

آنالیز هندسی تغییر شکل سد گتوند علیا با استفاده از مشاهدات شبکه پایش ژئودتیک دائم

منور ابراهیمی پور^۱، یزدان عامریان^{۲*}، مهدی روفیان نائینی^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی، دانشکده مهندسی نقشه برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۲- استادیار دانشکده مهندسی نقشه برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۵/۰۳ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۱۰/۲۳

چکیده

در این مقاله با استفاده از بردارهای جابجایی روزانه، ماهانه، فصلی و سالانه حاصل از مشاهدات دائم شبکه پایش ژئودتیک سد گتوند علیا، آنالیز دو بعدی تغییر شکل برای نواحی بدنه و تاج سد صورت گرفته و تانسور کرنش صفحه‌ای و مفسرهای ناوردای آن همچون اتساع و ماکزیمم برش محاسبه شده‌اند. از آنجا که المان محدود خطی به‌درستی روند تغییر شکل واقعی سد مزبور را آشکار نمی‌سازد، در نتیجه تحلیل تغییر شکل این سد با به‌کارگیری روش المان محدود غیرخطی بر مبنای درون‌یابی پیوسته بزیر مکعبی صورت گرفته و تانسور کرنش خطی بر مبنای نگرش لاگرانژی محاسبه گردیده است. نتایج به دست آمده از کمیت اتساع حاصل از مشاهدات روزانه، مربوط به روز پنج آبان از سال‌های ۹۳ و ۹۴، نشان‌دهنده این مطلب است که اکثر نقاط شبکه دستخوش انبساط بوده‌اند. این در حالی است که در همان روز از سال ۹۵، دستخوش انقباض شده‌اند. از طرفی، نتایج حاصل از مشاهدات ماهانه مربوط به ماه شهریور از سال‌های ۹۳ و ۹۴ نشان می‌دهد که اکثر نقاط شبکه دچار انقباض شده، اما در شهریور ماه سال ۹۵ دچار انبساط شده‌اند. نتایج به دست آمده از کمیت اتساع حاصل از مشاهدات فصلی، برای فصل تابستان در سال ۹۳ نشان‌دهنده این مطلب است که اکثر نقاط شبکه دستخوش انقباض بوده و در فصل زمستان همان سال دستخوش انبساط بوده‌اند. همچنین بردارهای جابجایی سالانه (از تیر ۹۳ تا تیر ۹۴) نشان می‌دهند که اکثر نقاط شبکه دچار انقباض بوده است. اما مقادیر اتساع حاصل از بردارهای جابجایی سالانه (از تیر ۹۴ تا تیر ۹۵) نشان می‌دهد که اکثر نقاط شبکه دچار انبساط شده‌اند. نتایج ذکر شده حاصل از مشاهدات در بازه‌های ماهانه، فصلی و سالانه با تغییرات تراز آب پشت سد مطابقت دارد. همچنین آزمون آماری به‌منظور بررسی معنادار بودن پارامترهای ناوردای حاصل از مشاهدات انجام گردید.

کلیدواژه‌ها: آنالیز هندسی تغییر شکل، المان محدود غیرخطی، تانسور کرنش، آزمون آماری.

* نویسنده مکاتبه کننده: دانشکده مهندسی نقشه برداری دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۱- مقدمه

امروزه مطالعه تغییر شکل سازه‌های مهندسی همچون سدها، نیروگاه‌ها و برج‌ها از جمله مباحث مورد علاقه مهندسی نقشه‌برداری بوده و از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است. این تغییر شکل بر اثر نیروهای داخلی و یا خارجی وارد بر ذرات تشکیل‌دهنده جسم ایجاد می‌شود. سازه‌های مهندسی معمولاً به دو روش ژئوتکنیکی و ژئودتیکی (ژئودزی) مورد پایش قرار می‌گیرند. امروزه در ایران همه سدهای کشور دارای ابزارهای دقیق کنترل بوده و همچنین به صورت دوره‌ای با مشاهدات ژئودزی مورد پایش قرار می‌گیرند. در سال‌های اخیر، مطالعات گسترده‌ای جهت آنالیز تغییر شکل سدها به کمک مشاهدات ژئودتیکی صورت پذیرفته است. به‌عنوان مثال می‌توان به پایان‌نامه کارشناسی ارشد قره‌باغی با موضوع آنالیز تغییر شکل سدها از طریق تلفیق مشاهدات ژئودزی زمینی و ماهواره‌ای اشاره کرد [۱]. عمادعلی به رفتارسنجی سد خاکی مارون بهبهان با استفاده از مشاهدات ژئوتکنیکی و ژئودتیکی پرداخته‌است [۲]. جمور و همکاران به مطالعه میزان لغزش زمین و آنالیز تغییر شکل در توده رانشی جناح راست سد مهاباد با استفاده از مشاهدات سیستم تعیین موقعیت جهانی (GPS)^۱ پرداخته‌اند [۳]. دنگ و همکاران با استفاده از روش کمترین مربعات، آنالیز تغییر شکل سدها را مورد بررسی قرار دادند [۴]. اردلان و روفیان نائینی به محاسبه تغییر شکل شبکه ژئودینامیک کشور با استفاده از تانسور کرنش از راه تغییرات طول‌ها و زاویه‌ها پرداختند [۵]. از عمده‌ترین تحولات سال‌های اخیر امکان پایش دائمی سدها به طور خودکار می‌باشد که توسط گیرنده‌های GPS و دستگاه‌های توتال استیشن اتوماتیک انجام می‌شود. در ایران نیز این موضوع مد نظر قرار گرفته و تنها سدی که دارای

این نوع از پایش است، سد گتوند علیا می‌باشد. سد گتوند علیا یکی از بزرگ‌ترین سدهای ایران است که از نوع سنگریزه‌ای با هسته رسی دارای ۷۶۰ متر طول تاج و ۱۷۸ متر ارتفاع از پی بوده و در استان خوزستان در مجاورت شهر گتوند احداث گردیده است. با توجه به حجم و ابعاد سازه سد و حساسیت ویژه آن، از تیر ماه سال ۱۳۹۰ به منظور محاسبه و تعیین جابجایی نقاط نشانه‌روی^۲ سد، از روش پایش دائم استفاده شده است. مشاهدات این روش شامل بردارهای جابجایی روزانه، ماهانه، فصلی و سالانه از ابتدای سال ۹۲ تاکنون می‌باشد [۶]. پرواضح است که تعبیر و تفسیر تغییر شکل با کمک بردارهای جابجایی کاری دشوار بوده و علاوه بر آن از دیدگاه مهندسی سازه نیز کمیت مورد نیاز برای بررسی وضعیت سازه، تنش وارد بر سد بوده که دستیابی به آن نیازمند کرنش سازه است. همچنین فرمول ریاضی جابجایی‌ها به صورت تحلیلی در اختیار ما قرار ندارند و تنها با استفاده از اندازه‌گیری‌ها، مختصات سه بعدی و بردارهای جابجایی نقاط به صورت گسسته به دست می‌آیند. از این رو در محاسبه تانسورهای تغییر شکل نیازمند مشتقات مولفه‌های بردار جابجایی و سایر کمیت‌های هندسی دیگر می‌باشیم که همگی نیازمند روابط پیوسته آن‌ها می‌باشد. لذا شکل پیوسته این توابع، باید با استفاده از روش‌های درونیابی مناسب از طریق مشاهدات موجود، با بهترین تقریب به دست آید [۷]. سیستم پایش دائم^۳ سد گتوند علیا شامل دو ایستگاه (پیلار) توتال ۱ استیشن در دو طرف بدنه سد به نام‌های TPSR و TPSL که مجهز به گیرنده GPS نیز هستند، می‌باشد. هم‌چنین دو ایستگاه GPS در دو طرف بدنه سد به نام‌های GPSR و GPSL وجود دارد. این چهار ایستگاه خارج از بدنه سد ایجاد شده‌اند. در ابتدا مختصات این چهار ایستگاه در سیستم تصویر به‌صورت

² Target³ Permanent Monitoring¹ Global Positioning System

مبنای درون‌یابی مرتبه یک پیوسته بزیر مکعبی^۱ استفاده می‌شود. در این روش منطقه مورد مطالعه با کمک مثلث بندی دلونی به نواحی کوچک‌تر افزاز می‌شود و در محدوده این المان‌ها شکل توابع به صورت تحلیلی با توابع هموار و غیرخطی با در نظر گرفتن قیود مشخص تقریب زده می‌شود و کرنش در هر یک از این المان‌ها از روابط خطی محاسبه می‌شود. سپس از آزمون‌های آماری با هدف بررسی معنادار بودن تفاوت پارامترهای ناوردا استفاده می‌گردد [۸].

۲- نظریه تغییر شکل

مطالعه تغییر شکل اجسام در حوزه مبحث مکانیک محیط‌های پیوسته بررسی می‌شود. بیان قوانین تغییر شکل از نقطه نظر ریاضی به این صورت است که هر جسم به صورت یک محیط پیوسته در نظر گرفته می‌شود. به طوری که فرض می‌شود ماده در تمام فضای جسم توزیع پیوسته دارد. مطابق شکل (۱) در آنالیز تغییر شکل، همواره ویژگی‌های جسم در دو وضعیت مرجع^۲ و وضعیت جاری^۳ مورد مقایسه قرار می‌گیرد. بنابراین با تعریف یک دستگاه مختصات در فضای جسم می‌توان توصیف ریاضی از جابجایی ذرات جسم بین این دو وضعیت، در موقعیت‌های زمانی متفاوت داشت. این دستگاه مختصات در وضعیت مرجع، دستگاه مختصات لاگرانژی و در وضعیت جاری، دستگاه مختصات اویلری نامیده می‌شود. بردار موقعیت نقاط در وضعیت مرجع را با X و در وضعیت جاری را با x نشان می‌دهند. بنابراین در حالت کلی، معادلات تغییر شکل جسم را می‌توان به صورت زیر بیان کرد [۵]:

رابطه (۱)

$$x_i = F^i(X_k, t), \quad i=1,2,3, \quad k=1,2,3$$

در معادله فوق، X_i و x_i به ترتیب مولفه‌های

لحظه‌ای توسط نرم‌افزار Spider پردازش و محاسبه می‌گردد و مختصات لحظه‌ای ایستگاه‌های دائمی مشاهداتی توتال استیشن از طریق نرم‌افزار GeoMos به توتال استیشن‌ها داده می‌شود. در نرم‌افزار GeoMos با ثابت در نظر گرفتن مختصات پیلارهای TPSR و TPSL، مختصات نقاط نشانه‌روی بدنه و سرریز سد، محاسبه شده و در نتیجه مقادیر بردارهای جابجایی نقاط نشانه‌روی در بازه‌های زمانی روزانه، ماهانه، فصلی و سالانه محاسبه و ترسیم می‌گردد. در روش پایش پیوسته، زمان انجام مشاهدات به صورت اتوماتیک و توسط نرم افزارهای موجود قابل برنامه‌ریزی است. با توجه به فعالیت دائمی سیستم پایش دائم، امکان انجام مشاهدات و دسترسی به اطلاعات جمع‌آوری شده بدون نیاز به اپراتور وجود داشته و لذا برخلاف روش کلاسیک، در این روش متناسب با افزایش ارتفاع آب مخزن، به صورت لحظه‌ای امکان بررسی وضعیت نقاط نشانه فراهم می‌گردد. بردارهای جابجایی نقاط پایش سد مذکور که شامل ۵۰ نقطه در تاج و بدنه سد است، در بازه‌های زمانی مختلف در دسترس می‌باشند.

هدف این مقاله، آنالیز دو بعدی تغییر شکل سد گتوند علیا می‌باشد. بردارهای جابجایی به سبب وابستگی به سیستم مختصات، ابزار مناسبی برای آنالیز تغییر شکل نمی‌باشند و بر همین اساس در این تحقیق از تانسور کرنش برای مطالعه تغییر شکل سد استفاده شده است. از آنجا که تانسور کرنش وابسته به مشتقات بردار جابجایی است، لذا برای محاسبه آن می‌بایست شکل پیوسته بردار جابجایی سد معلوم باشد. با توجه به اینکه شکل تحلیلی بردار جابجایی در مسئله حاضر در اختیار نمی‌باشد، به منظور برآورد مشتقات آن می‌بایست شکل تحلیلی بردار جابجایی از طریق روش‌های درون‌یابی تخمین زده شود. بدین‌منظور در مطالعه پیش رو از روش المان محدود غیرخطی بر

¹ Cubic Bezier

² Reference State

³ Current State

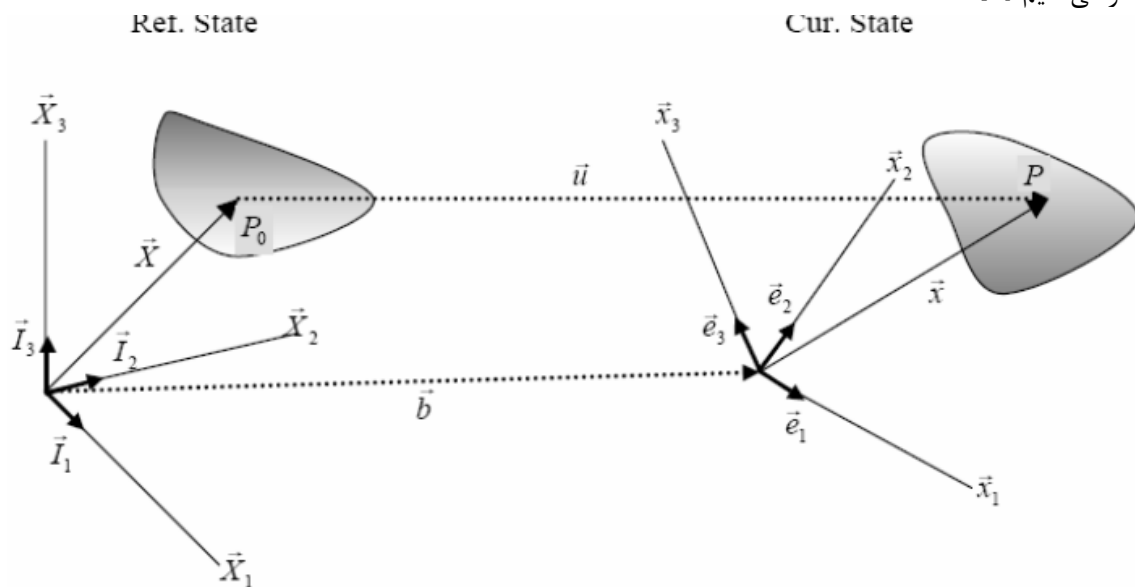
رابطه (۲) $ds^2 = dx_i dx_i, dS^2 = dX_i dX_i$
 از تفاضل این دو المان طولی در وضعیت مرجع و وضعیت جاری داریم [۵]:

$$ds^2 - dS^2 = 2E_{ij} dX_i dX_j \quad \text{رابطه (۳)}$$

که در آن E تانسور کرنش بوده که مولفه‌های آن با رابطه (۴) بیان می‌شوند که در آن δ_{ij} تابع دلتای کرونگر است.

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial x_k}{\partial X_i} \frac{\partial x_k}{\partial X_j} - \delta_{ij} \right) \quad \text{رابطه (۴)}$$

مسطحاتی در وضعیت مرجع و جاری بوده و F^i تابع تغییر شکل است. برای آنالیز تغییر شکل نیاز به کمیت‌هایی است که به کمک آن‌ها بتوان تغییر شکل را تفسیر کرد. همچنین به منظور عدم وابستگی به دستگاه مختصات، لازم است این کمیت‌ها ناورد (مستقل از تعریف سیستم مختصات) باشند. همان‌طور که اشاره شد، کمیت تانسور کرنش حاوی اطلاعات ناوردا از تغییر شکل است. برای دستیابی به معادلات ریاضی تانسور کرنش از تعریف دو المان طولی در وضعیت مرجع و وضعیت جاری به صورت زیر آغاز می‌کنیم [۵]:



شکل ۱: نمایش حالت مرجع و جاری [۵]

$$\frac{\partial x_k}{\partial X_i} = \frac{\partial u_k}{\partial X_i} + \delta_{ki} \quad \text{رابطه (۶)}$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۶) در رابطه (۴) و ساده‌سازی نتایج خواهیم داشت [۵]:

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right) \quad \text{رابطه (۷)}$$

رابطه فوق، تانسور کرنش غیرخطی در نگرش لاگرانژی است. اگر در تغییر شکل، گرادیان جابجایی کوچک باشد، آنگاه می‌توان از جملات غیرخطی در رابطه فوق صرف‌نظر نمود و تانسور کرنش خطی را به صورت زیر به دست آورد:

۳- بیان تانسورهای کرنش براساس بردار جابجایی

در کاربردهای عملی، معادلات تغییر شکل در اختیار نمی‌باشد. بلکه با اندازه‌گیری‌های ژئودتیکی بردار جابجایی را به دست می‌آوریم. برای این منظور لازم است که در رابطه (۴) تانسور کرنش را بر مبنای بردار جابجایی بیان کنیم. با توجه به شکل (۱)، بردار جابجایی u را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$u = x - X + b \quad \text{رابطه (۵)}$$

از رابطه فوق خواهیم داشت [۵]:

خطی در افزایش‌های مثلثی است. در این روش بردار جابجایی با تابعی خطی از موقعیت مطابق رابطه زیر تقریب زده می‌شود:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= a_0 + a_1X + a_2Y \\ \mathbf{v} &= b_0 + b_1X + b_2Y \end{aligned} \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

برای هر یک از المان‌های مثلثی، مولفه‌های بردار جابجایی مطابق رابطه فوق در نظر گرفته شده و از طریق مقادیر مشاهداتی بردار جابجایی در رئوس هر مثلث، مقادیر ضرایب برآورد می‌گردد. درونیایی فوق، برای محاسبه تانسور کرنش خطی، یعنی زمانی که تغییر شکل‌ها کوچک باشد مناسب است.

در این مقاله از روش المان محدود غیرخطی بر مبنای درونیایی پیوسته بزرگ مکتبی برای محاسبه تانسور کرنش غیرخطی بر مبنای نگرش لاگرانژی استفاده گردید. همانطور که گفتیم، در روش المان محدود، ابتدا فضا به کمک روش دلونی به المان‌های کوچک‌تر، در اینجا المان‌های مثلثی به مانند شکل (۲) با نقاط گره‌ای b_{ijk} تقسیم می‌گردد. سپس با کمک مقادیر عددی بردار جابجایی در رئوس هر المان، یک تابع ریاضی، برای بردار جابجایی در هر المان با روش‌های درونیایی محاسبه می‌گردد. به این تابع ریاضی، اصطلاحاً تابع شکل^۱ گفته می‌شود. در اینجا روش‌های درونیایی که جزء کلاس C^1 هستند را انتخاب می‌کنیم که دارای توابع درونیاب پیوسته مرتبه اول در مرز مشترک بین المان‌های شبکه می‌باشند. این امر به سبب ایجاد یک درونیایی هموار با حفظ پیوستگی خود تابع و مشتق مرتبه اول آن در گذر از مرز دو المان مجاور در کل شبکه حائز اهمیت می‌باشند [۸]. از طرف دیگر، برخلاف روش تقریب خطی که برای هر المان مثلثی، یک تانسور کرنش ثابت محاسبه می‌گردد و مقدار آن به مرکز المان نسبت داده می‌شود، در روش حاضر، مقدار کرنش برای هر المان وابسته به موقعیت نقطه

$$\mathbf{E}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \mathbf{u}_j}{\partial X_i} \right) \quad \text{رابطه (۸)}$$

۳-۱- مفسرهای ناوردای تغییر شکل

مقادیر ویژه تانسور کرنش کمیت‌های ناوردایی هستند که برای تفسیر تغییر شکل به کار می‌روند. به کمک این مقادیر معیارهای اسکالر تغییر شکل به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\Delta = \lambda_1 + \lambda_2, \quad \gamma = \lambda_1 - \lambda_2 \quad \text{رابطه (۹)}$$

در رابطه (۹)، λ_1 و λ_2 مقادیر ویژه‌ی تانسور کرنش بوده و از رابطه (۱۰) به دست می‌آیند:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{E}_{11} + \mathbf{E}_{22} \pm \sqrt{(\mathbf{E}_{11} - \mathbf{E}_{22})^2 + 4\mathbf{E}_{12}} \right)$$

و همچنین در رابطه (۹)، Δ کمیت اتساع نامیده شده که تفسیر هندسی آن تغییر مساحت واحد سطح است. در واقع Δ بخش ایزوتروپیک تغییر شکل را بیان می‌کند. کمیت γ نیز ماکزیمم برش بوده و مقدار آن همیشه مثبت می‌باشد. این کمیت بخش غیرایزوتروپیک تغییر شکل را در همسایگی کوچک یک نقطه نشان می‌دهد [۵].

۳-۲- محاسبه عددی مولفه‌های تانسور کرنش

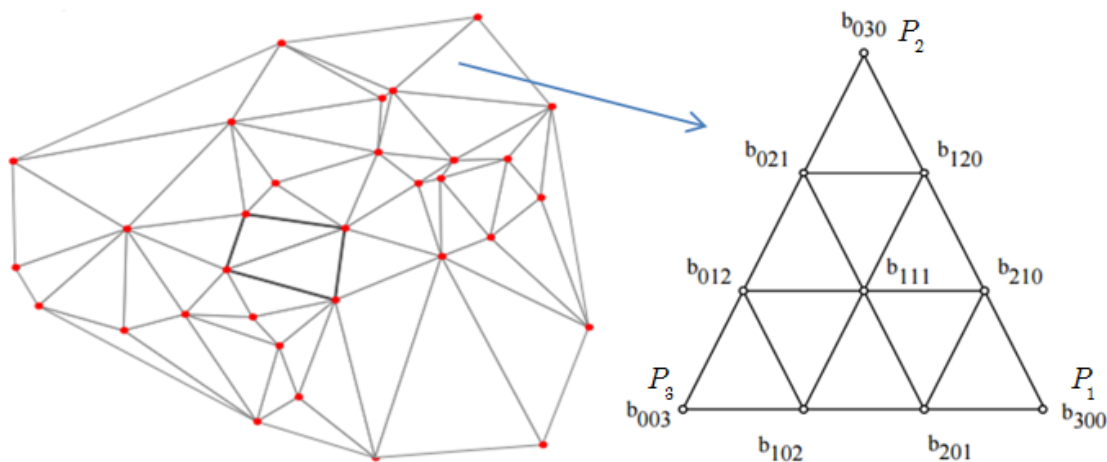
با توجه به رابطه (۷ و ۸) دیده می‌شود که به منظور محاسبه مولفه‌های تانسور کرنش، نیاز به مشتقات بردار جابجایی بر حسب موقعیت می‌باشد. بنابراین لازم است که شکل تحلیلی بردار جابجایی در اختیار باشد. اما از آنجا که مقادیر عددی بردار جابجایی سد، تنها در برخی از نقاط به صورت گسسته اندازه‌گیری شده است، لذا می‌بایست شکل پیوسته آن از طریق روش‌های درونیایی و تقریب محاسبه گردد. یکی از روش‌های قدرتمند در این مبحث، استفاده از تکنیک المان محدود است که در آن، کل سد به نواحی کوچکتری افزاز شده و در محدوده هر ناحیه، بردار جابجایی با توابعی مشخص از موقعیت تقریب زده می‌شود. از روش‌های معمول و پرکاربرد در این زمینه، تقریب

^۱ Shape Function

تعریف می‌شوند.

$$W_i = F(x_i, y_i), i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (12)$$

که در آن W_i از طریق مشاهدات در اختیار است. در اینجا هدف یافتن شکل ریاضی تابع $F(x_i, y_i)$ است که در نقاط فوق دارای مقادیر اندازه‌گیری شده W_i باشد. برای تعیین شکل ریاضی تابع $F(x_i, y_i)$ از روش المان محدود غیرخطی و درونیابی بزیمرمکعبی استفاده می‌کنیم. b_{ijk} مقدار تابع F در این نقاط گرهی است. طبق فرض تنها مقادیر b_{030} ، b_{003} و b_{300} از طریق مشاهدات در اختیار می‌باشند. سایر b_{ijk} باید از طریق محاسبات و به‌صورتی که در ادامه ذکر می‌گردد، تعیین شوند [۸ و ۷].



شکل ۲: نمایش المان مثلثی بزیمرمکعبی [۸]

در روش درونیابی بزیمرمکعبی، تابع درونیاب، در مرکز

$$P(u, v, w) = c_1 P_1(u, v, w) + c_2 P_2(u, v, w) + c_3 P_3(u, v, w) \quad (13)$$

رابطه (۱۳)، توابع مثلثی بزیمرمکعبی نام دارند و با رابطه کلی زیر بر حسب مقادیر b_{ijk} تعریف می‌گردند [۷].

در رابطه فوق، $c_i, i = 1, 2, 3$ با شرط $c_1 + c_2 + c_3 = 1$ توابع وزن در هر مثلث بوده و همچنین u, v, w مختصات باریسنتریک^۱ نقاط داخل هر مثلث می‌باشد. چند جمله‌ای‌های P_i در

¹ Barycentric Coordinate

$$P_1(u, v, w) = b_{300}u^3 + b_{030}v^3 + b_{003}w^3 + 3b_{210}u^2v + 3b_{201}u^2w + 3b_{120}uv^2 + 3b_{102}uw^2 + 3b_{021}v^2w + 3b_{012}vw^2 + 6b_{111}uvw \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

اندازه‌گیری کمیت‌های دیگر محاسبه شده است، از این رو براساس اصل اندازه‌گیری، این تانسور در حکم یک متغیر تصادفی^۱ در نظر گرفته شده و فرض می‌شود که از تابع توزیع نرمال تانسوری گاوس-لاپلاس^۲ پیروی می‌کنند [۵]. در ادامه دو آزمون آماری به‌منظور بررسی معنی‌دار بودن مولفه‌های تانسور کرنش و مفسرهای ناوردای آن ارائه می‌شود. هدف از این دو آزمون، آزمایش اندازه مقادیر ویژه و جهت ماکزیمم برش در مقابل یک مقدار فرضی است. این کمیت‌ها را با بردار ξ به‌صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$\xi = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \alpha \end{bmatrix} \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

که در آن λ_1 و λ_2 مقادیر ویژه و α جهت ماکزیمم برش بوده و با روابط زیر بر حسب مولفه‌های تانسور کرنش تعریف می‌گردند:

$$\begin{aligned} E_{11} &= \lambda_1 \cos^2 \alpha + \lambda_2 \sin^2 \alpha \\ E_{12} = E_{21} &= \frac{1}{2} (\lambda_2 - \lambda_1) \sin 2\alpha \\ E_{22} &= \lambda_1 \sin^2 \alpha + \lambda_2 \cos^2 \alpha \end{aligned} \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

برای انجام این آزمون‌های آماری فرض می‌کنیم که n نمونه از تانسور کرنش در اختیار باشد (تانسور کرنش از چند طریق مشاهده شده باشد. در واقع در اینجا مولفه‌های تانسور کرنش به‌عنوان مشاهده در نظر گرفته می‌شوند). مولفه‌های این تانسورها را در ماتریس زیر ذخیره می‌کنیم:

$$Y = \begin{bmatrix} y_{1,1} & \dots & y_{1,n} \\ y_{2,1} & \dots & y_{2,n} \\ y_{3,1} & \dots & y_{3,n} \end{bmatrix} \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

که در آن

در رابطه فوق مختصات‌های بزیر $b_{300}, b_{030}, b_{003}$ در سه رأس المان مثلثی بزیر به ترتیب برابر با مقادیر عددی تابع در رئوس P_1, P_2 و P_3 از مثلث بزیر در شکل (۲) هستند. سایر نقاط کنترل یعنی b_{ijk} روی اضلاع المان مثلثی بزیر می‌باشد. همچنین برای کوتاه‌تر شدن ساختار مقاله، جزئیات روش درون‌یابی مورد استفاده در این بخش شرح داده نخواهد شد. برای آشنایی بیشتر، به مقاله ملکشاهیان و روفیان‌نائینی (۱۳۹۵) مراجعه شود [۸].

۳-۳- استفاده از بیضی کرنش برای تفسیر تغییر شکل

بیضی کرنش یکی دیگر از راه‌های بیان تفسیر تغییر شکل جسم می‌باشد. در اینجا مقادیر ویژه تانسور کرنش برابر نیم قطر بزرگ و کوچک بیضی در نظر گرفته می‌شود. شکل و ابعاد بیضی کرنش را می‌توان به این صورت تفسیر کرد که اگر برش صورت نگرفته باشد، بیضی کرنش تبدیل به دایره می‌شود و در صورت وقوع انقباض و انقباض، به‌ترتیب مقادیر ویژه، مثبت و منفی خواهد بود. اگر مقادیر ویژه مثبت باشند، پیکان‌هایی رو به بیرون در امتداد قطرهای آن رسم می‌شوند. از طرفی، اگر مقادیر ویژه منفی باشند، شکل مقطع مخروطی مربوطه، هذلولی است، اما به جای آن قدرمطلق مقادیر ویژه به‌منزله‌ی ابعاد بیضی در نظر گرفته می‌شود و فقط نوک پیکان‌ها برای نشان دادن منفی بودن مقادیر ویژه به سمت داخل رسم می‌شوند. جهت قطرهای بیضی نشان‌دهنده‌ی جهت‌هایی است که در امتداد آن‌ها حداکثر و حداقل برش صورت گرفته است [۵].

۳-۴- آنالیز آماری

در مسئله حاضر، با توجه به اینکه تانسور کرنش از راه

¹ Random Tensor

² Tensor Valued Gauss-Laplace

رابطه (۱۸)

$$y_{1,1} = E_{11}, \quad y_{2,1} = E_{21} = E_{12}, \quad y_{3,1} = E_{22}$$

مولفه‌های تانسور کرنش می‌باشند. به‌عنوان مثال $y_{3,2}$ مولفه E_{22} نمونه دوم است.

به‌منظور آزمایش برابر بودن المان‌های ویژه با مقدار ξ_0 ، در مقابل مقدار فرضی ξ_0 ، فرض آماری در این آزمون به صورت زیر بیان می‌شود [۵]:

$$H_0: \xi = \xi_0 \quad H_a: \xi \neq \xi_0 \quad (19)$$

آماره ریاضی که در اینجا در نظر گرفته می‌شود، به‌صورت زیر است:

رابطه (۲۰)

$$T^2 = \left(\frac{n}{n-1} \right) [\xi - \xi_0]^T A^T \sum_{y=1}^n A [\xi - \xi_0]$$

که در آن Σ_y ماتریس وریانس-کووریانس نمونه مشاهداتی Y بوده و ماتریس A با رابطه (۲۱) تعریف می‌گردد:

رابطه (۱)

$$A = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & \lambda_2 - \lambda_1 \sin 2\alpha \\ \frac{1}{2} \sin 2\alpha & -\frac{1}{2} \sin 2\alpha & -\lambda_2 - \lambda_1 \cos 2\alpha \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & -\lambda_2 - \lambda_1 \sin 2\alpha \end{bmatrix}$$

ماتریس A به ازای مقادیر ویژه ξ_0 برآورد می‌گردد. این آماره از تابع توزیع فیشرفر تبعیت می‌کند. با انتخاب یک سطح اطمینان مشخص، می‌توانیم در مورد درستی یا رد فرض صفر تصمیم‌گیری کنیم.

۴- نتایج عددی

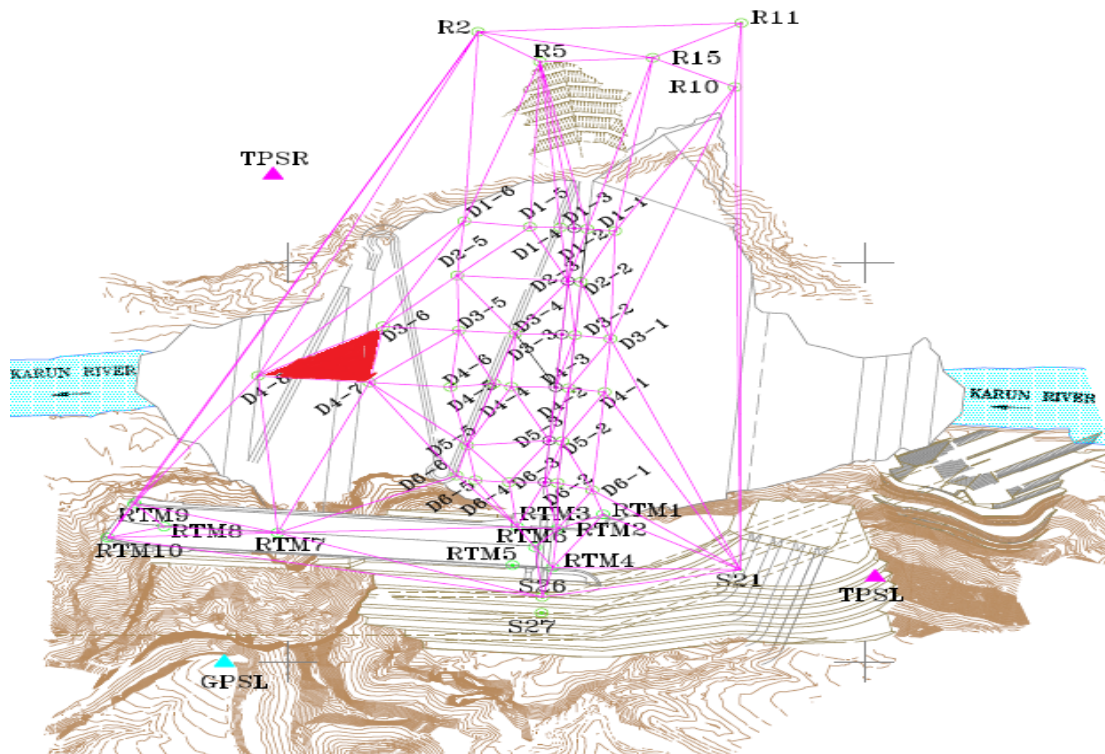
سد گتوند علیا از نوع سدهای خاکی بوده و با توجه به رفتار سدهای خاکی، جابجایی‌های معناداری را می‌توان در تاج و بدنه این سد انتظار داشت. بدین منظور در این مقاله آنالیز تغییر شکل این سد مد نظر قرار گرفته است. در گام نخست مختصات‌های ۵۰ نقطه پایش دائم سد گتوند علیا در سیستم مختصات UTM و بردارهای جابجایی نقاط در بازه زمانی ۱۳۹۳ تا ۱۳۹۵ از شرکت توسعه منابع آب و نیروی ایران اخذ گردید. شکل (۳) پراکندگی نقاط

شبکه پایش دائم ژئودتیک سد گتوند علیا و مثلث‌بندی دلونی انجام شده بر روی نقاط این شبکه را نشان می‌دهد.

نمودار شکل (۴) میزان حداکثر تراز آب پشت سد را از ابتدای آبیگری تاکنون نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود حداکثر تراز آب در شهریور سال ۹۳ اتفاق افتاده است. در نتیجه از بردارهای جابجایی این ماه مقادیر کرنش‌های اصلی شبکه محاسبه گردید. در شکل (۵) مقادیر کرنش‌های اصلی (در راستای بردارهای ویژه تانسور کرنش) برای هر المان به همراه بیضی کرنش مربوطه نمایش داده شده است که نشان‌دهنده جهت‌های ماکزیمم و مینیمم تغییر شکل هستند. همان‌طور که مشخص است، به‌طور تقریب بیشترین تغییر شکل در راستای عمود بر دیواره سد و کمترین در راستای دیواره سد می‌باشد.

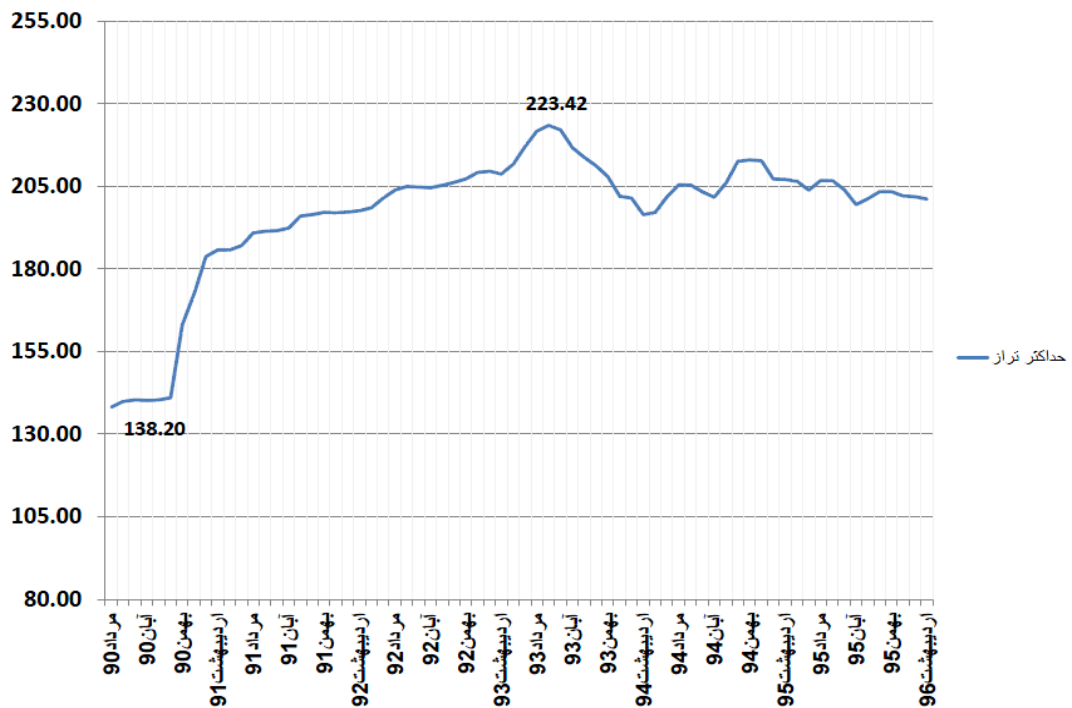
در گام بعد، تانسور کرنش صفحه‌ای و مفسرهای ناوردای آن همچون اتساع و ماکزیمم برش با استفاده از روش المان محدود غیرخطی در هر المان مثلثی به‌منظور تفسیر هندسی تغییر شکل، برآورد گردیده است. در شکل (۶ و ۸) مقادیر کمیت اتساع حاصل از مشاهدات روزانه، مربوط به روز ۵ آبان از سال‌های ۹۳ و ۹۴ نشان داده شده‌اند. مقادیر مثبت کمیت اتساع نشان‌دهنده کشیدگی و مقادیر منفی نشان‌دهنده انقباض شبکه است. این شکل‌ها نشان‌دهنده این مطلب است که اکثر نواحی واقع در تاج و بدنه سد دستخوش انقباض بوده‌اند. شکل (۷ و ۹) مقادیر کمیت ماکزیمم برش حاصل از همان مشاهدات را نشان می‌دهد که همان‌طور که از رابطه ریاضی مربوط به آن انتظار می‌رود، مقدار این کمیت همواره مثبت است. شکل (۱۰) کمیت اتساع حاصل از مشاهدات روزانه، مربوط به روز ۵ آبان از سال ۹۵ را نشان می‌دهد که مقادیر اتساع نشان‌دهنده این مطلب است که اکثر بخش‌ها دچار انقباض و تنها بخش شمال شرقی شبکه دچار انقباض شده است. شکل (۱۱) کمیت ماکزیمم برش مربوط به همان روز از سال ۹۵ را

نشان می‌دهد.

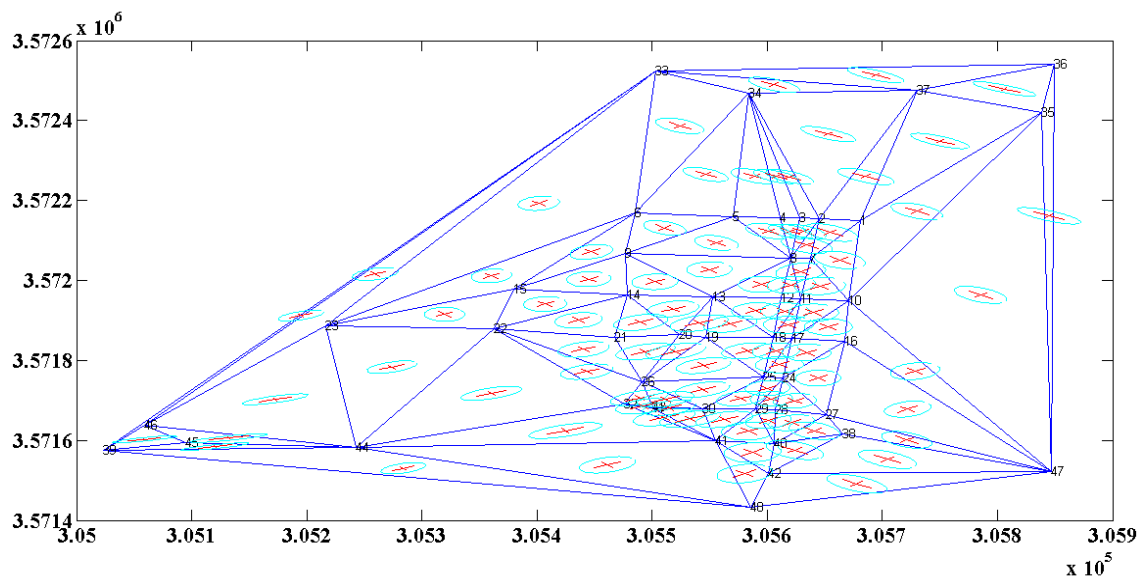


شکل ۳: جانمایی موقعیت نقاط موجود در شبکه پایش دائم ژئودتیک و مثلث بندی دلونی نقاط

حداکثر تراز



شکل ۴: سطح تراز مخزن سد از ابتدای آبدگیری تاکنون



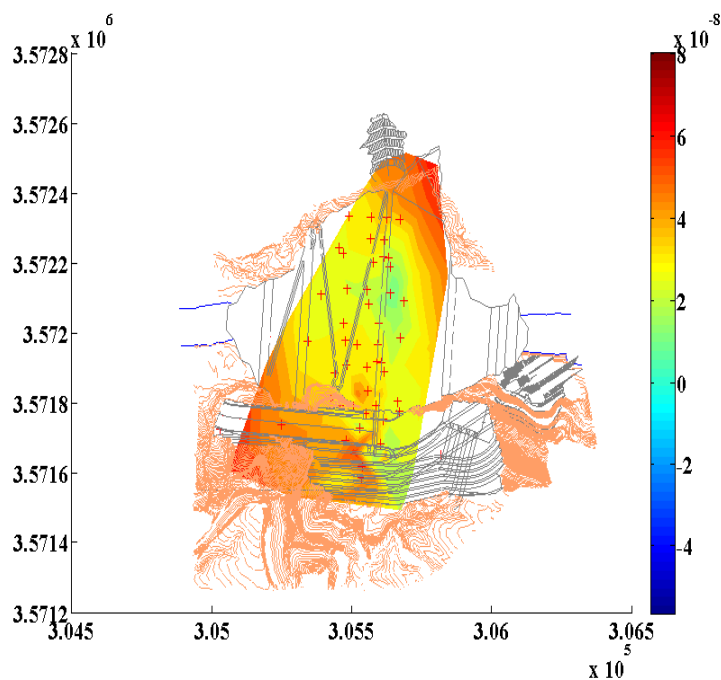
شکل ۵: نمایش المان‌های مثلثی به همراه بیضی‌های کرنش و امتدادهای ماکزیمم و مینیمم تغییر شکل المان

انبساط بوده‌اند. در حالی که در فصل زمستان اکثر نقاط شبکه دستخوش انبساط می‌باشند. از شکل (۴) مشخص است که میانگین سطح تراز آب مخزن در فصل تابستان و زمستان به ترتیب ۲۲۰.۷۳ و ۲۰۷.۰۵ است. لذا سطح تراز در تابستان بیشتر از زمستان بوده و در نتیجه در فصل تابستان انقباض و در فصل زمستان انبساط در بدنه رخ می‌دهد. همچنین شکل (۱۹ و ۲۱) مقادیر کمیت ماکزیمم برش مربوط به همان زمان را نشان می‌دهند.

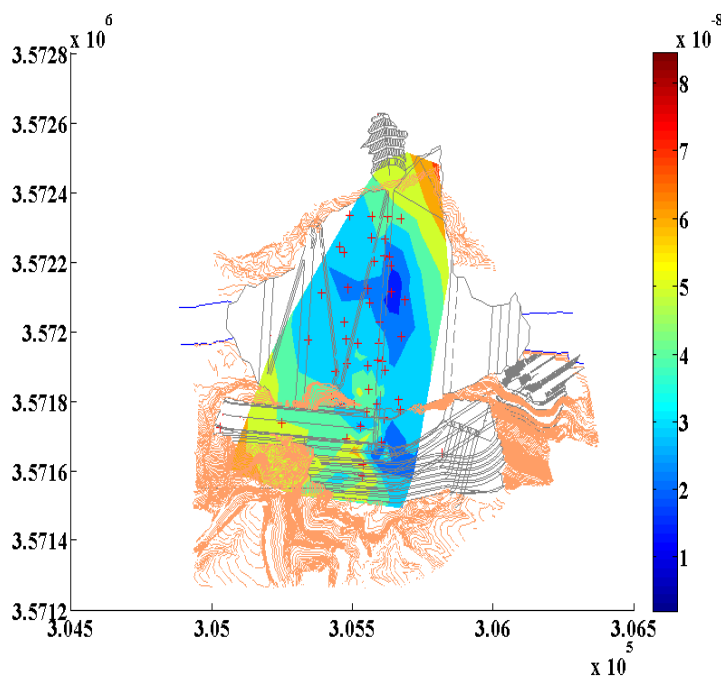
شکل (۲۲ و ۲۴) کمیت اتساع حاصل از مشاهدات سالانه (از تیر ۹۳ تا تیر ۹۴) و (از تیر ۹۴ تا تیر ۹۵) را نشان می‌دهد. در سال نخست، اکثر نقاط شبکه دستخوش انقباض و در سال بعد دستخوش انبساط بوده‌اند. طبق شکل (۴) میانگین سطح تراز آب مخزن در سال نخست ۲۲۷.۷۲ و در سال بعد ۲۲۳.۸۸ می‌باشد که این نتیجه را تأیید می‌کند. همچنین شکل (۲۳ و ۲۵) مقادیر ماکزیمم برش مربوط به آن مشاهدات می‌باشد.

شکل (۱۲ و ۱۴) کمیت اتساع حاصل از بردارهای جابجایی ماهانه، برای ماه شهریور از سال‌های ۹۳ و ۹۴ را نشان می‌دهد. بر این اساس دیده می‌شود که اکثر نقاط شبکه دچار انقباض شده‌اند. این در حالی است که در سال ۹۵ اکثر نقاط دچار انبساط شده‌اند. از نمودار شکل (۴) مشخص است که سطح تراز آب در شهریور سال‌های ۹۳ و ۹۴ روند افزایشی داشته است. در حالی که در سال ۹۵ روند کاهشی داشته است. بنابراین این روند افزایشی سطح تراز آب موجب افزایش نیروی وارد بر بدنه سد می‌گردد. لذا همان‌طور که انتظار می‌رود، شبکه دچار انقباض می‌شود. همچنین روند کاهشی تراز آب باعث انبساط شبکه می‌گردد. شکل (۱۳ و ۱۵ و ۱۷) مقادیر کمیت ماکزیمم برش مربوط به همان ماه در آن سال‌ها را نشان می‌دهد.

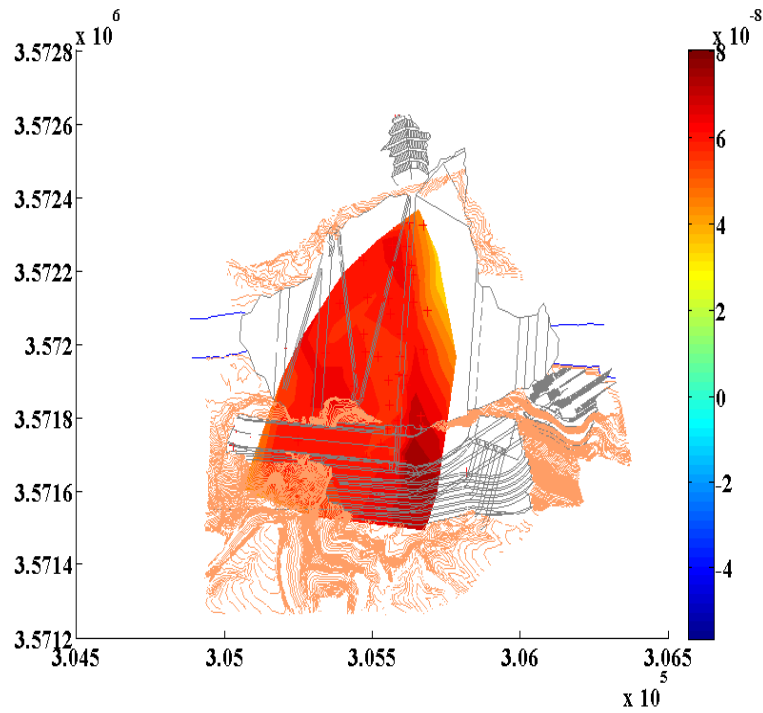
شکل (۱۸ و ۲۰) مقادیر کمیت اتساع حاصل از مشاهدات فصلی، در فصل تابستان و زمستان از سال ۹۳ را نشان می‌دهد. در تابستان اکثر نقاط شبکه دستخوش انقباض و تنها بخش جنوب غربی دستخوش



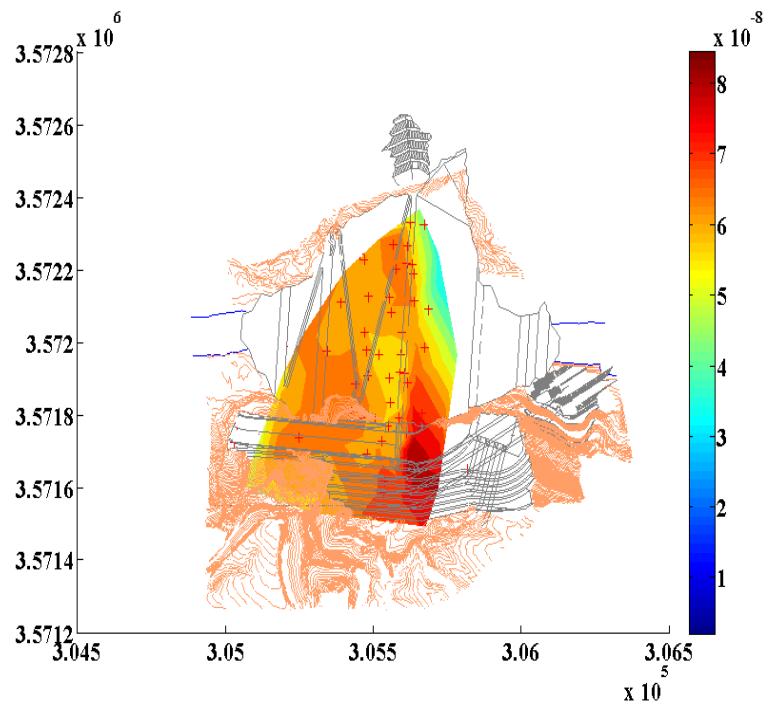
شکل ۶: کمیت اتساع در نقاط مختلف شبکه برای بردارهای جابجایی روزانه روز ۵ آبان ۹۳



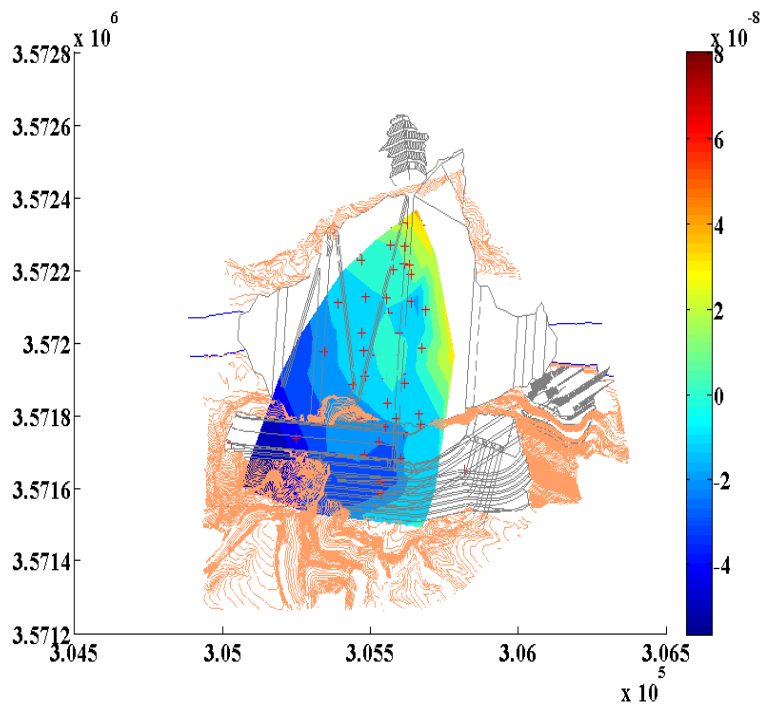
شکل ۷: کمیت ماکزیمم برش در نقاط مختلف شبکه برای بردارهای جابجایی روزانه روز ۵ آبان ۹۳



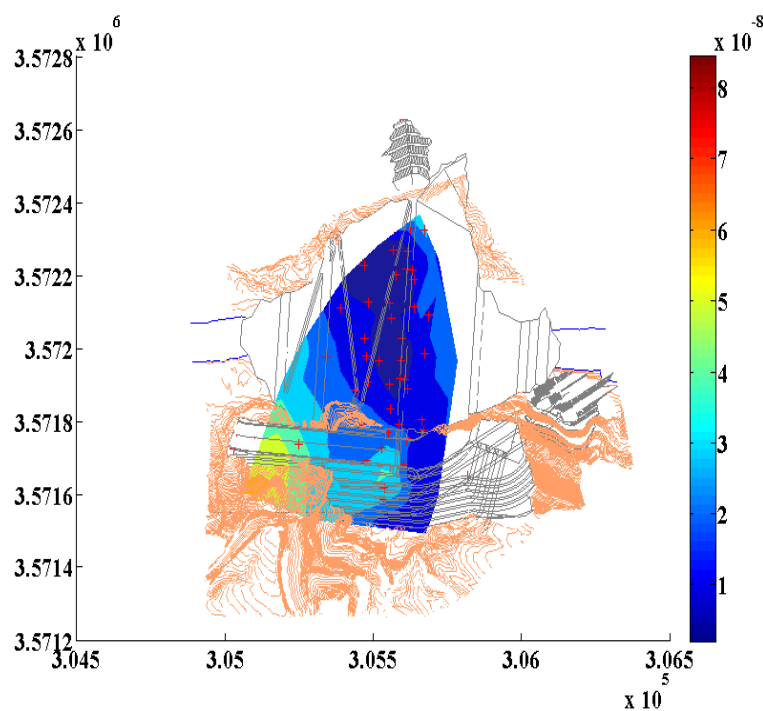
شکل ۸: کمیت اتساع در نقاط مختلف شبکه برای بردارهای جابجایی روزانه روز ۵ آبان ۹۴



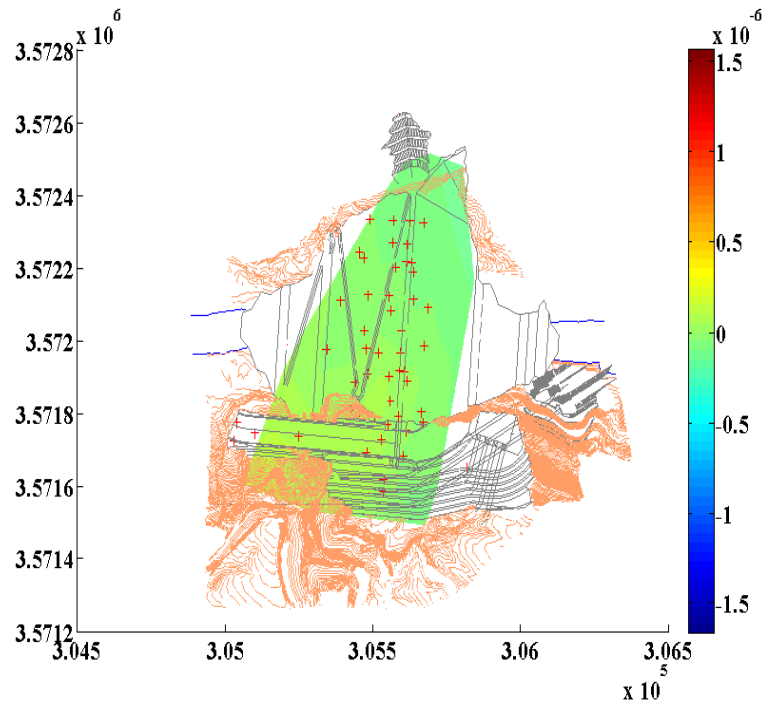
شکل ۹: کمیت ماکزیمم برش در نقاط مختلف شبکه برای بردارهای جابجایی روزانه روز ۵ آبان ۹۴



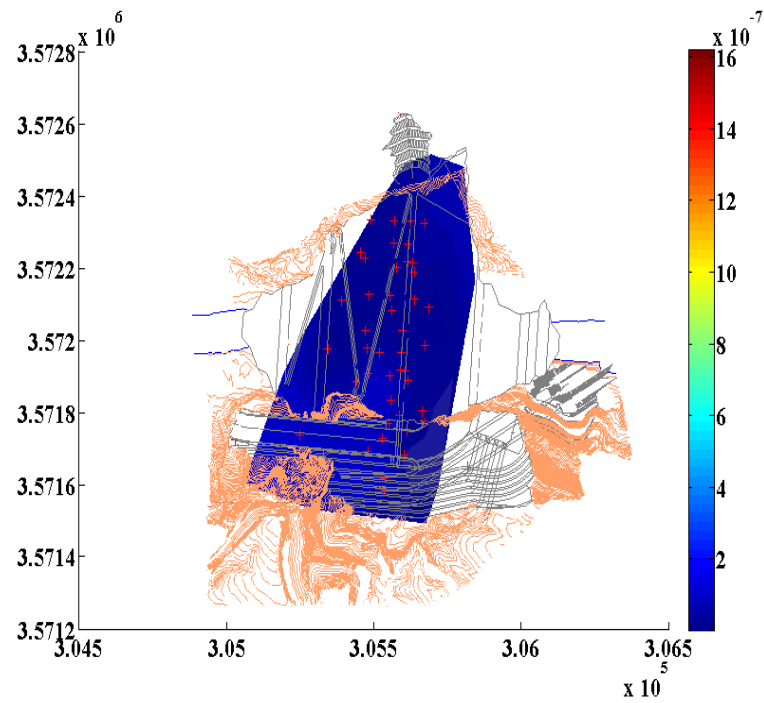
شکل ۱۰: کمیت اتساع در نقاط مختلف شبکه برای بردارهای جابجایی روزانه روز ۵ آبان ۹۵



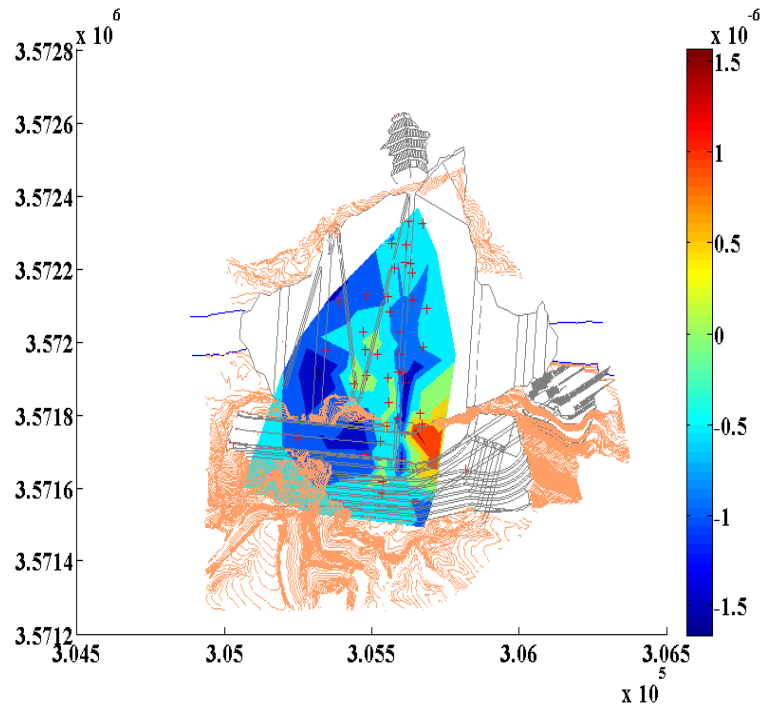
شکل ۱۱: کمیت ماکزیمم برش در نقاط مختلف شبکه برای بردار جابجایی روزانه روز ۵ آبان ۹۵



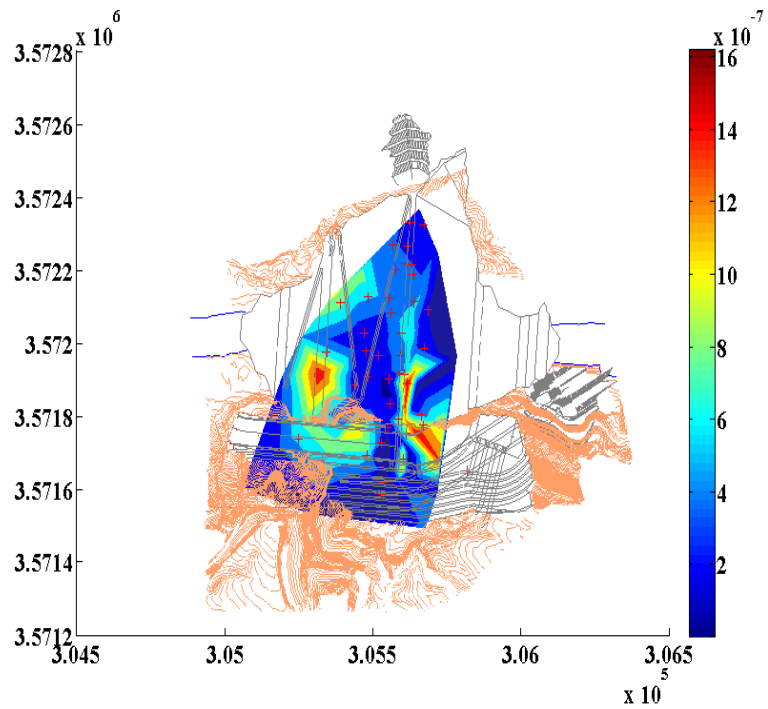
شکل ۱۲: کمیت اتساع در نقاط مختلف شبکه برای ماه شهریور از سال ۹۳



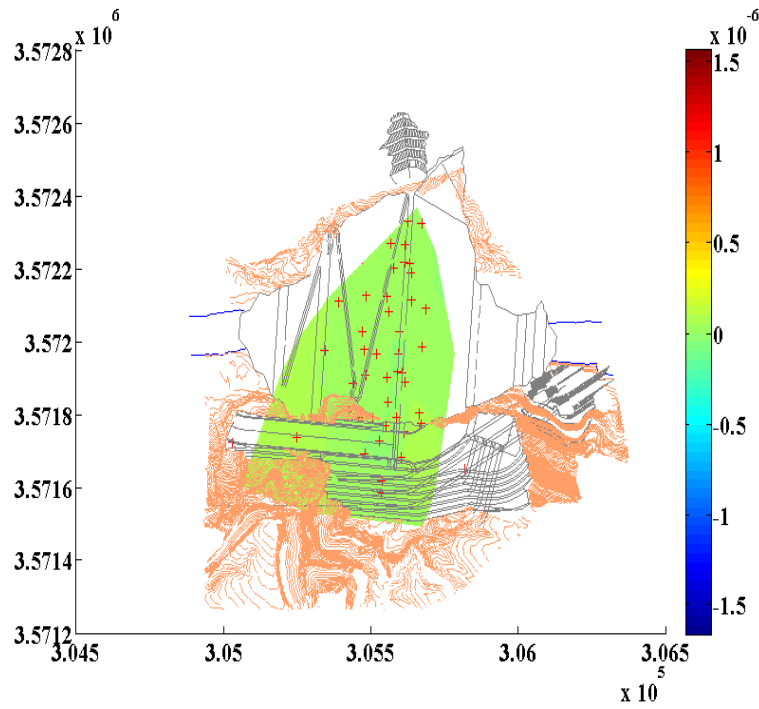
شکل ۱۳: کمیت ماکزیمم برش در نقاط مختلف شبکه برای ماه شهریور از سال ۹۳



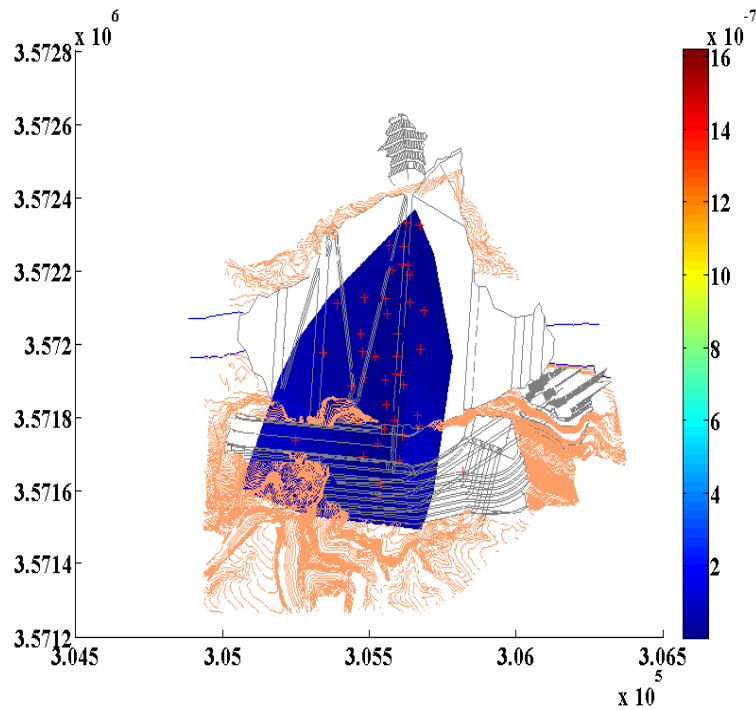
شکل ۱۴: کمیت اتساع در نقاط مختلف شبکه در ماه شهریور از سال ۹۴



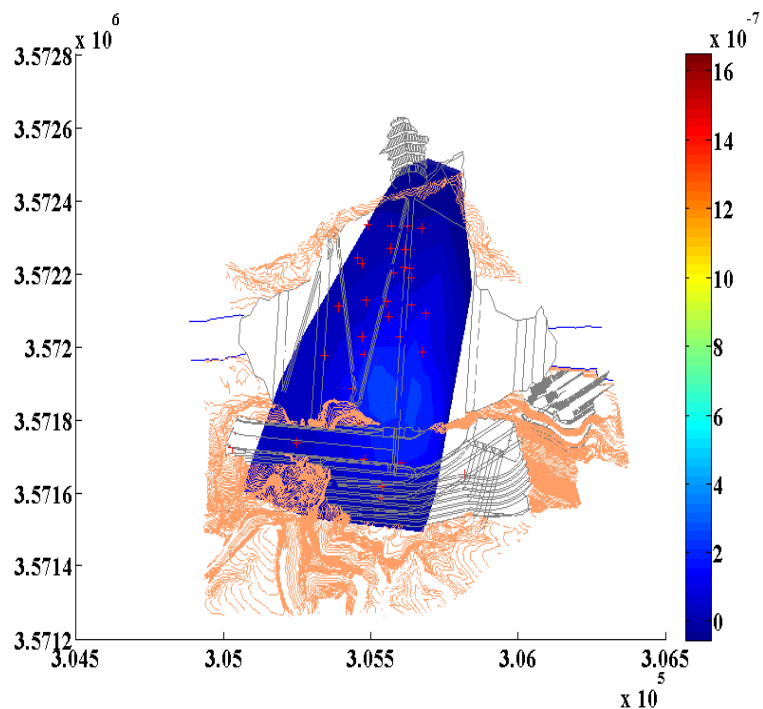
شکل ۱۵: کمیت ماکزیمم برش در نقاط مختلف شبکه در ماه شهریور از سال ۹۴



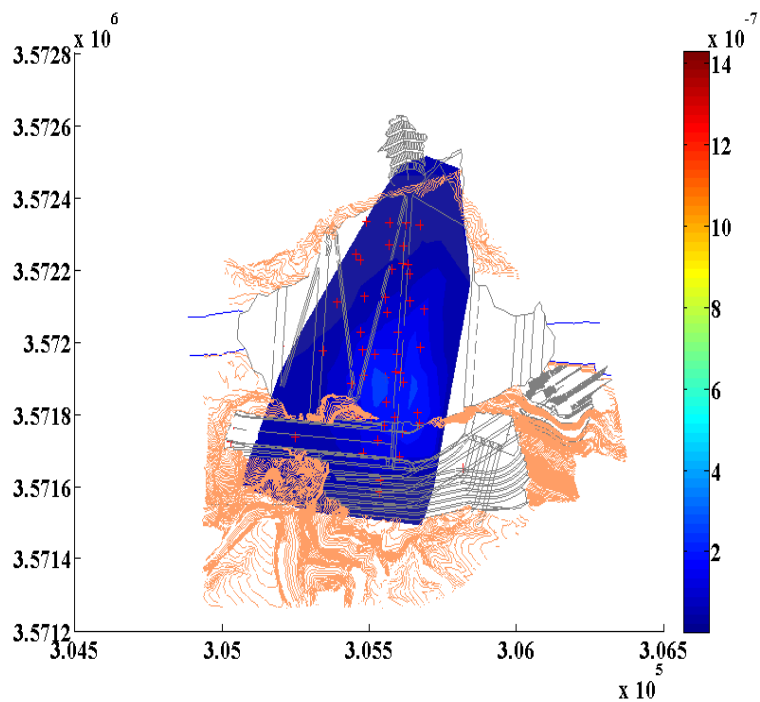
شکل ۱۶: کمیت اتساع در نقاط مختلف شبکه در ماه شهریور از سال ۹۵



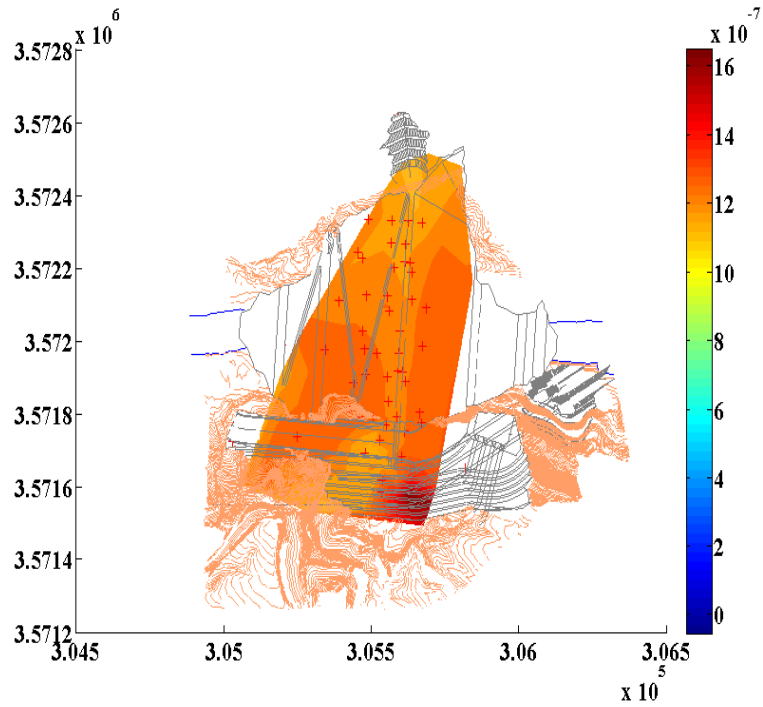
شکل ۱۷: کمیت ماکزیمم برش در نقاط مختلف شبکه در ماه شهریور از سال ۹۵



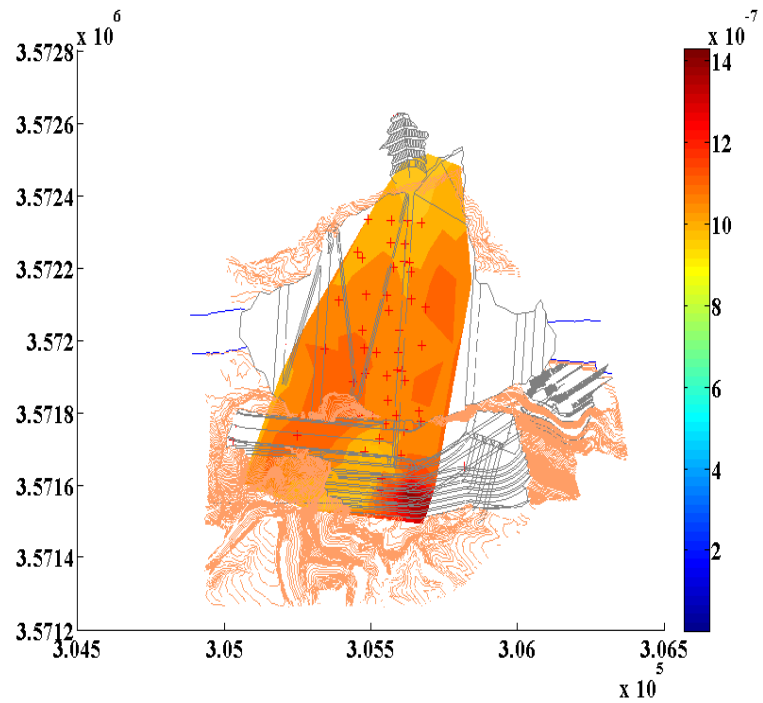
شکل ۱۸: کمیت اتساع در نقاط مختلف شبکه مربوط به فصل تابستان سال ۹۳



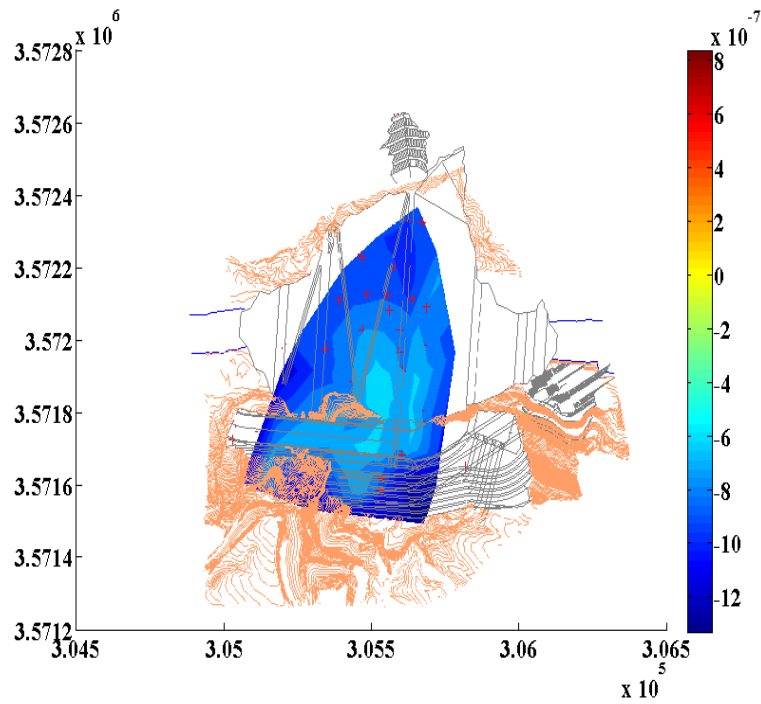
شکل ۱۹: کمیت ماکزیمم برش در نقاط مختلف شبکه مربوط به فصل تابستان سال ۹۳



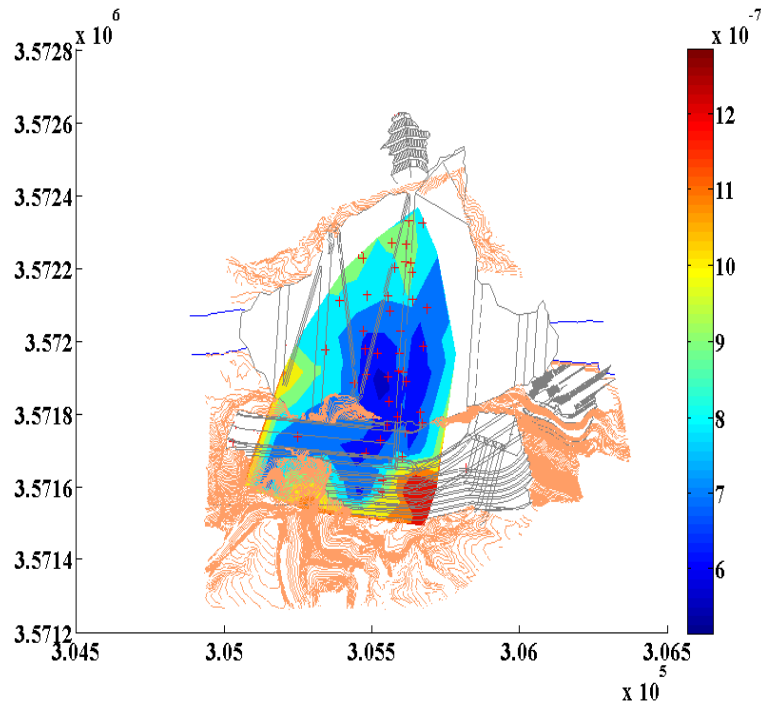
شکل ۲۰: کمیت اتساع در نقاط مختلف شبکه مربوط به فصل زمستان سال ۹۳



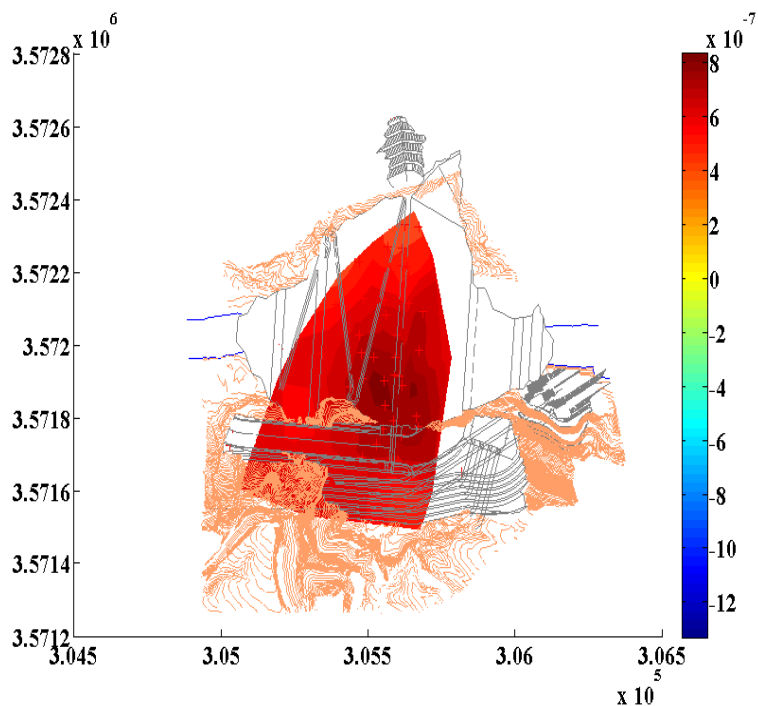
شکل ۲۱: کمیت ماکزیمم برش در نقاط مختلف شبکه مربوط به فصل زمستان سال ۹۳



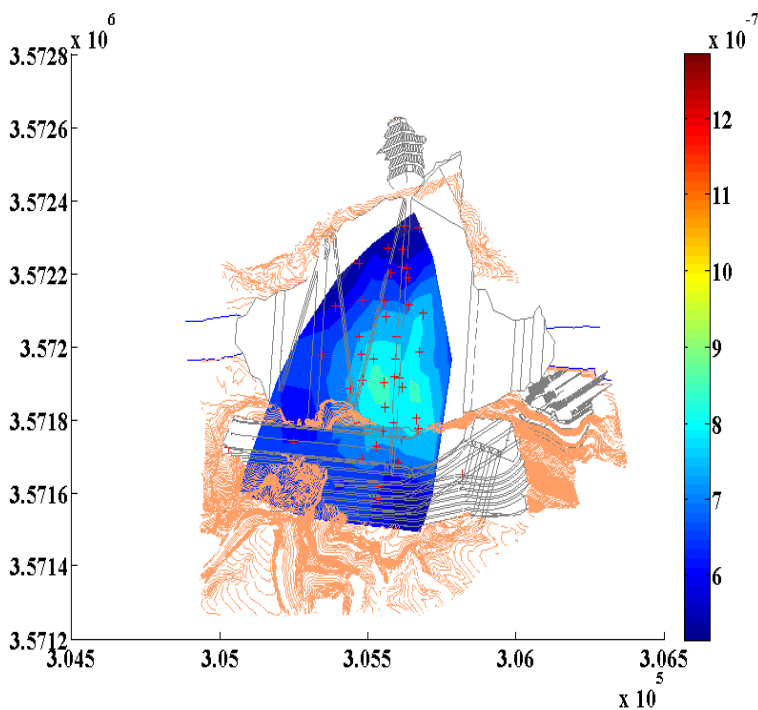
شکل ۲۲: کمیت اتساع در نقاط مختلف شبکه از تیر ۹۳ تا تیر ۹۴



شکل ۲۳: کمیت ماکزیمم برش در نقاط مختلف شبکه از تیر ۹۳ تا تیر ۹۴



شکل ۲۴: کمیت اتساع در نقاط مختلف شبکه از تیر ۹۴ تا تیر ۹۵



شکل ۲۵: کمیت ماکزیمم برش در نقاط مختلف شبکه از تیر ۹۴ تا تیر ۹۵

محاسبه گردید. این کمیت‌های ناورداهندسه تغییر شکل را نشان می‌دهند و مقادیر آنها به‌منظور

تانسور کرنش برای سد گتوند علیا به‌همراه پارامترهای ناوردای آن یعنی اتساع و ماکزیمم برش

اهمیت زیادی در تفسیر هندسی تغییر شکل می‌باشند. در این مقاله از روش المان محدود غیرخطی بزیر مکعبی برای محاسبه مولفه‌های تانسور کرنش استفاده گردید. نتایج به‌دست آمده تغییر شکل سد در قالب یک شبکه مثلث‌بندی شده نشان داده شده است. نتایج حاصل از مقادیر کمیت اتساع حاصل از مشاهدات روزانه، مربوط به روز پنج‌آبان از سال‌های ۹۳ و ۹۴ نشان می‌دهد نواحی تاج و بدنه سد دستخوش انبساط بوده‌اند. این در حالی است که مشاهدات همان روز در سال ۹۵ اکثر نقاط دستخوش انقباض بوده است. از طرفی، نتایج به دست آمده از مقادیر اتساع مربوط به ماه شهریور از سال‌های ۹۳ و ۹۴ نشان‌دهنده این مطلب است که اکثر نقاط شبکه دستخوش انقباض بوده‌اند. این در حالی است که در سال ۹۵ در همان ماه دستخوش انبساط می‌باشند که این نتیجه با نمودار حداکثر تراز آب پشت سد در این ماه‌ها مطابقت دارد. چرا که سطح آب مخزن در این ماه در سال‌های ۹۳ و ۹۴ روند افزایشی و در سال ۹۵ روند کاهشی داشته است. نتایج به دست آمده از مقادیر اتساع حاصل از مشاهدات فصلی مربوط به فصل تابستان از سال ۹۳ نشان‌دهنده این مطلب است که اکثر نقاط شبکه دچار انقباض و تنها بخش جنوب غربی دستخوش انبساط بوده‌اند. این در حالی است که در فصل زمستان همان سال دچار انبساط هستند. این نتیجه نیز با نمودار حداکثر تراز آب مطابقت دارد چرا که در فصل تابستان نسبت به فصل زمستان در سال ۹۳ سطح آب مخزن بالاتر است. به عبارت دیگر هر چقدر سطح آب مخزن بیشتر باشد، فشار وارده بر تاج سد و بدنه بیشتر بوده است. همچنین نتایج به دست آمده از مقادیر اتساع حاصل از مشاهدات سالانه (از تیر ۹۳ تا تیر ۹۴) و (از تیر ۹۴ تا تیر ۹۵) نشان می‌دهد که اکثر نقاط شبکه در سال نخست دستخوش انقباض و در سال بعد دستخوش انبساط بوده‌اند. که نتایج حاصل با سطح تراز آب پشت سد مطابقت دارد. همچنین در ادامه، آزمون‌های آماری به منظور بررسی معنی‌دار بودن

رفتار سنجی سد و تعیین ماکزیمم انباشت نیروهای داخلی به‌منظور بررسی امکان گسیختگی یا پایداری سد مورد بررسی قرار می‌گیرند. از آنجا که تانسور کرنش از طریق مشاهدات پایش محاسبه گردیده است، لذا مولفه‌ها و به تبع پارامترهای ناوردای آن متاثر از خطای مشاهدات بوده و باید از منظر اعتبار سنجی مورد بررسی قرار گیرند. به‌عبارت دیگر باید نشان دهیم که آیا این مقادیر عددی که برای مولفه‌های تانسور کرنش و ناوردهای آن به‌دست آمده‌اند از منظر آماری معنی‌دار هستند یا خیر. در ادامه از آزمون آماری بخش ۳-۴ به‌منظور آزمودن مقادیر ویژه تانسور کرنش حاصل از مشاهدات روزانه مربوط به روز ۵ آبان از سال ۹۳، مشاهدات ماهانه مربوط به ماه شهریور از سال ۹۳ و مشاهدات فصلی مربوط به فصل تابستان از سال ۹۳ برای یک المان مثلثی که در شکل (۳) نشان داده شده است، اعمال گردید. با توجه به اینکه فقط بردار جابجایی سالانه مربوط به دو سال در دسترس می‌باشد، لذا امکان اعمال آزمون فوق بر مقادیر ویژه تانسور کرنش حاصل از مشاهدات سالانه ممکن نیست. برای آزمودن مشاهدات روز ۵ آبان از سال ۹۳، ده مشاهده روزانه شامل روزهای ۱ تا ۱۰ آبان از همان سال، برای مشاهدات ماهانه مربوط به ماه شهریور از سال ۹۳، دوازده ماه از همان سال و برای مشاهدات فصلی مربوط به فصل تابستان از سال ۹۳، چهار فصل از همان سال انتخاب شد. نتایج آزمون در جدول (۱) آورده شده است. قبولی آزمون، به این معنی است که برای این المان انتخابی تغییر شکل معنادار است.

جدول ۱: آزمون‌های آماری مربوط به مولفه‌های فضای ویژه مربوط به مشاهدات روزانه، ماهانه و فصلی

فصلی	ماهانه	روزانه	بردار جابجایی
قبول	قبول	قبول	آزمون

۵- نتیجه‌گیری

تانسور کرنش و مفسرهای ناوردای حاصل از آن دارای

شرکت توسعه منابع آب و نیروی ایران و شرکت مهندسیین مشاور مهتاب قدس که داده‌های مورد نیاز این تحقیق را فراهم نمودند، اعلام می‌دارند.

پارامترهای ناوردا حاصل از تانسور کرنش برای مشاهدات روزانه، ماهانه و فصلی برای المان‌های مثلثی اعمال گردید.

تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله مراتب تشکر و قدردانی خود را از

مراجع

- [1] A, GharaBaghi, "Dams deformation analysis using ground and satellite geodesy observations", MSc Thesis, University of Tehran, 2008 (Persian).
- [2] L. Emadali. "Monitoring of Maroon's earth dam using geotechnical and geodetic observations", GEJ. 2014; 5(4): 57-68 (Persian)
- [3] Sh. Rouhi, Y. Jamour and A. Abolghasem. "Earth slip and deformation analysis in Mahabad dam", Geomatics 86 conference, Tehran, Iran, 2007 (Persian).
- [4] N. Deng, J.G. Wang and A. Szostak — Chrzanowski. "Dam deformation analysis using the partial least squares method", 13th FIG symposium on deformation measurement and analysis, LNEC, Lisbon, Portugal, 2008 May 12-15.
- [5] A. Ardalan and M. Raoofian Naeni. "A proposal for deformation analysis via direct computation of strain tensor elements from the time-wise changes in the distances and angles in a geodetic network, Case study: Deformation computation of the geodynamic network of Iran", Journal of the Earth and Space Physics, 2009, Volume 32, Issue 2, P. 37-60 (Persian).
- [6] "Gotvand-Olya dam continuous geodetic monitoring report", Report No.8, Mahab-Gods consulting company, 2015 (Persian).
- [7] A. Saaban. "Parametric Interpolation To Scattered Data", Ph.D Thesis, Universiti Sains Malaysia, 2008.
- [8] Z. Malekshahian and M. Raoofian Naeni "Geometric deformation analysis of the Earth's Crust using GPS observation and non-linear finite element method based on C1 Bezier Cubic interpolation", JGST. 2017; 6(4): 29-39 (Persian).



Geometrical Deformation Analysis of Gotvand-Olya Dam Using Permanent Geodetic Monitoring Network Observations

Monavar Ebrahimipour¹, Yazdan Amerian^{2*}, Mehdi Raoofian Naeeni²

1- M.Sc. Student of Geodesy, Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran
2- Assistant Professor, Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

Abstract

In this paper, two-dimensional deformation analysis of the Gotvand-Olya dam is done using daily, monthly, seasonal and annual displacement vectors derived from permanent observations of the dam geodetic monitoring network. The strain tensor and its invariant parameters like dilatation and maximum shear are computed as well. Nonlinear finite element interpolation based on C1 Cubic Bezier interpolant function is used to compute the strain tensor in the Lagrangian approach. According to the results, the dilatations computed from the daily observations on March 25, 2014 and 2015 reveal the extension of dam, while on March 25, 2016 they indicate contraction in dam's body and crown. Monthly results show the extension of dam's geodetic network in September 2016 and contraction in September 2014 and 2015. Seasonal results showed the contraction in summer 2014 and extension in winter 2014 in dam's geodetic network. Dilatation values from annual displacement vectors indicate contraction in dam from July 2014 to July 2015 and extension from July 2015 to July 2016. Statistical test is used to investigate the statistical significance of daily, monthly and seasonal strain tensor invariants.

Key words: Geometrical Deformation Analysis, Nonlinear Finite Element, Strain Tensor, Statistical Test.

Correspondence Address: Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Vali_Asr St., Mirdamad Cross, Tehran, Iran.
Tel: +98(21)88877071 (Ext.: 302)
Email: amerian@kntu.ac.ir