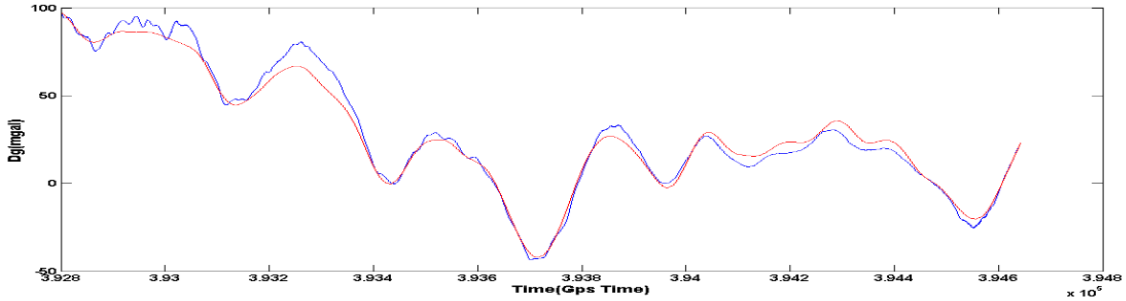
[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]



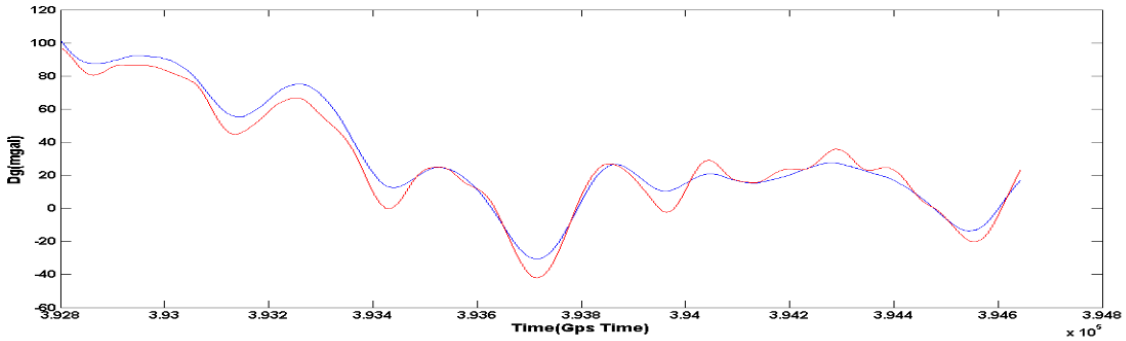
شکل ۲۲ : نوسان شتاب ثقل اسکالر محاسبه شده با استفاده از فیلتر پایین‌گذر با پنجره حاصلضرب پنجره‌های هنینگ و بلکمن بعد از اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی (رنگ آبی) و نوسان شتاب ثقل نقاط کنترل (رنگ قرمز) در مسیر پرواز اول



شکل ۲۳ : نوسان شتاب ثقل اسکالر محاسبه شده با استفاده از فیلتر پایین‌گذر با پنجره کایزر با پارامتر $\beta = 0.1$ بعد از اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی (رنگ آبی) و نوسان شتاب ثقل نقاط کنترل (رنگ قرمز) در مسیر پرواز اول



شکل ۲۴ : نوسان شتاب ثقل اسکالر محاسبه شده با استفاده از فیلتر پایین‌گذر با پنجره کایزر با پارامتر $\beta = 10$ بعد از اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی (رنگ آبی) و نوسان شتاب ثقل نقاط کنترل (رنگ قرمز) در مسیر پرواز اول



شکل ۲۵ : نوسان شتاب ثقل اسکالر محاسبه شده با استفاده از فیلتر **B-spline** بعد از اعمال فیلتر کالمن و تناظریابی نهایی (رنگ آبی) و نوسان شتاب ثقل نقاط کنترل (رنگ قرمز) در مسیر پرواز اول

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]

همان‌طور که در اشکال نمایش داده شده نوسان شتاب ثقل به‌دست آمده از فیلترهای پایین‌گذر با پنجره مستطیلی و پنجره کایزر با پارامتر $\beta = 0.1$ دارای نویز بسیار بالایی است. به همین علت این پنجره‌ها برای ثقل‌سنجی مناسب نمی‌باشند. در مورد سایر پنجره‌ها پارامتر RMSE آنها نسبت به نقاط کنترل محاسبه گردید که به‌صورت جدول (۱۸) است. نتایج این جدول نیز با نتایجی که در طراحی پنجره‌ها ذکر گردید هم‌خوانی دارد.

جدول ۱۸: مقایسه RMSE پنجره‌های مختلف

پنجره	RMSE(mGal)
بارتلت	۵٫۲۱
هنینگ	۴٫۹۱
همینگ	۴٫۹۵
بلکمن	۴٫۸۸
حاصلضرب هنینگ و بلکمن	۴٫۹۲
کایزر با پارامتر $\beta = 10$	۴٫۸۷
فیلتر B-Spline	۴٫۹۰

۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق از فیلتر پایین‌گذر با پنجره‌های گوناگون برای نرم‌سازی شتاب‌های GPS و INS در ثقل‌سنجی هوایی استفاده و نتایج آن با روش B-spline مقایسه گردید. مشاهده شد که برخی پنجره‌ها به نتایج بهتر از روش B-spline منجر می‌شود. از میان پنجره‌ها بهترین نتیجه را پنجره کایزر ایجاد می‌کند در صورتی که پارامتر β در آن به درستی انتخاب گردد. پنجره‌های بلکمن و هنینگ و همچنین حاصل‌ضرب هنینگ در بلکمن هم نتایج خوبی را ایجاد می‌کنند. مزیت پنجره کایزر نتیجه بهتر آن در صورت انتخاب مناسب پارامتر β می‌باشد. پنجره‌های هنینگ، بلکمن و حاصلضرب این دو دارای این مزیت هستند که پارامتر تجربی بتا را ندارند و در طراحی آنها تابع بسل وجود نداردکه این امر طراحی آنها را آسان‌تر می‌کند. برتری استفاده از فیلتر پایین‌گذر نسبت به روش B-Spline، آسان‌تر بودن روش طراحی و از طرفی کم بودن زمان اجرای آن است. یکی دیگر از محاسن این نوع فیلتر قابلیت کنترل نرم‌سازی آن با استفاده از مرتبه فیلتر می‌باشد تا در نهایت شتاب ثقلی با دقت مورد نظر حاصل گردد.

مراجع

[1] R. H. Rapp and N. K. Pavlis, "The development and analysis of geopotential coefficient models to spherical harmonic degree 360," Journal of Geophysical Research: Solid Earth, vol. 95, pp. 21885-21911, 1990.

[2] C. Jekeli, "An analysis of vertical deflections derived from high-degree spherical harmonic models," Journal of Geodesy, vol. 73, pp. 10-22, 1999.

[3] W. G. Heller and S. Jordan, "Error analysis of two new gradiometer-aided inertial navigation systems," J of Spacecr, vol. 13, pp. 340-347, 1976.

[4] K. Schwarz, Y. Li, and M. Wei, "The spectral window for airborne gravity and geoid determination," in Proceedings of the International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation, Banff, AB, Canada, 1994, pp. 445-456.

[5] C. Jekeli, Inertial navigation systems with geodetic applications: Walter de Gruyter, 2001.

[6] J. Kwon and C. Jekeli, "A new approach for airborne vector gravimetry using GPS/INS," Journal of Geodesy, vol. 74, pp. 690-700, 2001.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]

[7] T. W. Parks and C. S. Burrus, Digital filter design: Wiley-Interscience, 1987.

[8] A. V. Oppenheim, R. W. Schafer, and J. R. Buck, "Others, Discrete-time signal processing, vol. 2," ed: Prentice-hall Englewood Cliffs, 1989.

[9] E. Cunningham, "Digital filtering-an introduction, 1995," ed: John Wiley and Sons.

[10] M. Senobari, "New results in airborne vector gravimetry using strapdown INS/DGPS," Journal of Geodesy, vol. 84, pp. 277-291, 2010.

[11] M. Senobari, "Airborne vector gravimetry Using INS/GPS", Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, MSc Thesis, K.N.Toosi University of Technology, 2005.

[12] W. Heiskanen and H. Moritz, "Physical Geodesy WH Freeman and Company San Francisco", London Google Scholar, 1967.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]

K. N. TOOSI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
FACULTY OF GEODESY AND GEOMATICS ENGINEERING

Journal of Geospatial Information Technology
Vol.5, No.4, Winter 2018

Scalar Airborne Gravimetry Using Low Pass Filter with Different Windows

Ahmad Ghonchi[1], Yazdan Amerian [2*], Mohammad Shakibay Senobari[3]

1- M.Sc. Student of Geodesy, Faculty of Geodesy and Geomatics, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran
2- Assistant Professor, Faculty of Geodesy and Geomatics, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran
3- M.Sc. in Geodesy, Faculty of Geodesy and Geomatics, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

Abstract

In airborne gravimetry, the integration of Global Positioning System (GPS) and Inertial Navigation System (INS) is used for Earth gravity field recovery. GPS position is noisy and the GPS acceleration which is the second derivate of GPS position will be noisy too and noise amount of GPS acceleration exacerbates due to the computational errors of differentiation process. The INS acceleration also has high amount of noise. Digital low-pass differentiator filter is used to calculate the GPS acceleration from GPS position and reduce the GPS acceleration noise as much as possible. Then digital low-pass filter with different windows have been used to smooth and reduce noise of the GPS and INS acceleration. Gravity is determined by differentiating the smoothed GPS and INS acceleration. Gravity disturbance is computed as the difference of computed gravity and normal gravity. The INS accelerometer and gyroscope errors includes bias, scale factor and random noise affect the accuracy of calculated gravity disturbance. The gravity disturbance value as observations and the error dynamic equations of the INS are applied in a Kalman filter for INS errors estimation. This paper has shown that using low-pass filters with product of Hanning and Blackman window, Blackman window and Kaiser window with appropriate parameter as a smoothing method will be rulted in gravity with the accuracy about 1 mGal which is comparable with B-spline smoothing method which has been applied to this data before. Comparing low-pass filter and B-spline smoothing methods, simplicity and less time consuming can be mentioned as low-pass filter advantages. Also the degree of smoothing can be controlled using filter order.

Key words: GPS, INS, Digital Low Pass Filter, Smoothing, Gravity

Correspondence Address. Yazdan Amerian, Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, K.N.Toosi University of Technology, Vali_Asr St., Mirdamad Cross, Tehran, Iran
Tel: +98(21)88877071 (Ext: 302)
Email : amerian@kntu.ac.ir

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOI: 10.29252/jgit.5.4.147]