

این مقاله در دومین کنفرانس ملی مهندسی فناوری اطلاعات مکانی به عنوان مقاله برگزیده انتخاب شده است که پس از تکمیل، داوری مجدد و اخذ پذیرش در این شماره از نشریه به چاپ می‌رسد.

## بررسی اثر توپوگرافی در مدلسازی میدان تغییر شکل آتشفشان کامپی فلگری با استفاده از روش حل اساسی

مریم یزدان پرست<sup>۱</sup>، بهزاد وثوقی<sup>۲\*</sup>، فرشید مسیبی<sup>۳</sup>

- ۱- دانشجوی دکترای نقشه برداری، دانشکده مهندسی نقشه برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
- ۲- دانشیار دانشکده مهندسی نقشه برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
- ۳- دانشیار دانشکده مهندسی عمران و نقشه برداری، دانشگاه اصفهان

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۷/۱۵ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۱۱/۱۱

### چکیده

با توجه به اهمیت پیش بینی فوران آتشفشان و تعدد قلل آتشفشانی در سرتاسر جهان، انجام تحقیقات در این زمینه ضروری به نظر می‌رسد. بر اساس تحقیقات ژئودتیکی، تغییر شکل سطح زمین به صورت بالآمدگی یا فرونشست در منطقه آتشفشانی، به ترتیب نشانه‌ای از حرکت ماگما به سمت دهانه یا خروج آن از مخزن به اطراف است. در این تحقیق با استفاده از روش جدید حل اساسی در مطالعه تغییر شکل آتشفشان به تعیین میدان تغییر شکل آتشفشان کامپی فلگری با در نظر گرفتن اثر توپوگرافی پرداخته شده است. روش حل اساسی، روشی بدون المان است که برای حل عددی مسائل مقدار مرزی استفاده می‌شود. عدم نیاز به هزینه محاسباتی بالا در این روش آن را به ابزاری موثر در حل بسیاری از مسائل در زمینه‌های گوناگون تبدیل کرده است. به منظور بررسی میزان کارایی روش، میدان جابجایی به دست آمده با میدان جابجایی حاصل از مشاهدات تداخل سنجی راداری (Interferometric synthetic aperture radar) در آتشفشان کامپی فلگری ایتالیا مقایسه شد و خطای مربعی متوسط کمتر از ۲ میلی متر را در برداشت که نشان دهنده تطابق خوب نتایج در این منطقه با میدان جابجایی حاصل از مشاهدات است.

**کلیدواژه‌ها:** میدان تغییر شکل، آتشفشان، روش حل اساسی، توپوگرافی، روش بدون المان.

\* نویسنده مکاتبه کننده: تهران، خیابان ولیعصر، تقاطع میرداماد، روبروی ساختمان اسکان، دانشکده مهندسی نقشه برداری دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، گروه ژئودزی

تلفن: ۰۲۱-۸۸۷۷۰۲۱۸

Email: vosoghi@kntu.ac.ir

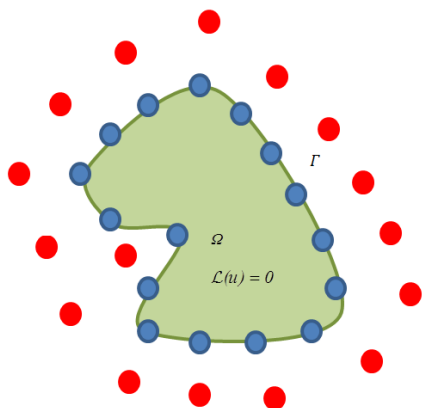
## ۱- مقدمه

آتشفشان‌ها و فوران آنها نشان دهنده پروسه دینامیکی داخل زمین هستند که اغلب، نه همیشه در امتداد مرزهای صفحات تکتونیک زمین قرار دارند. مشاهدات ژئودتیکی در بسیاری از مناطق آتشفشانی نشان دهنده بالآمدگی یا فرونشست سطح زمین است که به انتقال ماگما در عمق نسبت داده می‌شود [۱، ۲ و ۳]. بنابراین پایش تغییر شکل زمین در مناطق آتشفشانی به آگاهی از وضعیت آتشفشان و پیش‌بینی فوران آن کمک خواهد کرد. در این زمینه تاکنون مطالعات زیادی انجام گرفته است از جمله در سال ۱۹۱۰ برای اولین بار امری<sup>۱</sup> با استفاده از ترازبایی دقیق تغییر شکل قائم را برای آتشفشانی در ژاپن به دست آورد [۴]. پس از آن مگی<sup>۲</sup> در سال ۱۹۵۸ تغییر شکل سطح را با استفاده از پارامترهای مخزن ماگمای آتشفشان مانند موقعیت و عمق محاسبه کرد [۱]. در فوران ۱۹۸۱ کوه اتنا<sup>۳</sup>، اندازه‌گیری‌هایی با استفاده از ترازبایی دقیق و گراویمتری در زمان‌های قبل و بعد از فوران انجام شد. همچنین از ابزار اندازه‌گیری الکترونیکی (EDM)<sup>۴</sup> نیز برای بررسی تغییر شکل در کوه اتنا استفاده گردید [۵]. ریزوس<sup>۵</sup> و همکاران در سال ۲۰۰۰ یک شبکه از ایستگاه‌های سیستم تعیین موقعیت جهانی (GPS)<sup>۶</sup> را برای پایش تغییر شکل آتشفشان پاپاندایان<sup>۷</sup> در اندونزی طراحی کردند [۶]. بیودوسل<sup>۸</sup> و همکاران [۷] در سال ۲۰۰۴ مدلی برای تغییر شکل زمین در آتشفشان کامپی فلگری ایتالیا با استفاده از روش المان

مرزی (BEM)<sup>۹</sup> و داده‌های تداخل سنجی راداری (InSAR)<sup>۱۰</sup> ارائه کردند. لارسن<sup>۱۱</sup> و همکاران در سال ۲۰۱۰ تغییر شکل آتشفشان کیلوا<sup>۱۲</sup> را با استفاده از مشاهدات GPS بررسی و نتایج به‌دست آمده را با مشاهدات حاصل از تیلت متر مقایسه کردند [۸]. در سال ۲۰۱۰ شیرزایی و همکاران مطالعه‌ای بر روی تغییر شکل منطقه آتشفشانی دماوند با استفاده از مشاهدات تداخل سنجی راداری انجام دادند [۹]. در این مطالعه با استفاده از روش جدید حل اساسی در زمینه مسائل ژئودینامیکی، به تعیین میدان تغییر شکل حاصل از آتشفشان پرداخته خواهد شد. روش حل اساسی یک روش مرزی بدون المان است که در حل مسائل مقدار مرزی که حل اساسی معادلات حاکم بر آنها موجود است کاربرد دارد. پر کاربرد بودن این روش به دلیل سادگی آن است. همچنین می‌تواند برای مسائل با هندسه‌های پیچیده و سه بعدی نیز به کار رود. محاسنی که روش حل اساسی نسبت به سایر روش‌های کلاسیک گسسته‌سازی مرزی و دامنه دارد در ادامه آورده می‌شود؛ اول اینکه روش بدون المان است و فقط تعدادی نقطه مرزی برای آن در نظر گرفته می‌شود. دوم اینکه روش با انتگرال‌گیری‌های پیچیده مانند روش المان مرزی سروکار ندارد. سوم اینکه روش حل اساسی یک روش مرزی است بدین معنی که تمام برتری‌های روش المان مرزی را نسبت به روش‌هایی که کل دامنه المان بندی می‌شود مانند المان محدود (FEM)<sup>۱۳</sup> و تفاضل محدود (FDM)<sup>۱۴</sup> دارا می‌باشد. به‌عنوان یک نتیجه، این روش یک روش ایده‌آل برای حل مسائلی است که مرز از اهمیت خاصی

<sup>1</sup> Omori<sup>2</sup> Mogi<sup>3</sup> Etna<sup>4</sup> Electronic Distance Measurement<sup>5</sup> Rizos<sup>6</sup> Global Positioning System<sup>7</sup> Papandayan<sup>8</sup> Beauducel<sup>3</sup> Boundary Element Method<sup>10</sup> Interferometric Synthetic Aperture Radar<sup>11</sup> Larson<sup>12</sup> Kilauea<sup>13</sup> Finite Element Method<sup>2</sup> Finite Difference Method

نیومن<sup>۳</sup> یا روبین<sup>۴</sup> در نظر گرفته شود. در روش حل اساسی تقریبی را روی مرز ایجاد کرده که هم معادلات دیفرانسیل حاکم و هم شرایط مرزی را ارضا کند.



شکل ۱: نمایش شماتیک دامنه  $\Omega$ ، مرز  $\Gamma$ ، معادله حاکم و پراکندگی نقاط مرزی (دایره‌های آبی رنگ) و نقاط منبع نیرو (دایره‌های قرمز رنگ) در روش حل اساسی

حل اساسی  $G(P, Q)$  رابطه (۱) را به صورت رابطه (۲) می‌توان نوشت:

$$\mathcal{L}(G) = \delta(P - Q) \quad \text{رابطه (۲)}$$

در رابطه (۲)،  $\delta$  نشان دهنده تابع دلتای دیراک بوده و  $Q$  به عنوان نقطه منبع نیرو و  $P$  به عنوان نقطه‌ای که تحت تاثیر منبع نیرو قرار دارد که همان نقطه مرزی است در نظر گرفته می‌شود. اگر نقطه منبع  $Q$  خارج از دامنه  $\Omega$  در نظر گرفته شود، حل اساسی یا هر ترکیب خطی از آنها، رابطه (۱) را بدون هیچ گونه تکینگی<sup>۵</sup> برآورده خواهد کرد. بنابراین می‌توان بدون از دست دادن کلیت مساله تقریبی از معادله (۱) را به صورت رابطه (۳) نوشت [۱۵، ۱۶ و ۱۷].

$$u(P) = \sum_{j=1}^N c_j G(P, Q_j) \quad \text{رابطه (۳)}$$

که  $Q_j$  نشان دهنده مکان  $N$  نقطه منبع می‌باشد که خارج از دامنه قرار دارند،  $c_j$  ها ضرایب ثابت و  $u$  مقدار

برخوردار است [۱۰]. از جمله مطالعاتی که با استفاده از این روش در حوزه‌های مختلف علوم انجام شده می‌توان به [۱۱، ۱۲، ۱۳ و ۱۴] اشاره کرد.

در این تحقیق با در نظر گرفتن زمین به عنوان محیط همگن ایزوتروپ با خاصیت الاستیسیته خطی، به تعیین میدان تغییر شکل آتشفشان کامپی فلگری با استفاده از روش حل اساسی همراه با اثر توپوگرافی پرداخته خواهد شد. بدین منظور بخش دوم به معرفی روش حل اساسی اختصاص داده شده، در بخش سوم مختصری از آتشفشان کامپی فلگری به عنوان منطقه مطالعاتی و مشاهدات مورد استفاده ارائه می‌شود، بخش چهارم شامل ارزیابی روش به صورت شبیه‌سازی بوده، در بخش بعد نتایج اجرای روش بر روی آتشفشان کامپی فلگری نشان داده خواهد شد و در نهایت نتیجه‌گیری تحقیق ارائه می‌شود.

## ۲- روش حل اساسی

روش حل اساسی یک روش عددی برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی (PDE)<sup>۱</sup> است. این روش بدون المان بوده و برای حل مسائل مقدار مرزی در شرایطی که حل اساسی معادله دیفرانسیل حاکم موجود باشد قابل استفاده است. برای توضیح این که چگونه این روش به کار گرفته می‌شود، دامنه بسته  $\Omega$  را همان گونه که در شکل (۱) نشان داده شده، در نظر گرفته که دارای مرز  $\Gamma$  بوده و معادله دیفرانسیلی به صورت رابطه (۱) بر روی این دامنه حاکم است.

$$\mathcal{L}(u) = 0 \quad \text{رابطه (۱)}$$

که  $\mathcal{L}$  یک اپراتور دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت بوده و  $u$  نیز پارامتر مجهولی است که قرار است برآورد شود که در مساله فعلی می‌تواند جابجایی یا تنش یا ترکیبی از آنها باشد. برای حل این گونه معادلات نیاز به شرایط مرزی بوده که می‌تواند به یکی از صورت‌های دریکله<sup>۲</sup>،

<sup>3</sup> Neumann

<sup>4</sup> Robin

<sup>5</sup> Singularity

<sup>1</sup> Partial Differential Equation

<sup>2</sup> Dirichlet

که  $\lambda$  و  $\mu$  ثابت‌های لامه هستند. شرایط مرزی رابطه (۵) به شکل معادله (۶) در نظر گرفته می‌شود.

$$B_i(u_1, u_2, u_3, t_1, t_2, t_3) = f_i, i = 1, 2, 3 \quad (6)$$

عملگرهای  $B_i$  نشان دهنده شرایط مرزی در یکله، نیومن یا روبین و  $t_i, i = 1, 2, 3$  تنش‌ها می‌باشند. جابجایی‌ها توسط ترکیب‌های خطی حل اساسی که در معادلات (۷) نشان داده شده اند تقریب زده می‌شوند.

اگر شرایط مرزی موجود تنش‌ها باشند، حل اساسی مربوط به آنها از حل اساسی جابجایی‌ها و روابط ارائه شده در [۱۹] قابل محاسبه است. در معادلات (۷)،  $N$  نشان‌دهنده تعداد نقاط منابع نیرو و  $G_{ij}, i, j = 1, 2, 3$  حل‌های اساسی هستند که برای فضای پر از طریق رابطه (۸) قابل محاسبه می‌باشند.

$R_{i,j}$  مشتق جزئی  $R$  نسبت به نقاط مرزی  $p_i$ ،  $\vartheta$  نسبت پواسن<sup>۲</sup> و  $q_i, i = 1, 2, 3$  به ترتیب مختصات نقاط مرزی و منابع نیرو هستند. حل‌های اساسی برای نیم فضا از معادلات (۱۰) به دست می‌آیند [۲۰]. به دلیل تقارن مساله، جابجایی‌های ایجاد شده توسط نیروهای عمل کننده در راستای محور دوم با جایگزینی  $p_1 - q_1$  با  $p_2 - q_2$  در مولفه‌های  $G_{i1}$  به دست می‌آیند.

مرزی در نقطه  $P$  روی مرز هستند. شکل (۱) پراکنندگی نقاط مرزی و منبع نیرو را به صورت شماتیک نشان می‌دهد. در این مرحله باید ضرایب ثابت  $c_j$  تعیین شوند که این کار با استفاده از نقاط مرزی (دایره‌های آبی رنگ در شکل (۱)) و در نظر گرفتن شرایط مرزی برای حل رابطه (۳) انجام می‌شود. اگر تعداد  $M$  نقطه مرزی و  $N$  نقطه منبع در نظر گرفته شود، در این صورت یک دستگاه معادلات  $M$  معادله و  $N$  مجهول به وجود خواهد آمد. پس از تعیین ضرایب ثابت اکنون می‌توان مقدار  $u$  را در هر نقطه داخل مرز با قرار دادن حل اساسی بین نقطه مورد نظر و نقاط منبع نیرو محاسبه نمود.

## ۲-۱- به کار گیری روش حل اساسی در میدان تغییر شکل آتشفشان

بر اساس گفته لوزن<sup>۱</sup> و همکاران در ۱۹۹۷ تغییر شکل زمین در مناطق آتشفشانی از برهم نهی میدان جابجایی سطح نیم‌فضا و بخش توپوگرافی حاصل می‌شود [۱۸]. بنابراین جابجایی کلی می‌تواند به صورت رابطه (۴) که شامل برهم نهی جابجایی مربوط به حرکت ماگما در عمق، در سطح نیم‌فضا  $u_i^f$  و جابجایی حاصل از اثر توپوگرافی  $u_i^t$  بیان گردد.

رابطه (۴)  $u_i = u_i^f + u_i^t$

$u_i^f$  معمولاً از طریق روابط تحلیلی بسته به نوع مخزن ماگما محاسبه می‌شود و در نتیجه روش حل اساسی برای محاسبه جابجایی حاصل از اثر توپوگرافی استفاده می‌شود. در غیاب نیروهای حجمی، معادله حاکم بر محیط همگن ایزوتروپ در حالت الاستیسیته خطی معادلات کوشی-ناویر می‌باشند. با در نظر گرفتن نماد تنسوری برای جابجایی‌ها  $u_i^t, i = 1, 2, 3$  در دامنه سه بعدی  $\Omega$  این معادلات به شکل رابطه (۵) می‌باشند [۱۶]

$$(\lambda + \mu)u_{k,ki} + \mu u_{i,kk} = 0 \quad (5)$$

<sup>۱</sup> Luzo'n

<sup>۲</sup> Poisson

رابطه (۷)

$$u_{1N}^t(a, b, c, Q, p) = \sum_{j=1}^N a_j G_{11}(P, Q_j) + \sum_{j=1}^N b_j G_{12}(P, Q_j) + \sum_{j=1}^N c_j G_{13}(P, Q_j)$$

$$u_{2N}^t(a, b, c, Q, p) = \sum_{j=1}^N a_j G_{21}(P, Q_j) + \sum_{j=1}^N b_j G_{22}(P, Q_j) + \sum_{j=1}^N c_j G_{23}(P, Q_j)$$

$$u_{3N}^t(a, b, c, Q, p) = \sum_{j=1}^N a_j G_{31}(P, Q_j) + \sum_{j=1}^N b_j G_{32}(P, Q_j) + \sum_{j=1}^N c_j G_{33}(P, Q_j)$$

$$G_{ij}(P, Q) = \frac{1}{16\pi\mu(1-\vartheta)R} [(3-4\vartheta)\delta_{ij} + R_i R_{j,i}] \quad \text{رابطه (۸)}$$

که در این رابطه

$$R^2 = (p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2 + (p_3 - q_3)^2 \quad \text{رابطه (۹)}$$

$$G_{13} = \frac{p_1 - q_1}{16\pi\mu(1-\vartheta)} \left[ \frac{(p_3 - q_3)}{R_1^3} + \frac{(3-4\vartheta)(p_3 - q_3)}{R_2^3} + \frac{4(1-\vartheta)(1-2\vartheta)}{R_2(R_2 - p_3 - q_3)} + \frac{6p_3q_3(p_3 + q_3)}{R_2^5} \right]$$

$$G_{23} = \frac{p_2 - q_2}{16\pi\mu(1-\vartheta)} \left[ \frac{(p_3 - q_3)}{R_1^3} + \frac{(3-4\vartheta)(p_3 - q_3)}{R_2^3} + \frac{4(1-\vartheta)(1-2\vartheta)}{R_2(R_2 - p_3 - q_3)} + \frac{6p_3q_3(p_3 + q_3)}{R_2^5} \right]$$

$$G_{33} = \frac{1}{16\pi\mu(1-\vartheta)} \left[ \frac{(3-4\vartheta)}{R_1} + \frac{5-12\vartheta+8\vartheta^2}{R_2} + \frac{(p_3 - q_3)^2}{R_1^3} + \frac{(3-4\vartheta)(p_3 + q_3)^2 - 2p_3q_3}{R_2^3} + \frac{6p_3q_3(p_3 + q_3)^2}{R_2^5} \right]$$

$$G_{11} = \frac{1}{16\pi\mu(1-\vartheta)} \left[ \frac{(3-4\vartheta)}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{(p_1 - q_1)^2}{R_1^3} + \frac{(3-4\vartheta)(p_1 + q_1)^2}{R_2^3} + \frac{2(R_2^2 - 3(p_1 - q_1)^2)p_3q_3}{R_2(R_2 - p_3 - q_3)} + \frac{4(1-\vartheta)(1-2\vartheta)[R_2^2 - (p_1 - q_1)^2 - R_2(p_3 + q_3)]}{R_2(R_2 - p_3 - q_3)^2} \right]$$

رابطه (۱۰)

$$G_{21} = \frac{(p_1 - q_1)(p_2 - q_2)}{16\pi\mu(1-\vartheta)} \left[ \frac{1}{R_1^3} + \frac{(3-4\vartheta)}{R_2^3} - \frac{6p_3q_3}{R_2^5} - \frac{4(1-\vartheta)(1-2\vartheta)}{R_2(R_2 - p_3 - q_3)^2} \right]$$

$$G_{31} = \frac{(p_1 - q_1)}{16\pi\mu(1-\vartheta)} \left[ \frac{(p_3 - q_3)}{R_1^3} + \frac{(3-4\vartheta)(p_3 + q_3)}{R_2^3} - \frac{6p_3(p_3 + q_3)q_3}{R_2^5} - \frac{4(1-\vartheta)(1-2\vartheta)}{R_2(R_2 - p_3 - q_3)} \right]$$

که

$$R_1 = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2 + (p_3 - q_3)^2}$$

$$R_2 = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2 + (p_3 + q_3)^2}$$

رابطه (۱۱)

$$c = (c_1, c_2, \dots, c_N), b = (b_1, b_2, \dots, b_N), a = (a_1, a_2, \dots, a_N)$$

### ۳- منطقه مطالعاتی و داده مورد استفاده

آتشفشان کامپی فلگری در جنوب ایتالیا، تاکنون فعالیت‌های آتشفشانی مختلفی از خود بروز داده و در نزدیکی شهر ناپل<sup>۱</sup> که یکی از شهرهای پرجمعیت

در روابط (۷) بردارهای شامل ضرایب مجهول،  $Q$  مختصات منابع نیروی  $Q_j$  که در خارج از دامنه قرار دارند و  $p_i, i = 1: M$  مجموعه نقاط نشان دهنده نقاط مرزی می‌باشند [۱۶]

<sup>1</sup> Naples

داخلی مساله انتخاب شدند. مشخصات مخزن ماگما در جدول (۱) آورده شده است. با در نظر گرفتن ۲۵ نقطه مرزی روی مرز بیرونی و همین تعداد نقطه مرزی بر روی مرز داخلی و نیز ۵۰ نقطه منبع نیرو به موازات نقاط مرزی که به طور یکنواخت روی مرز پراکنده شده اند روش حل اساسی به کار گرفته شد. در شکل (۳) طرح شماتیک این نقاط نشان داده شده است. برای تعیین مقادیر مرزی جابجایی در مرز بیرونی از روابط ارائه شده در [۲۳] استفاده گردید که در آنجا معادلات مورد نیاز برای محاسبه جابجایی ناشی از یک حفره کروی در نیم فضای همگن ایزوتروپ ارائه شده است. در واقعیت مشاهدات همراه با خطای تصادفی می باشند بنابراین در این بخش نیز اثر خطای تصادفی به صورت توزیع نرمال با واریانس ۰/۵ سانتیمتر مربع به مقادیر مرزی اعمال گردید. این واریانس از مرتبه واریانس واقعی مشاهدات تداخل سنجی راداری است [۲۴]

در حالت منبع ماگمای بیضوی، یک حفره بیضوی به جای کره به عنوان مرز داخلی در نظر گرفته شد که پارامترهای مربوط به آن در جدول (۱) آورده شده است. نقاط مرزی و منابع نیرو مشابه با حالت کروی می باشند. هندسه این حالت در شکل (۴) نشان داده شده است. برای تعیین مقادیر مرزی جابجایی در مرز بیرونی از روابط ارائه شده در [۲۵] استفاده گردید و مجدداً خطای تصادفی به این مقادیر اعمال گردید. همچنین مقدار مرزی بر روی حفره ماگما مشابه با پیشنهاد مطالعه [۱۰] به صورت تنش صفر فرض شد. نسبت پواسن برای این مساله برابر با ۰/۲۵ و مدول برشی همانند تحقیق [۲۱] در منطقه کامپی فلگری برابر با ۷ گیگا پاسکال در نظر گرفته شد. به منظور محاسبه حل های اساسی نیم فضا نیز از روابط ارائه شده در رابطه های (۱۰) استفاده گردید.

ایتالیاست قرار دارد به عنوان منطقه مطالعاتی انتخاب شده است [۲۱]. طبق تحقیقات آتشفشان شناسی اولین فوران این دهانه مربوط به ۳۵۰۰۰ سال قبل می شود. حرکات زمین در منطقه کامپی فلگری از زمان رومیان تشخیص داده شد [۷]. یکی از کاملترین سری های زمانی تغییر شکل زمین در این منطقه در شکل (۲) نشان داده شده است. داده های مورد استفاده در این تحقیق مربوط به مشاهدات تداخل سنجی راداری ماهواره های ای آر اس<sup>۱</sup> و انویست<sup>۲</sup> در بازه زمانی ۲۰۰۷-۲۰۰۸ می باشد. برای پردازش داده از روش تداخل سنجی تفاضلی خط مبنای کوتاه (SBAS-DInSAR)<sup>۳</sup> استفاده شده است. با به کار بردن این تکنیک برای یک مجموعه از داده های جمع آوری شده بر روی مدار بالاگذر<sup>۴</sup> (مسیر<sup>۵</sup> ۱۲۹، چارچوب<sup>۶</sup> ۸۰۹)، محصولات نهایی که شامل نقشه های سرعت متوسط و نیز جابجایی مربوط به تاریخ های برداشت داده می شود به دست آمد [۲۱]. دقت این روش برای جابجایی و سرعت طبق گفته کاسو<sup>۷</sup> و همکاران [۲۱] به ترتیب ۵ میلی متر و ۱ میلی متر در سال می باشد.

#### ۴- ارزیابی روش با داده های شبیه سازی شده

پیش از اجرای روش حل اساسی بر روی آتشفشان کامپی فلگری، این تکنیک در حالت شبیه سازی بدون در نظر گرفتن اثر توپوگرافی و برای دو حالت مخزن ماگمای کروی و بیضوی ارزیابی شد. در حالت مخزن ماگمای کروی، یک مربع  $20 \times 20$  کیلومتر به عنوان سطح نیم فضا به همراه یک حفره کروی ماگما که در زیر سطح نیم فضا قرار دارد به عنوان مرزهای بیرونی و

<sup>1</sup> ERS

<sup>2</sup> ENVISAT

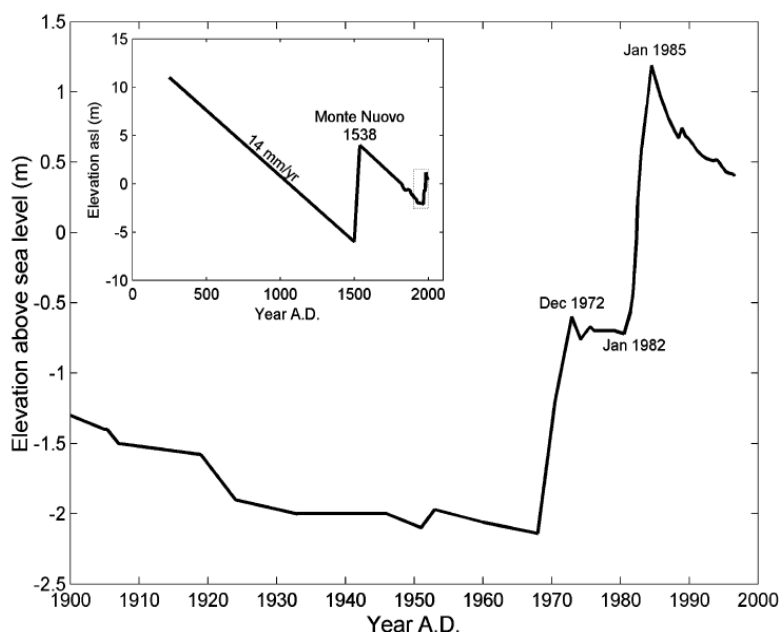
<sup>3</sup> Small Baseline Subset Differential InSAR

<sup>4</sup> Ascending Orbit

<sup>5</sup> Track

<sup>6</sup> Frame

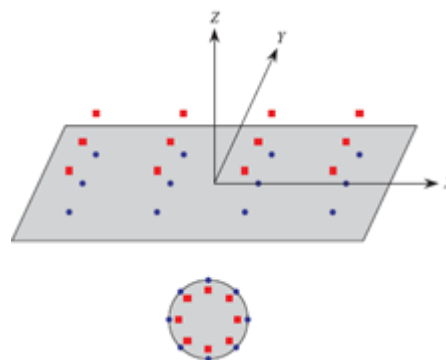
<sup>7</sup> Casu



شکل ۲: سری زمانی ارتفاع منطقه آتشفشانی کامپی فلگری در ۲۰۰۰ سال گذشته [۷]

شبه‌سازی شده نیز روی مرز بیرونی در راستای خط دید ماهواره ( $LOS$ )<sup>۱</sup> برای حالتی مشابه با داده‌های راداری تصویر شدند. برای این تصویرسازی از رابطه ارائه شده در [۲۶] استفاده گردید. جابجایی‌های شبه‌سازی شده در شبکه ای یکنواخت با فواصل ۰٫۵ کیلومتری نمونه‌برداری شد تا با رزولوشن مکانی جابجایی‌های حاصل از مشاهدات تداخل سنجی راداری که حدود ۰٫۱ کیلومتر است قابل مقایسه باشد.

برای تفسیر جابجایی‌های حاصل از روش حل اساسی، از جابجایی‌های حاصل از مدل‌های مخزن ماگمای کرووی [۱] و بیضوی [۲۵] استفاده شد. پس از تصویرسازی این جابجایی‌ها در راستای خط دید ماهواره، باقیمانده بین جابجایی‌های حاصل از روش حل اساسی و جابجایی‌های مدل تحلیلی محاسبه شد که در شکل‌های (۵ و ۶) نمایش داده شده است. مقادیر باقیمانده‌ها حاکی از رضایتبخش بودن نتایج است و در بازه  $\pm 3$  میلی‌متر قرار دارد.

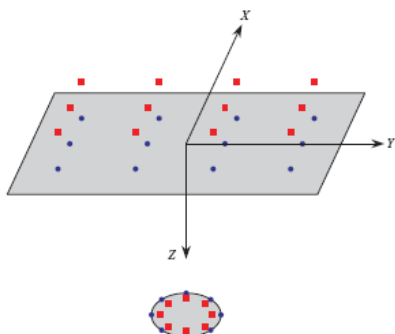


شکل ۳: هندسه مرز داخلی (حفره کرووی) و بیرونی مساله به همراه سیستم مختصات مورد استفاده. نقاط مرزی و منبع به ترتیب با دایره‌های آبی و مربعات قرمز رنگ در شکل نمایش داده شده‌اند

پس از محاسبه حل‌های اساسی برای جابجایی و تنش، در گام اول ضرایب  $a$  و  $b$  و  $c$  توضیح داده شده در زیربخش ۱-۲ محاسبه شد. چون هدف اصلی، مقایسه میدان جابجایی حاصل از روش حل اساسی با میدان جابجایی حاصل از مشاهدات تداخل سنجی راداری برای آتشفشان کامپی فلگری است که در بخش بعد توضیح داده خواهد شد، جابجایی‌های

<sup>1</sup>Line Of Sight

در نظر گرفته شد. نتایج این آزمایش نیز در شکل (۷) نشان داده شده است.



شکل ۴: هندسه مرز داخلی (حفره بیضوی) و بیرونی مساله به همراه سیستم مختصات مورد استفاده. نقاط مرزی و منبع به ترتیب با دایره‌های آبی و مربعات قرمز رنگ در شکل نمایش داده شده‌اند

لازم به ذکر است که پیش از انتخاب پارامترهای ورودی روش حل اساسی، تاثیر این پارامترها بررسی شد. پارامترها شامل فاصله نقاط منابع نیرو از دامنه و تعداد نقاط مرزی می‌باشد که اثر تغییرات آنها مورد مطالعه قرار گرفت. برای کنترل اثر تغییرات پارامتر اول (فاصله نقاط منابع نیرو از دامنه)، مساله در حالت‌های مختلف این پارامتر در حالی که مابقی پارامترها ثابت بودند حل شد. نتایج در شکل (۷) نمایش داده شده است. همان‌طور که مشخص است میزان خطا با افزایش فاصله کاهش می‌یابد. از آنجا که از فاصله ۵ کیلومتر به بعد تغییر قابل ملاحظه‌ای در مقدار خطا ایجاد نشد، این فاصله برای نقاط انتخاب گردید. دومین پارامتر تعداد نقاط مرزی بود که اثر تغییرات آن بررسی شد و مجدداً بقیه پارامترها ثابت

جدول ۱: پارامترهای مخزن ماگما.  $X, Y$ ، مختصات مسطحاتی،  $VC$  تغییر حجم مخزن کروی،  $PC$  تغییر فشار مخزن بیضوی،  $MaA$  نیم قطر بزرگ مخزن بیضوی،  $MiA$  نیم قطر کوچک مخزن بیضوی،  $PA$  زاویه شیب مخزن بیضوی و  $SA$  آزمون مخزن

#### بیضوی

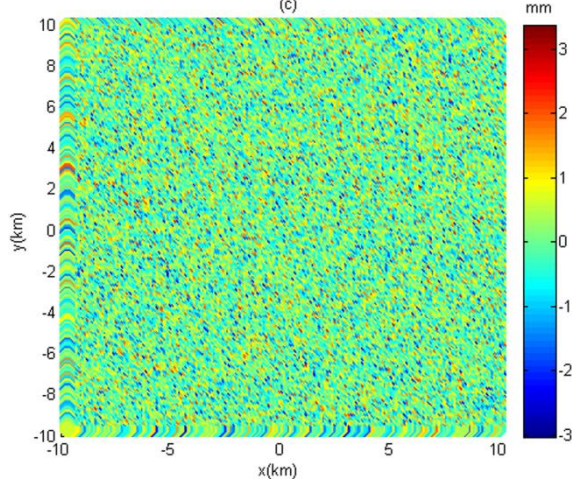
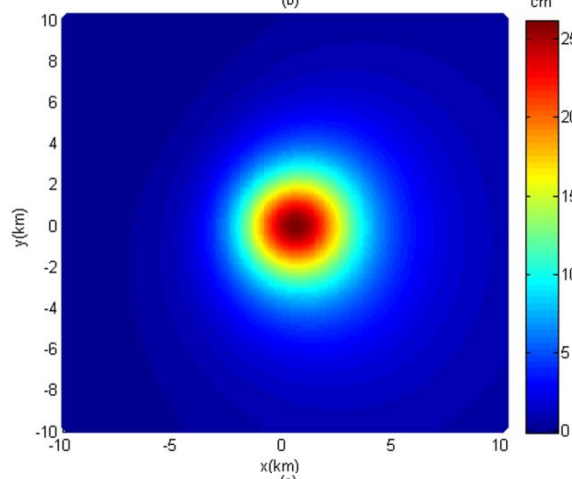
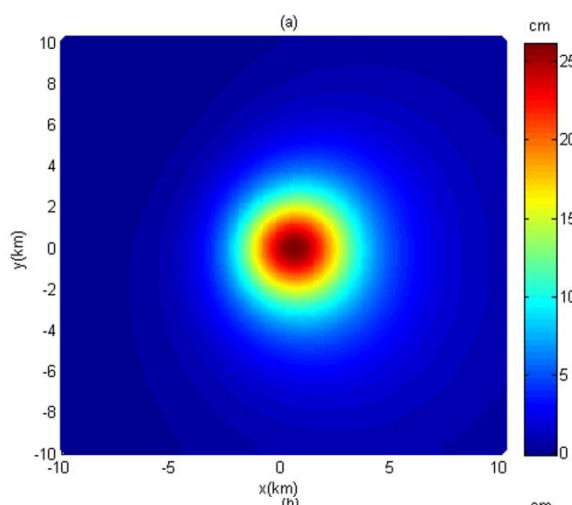
SA (°)	PA (°)	MiA (km)	MaA (km)	PC (GPa)	VC (km <sup>3</sup> )	Depth (km)	Y (km)	X (km)	نوع
				-	۰٫۰۱	۳	۰	۰	کروی
۹۰	۰	۱	۲	۰٫۰۱	-	۳	۰	۰	بیضوی

آتشفشان‌های با ارتفاعات  $H$  برابر با ۰ و ۸۸۱ و ۱۸۱۹ و ۲۸۸۶ متر و شیب‌های متوسط دامنه  $\alpha$  برابر با ۰ و ۱۰ و ۲۰ و ۳۰ درجه بررسی شد. مخروطی با شعاع ۵ کیلومتر به‌عنوان عمارت آتشفشانی در نظر گرفته شد. نسبت پواسن و مدول برشی و پارامترهای مخزن ماگما مشابه ارزیابی قبلی است.

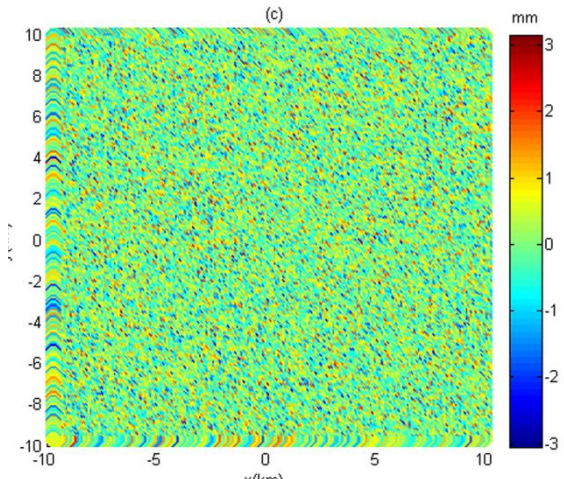
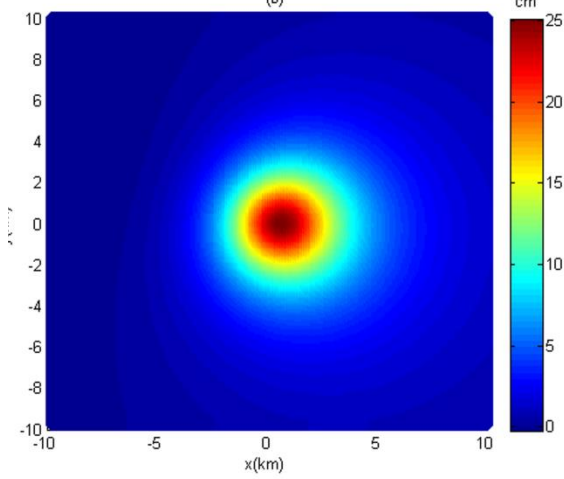
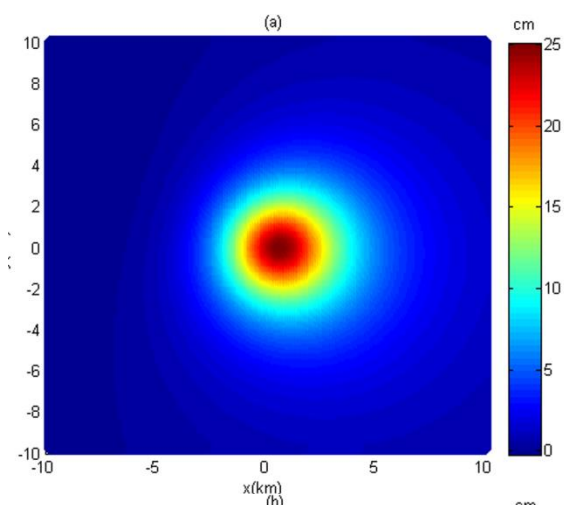
بدیهی است که افزایش نقاط مرزی با کاهش خطا همراه خواهد بود. مجدداً به‌دلیل اینکه از تعداد ۲۵ عدد به بعد تغییر قابل ملاحظه‌ای در مقدار خطا ایجاد نشد، این تعداد برای نقاط انتخاب گردید.

به‌منظور بررسی اثر توپوگرافی بر روی تغییر شکل یک ارزیابی عددی با استفاده از روش حل اساسی سه بعدی انجام شد. ویلیامز و واج<sup>۱</sup> در سال ۱۹۹۸ نشان دادند که توپوگرافی تاثیر قابل توجهی بر روی میدان جابجایی دارد [۲۷] بنابراین با در نظر گرفتن هندسه‌ای که به‌طور شماتیک در شکل (۸) نمایش داده شده است مطالعه انجام گرفت. اثر توپوگرافی برای

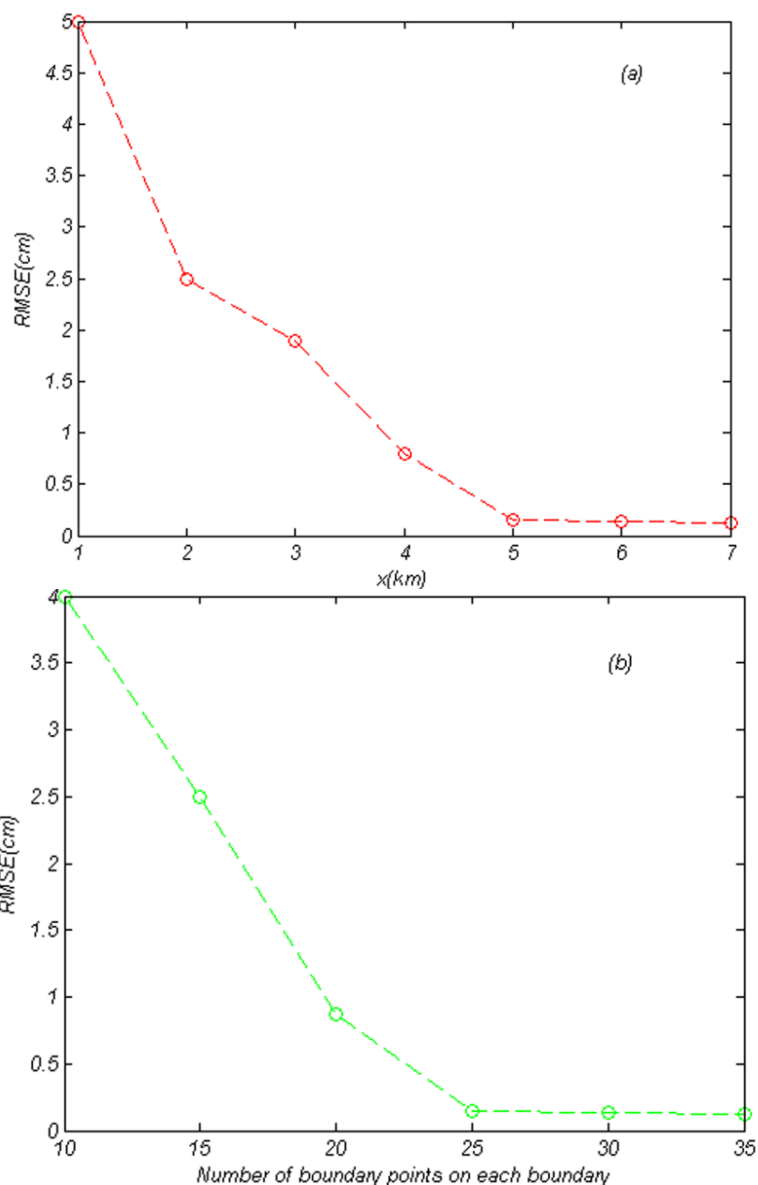
<sup>1</sup> Williams & Wadge



شکل ۶: نتایج ارزیابی شبیه‌سازی برای مخزن ماگمای بیضوی (الف): میدان جابجایی مدلسازی شده به روش تحلیلی (ب): میدان جابجایی حاصل از روش حل اساسی (ج): باقیمانده‌ها. تمام جابجایی‌ها در راستای خط دید ماهواره تصویر شده‌اند



شکل ۵: نتایج ارزیابی شبیه‌سازی برای مخزن ماگمای کروی (الف): میدان جابجایی مدلسازی شده به روش تحلیلی (ب): میدان جابجایی حاصل از روش حل اساسی (ج): باقیمانده‌ها. تمام جابجایی‌ها در راستای خط دید ماهواره تصویر شده‌اند



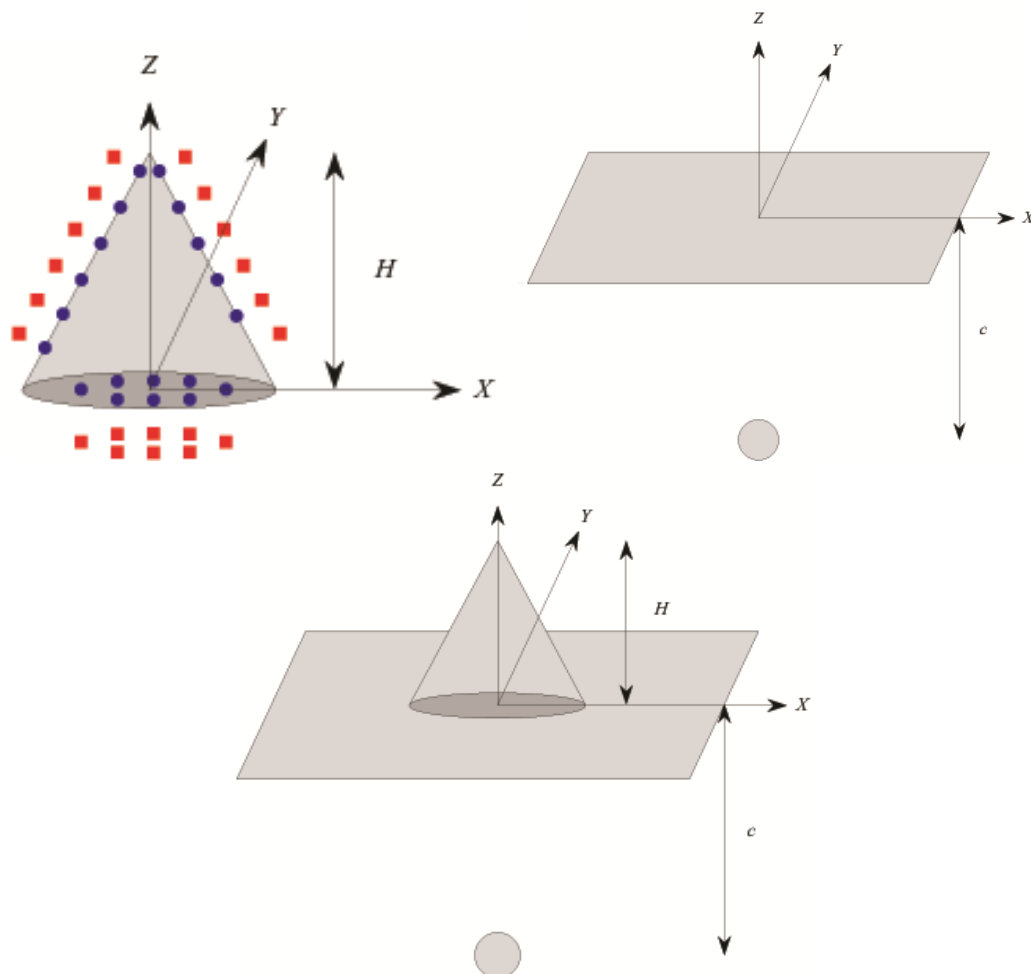
شکل ۷: تاثیر پارامترهای ورودی. الف): تغییرات خطای مربعی متوسط (RMSE) و فاصله نقاط منابع نیرو از دامنه. محور افقی نشان‌دهنده فاصله نقاط منابع نیرو از دامنه می‌باشد. ب): تغییرات خطای مربعی متوسط و تعداد نقاط مرزی

استفاده گردید. شکل (۹) نشان‌دهنده تغییرات جابجایی ایجاد شده به وسیله مخزن ماگمای کروی واقع شده در محیط همگن الاستیک می‌باشد. نتایج تغییرات شیب سطح  $\alpha$  و تغییرات ارتفاع با جابجایی‌ها در سطح نیم‌فضا (ارتفاع توپوگرافی برابر با صفر متر و شیب متوسط صفر درجه) مقایسه شده است. همان‌طور که از این شکل می‌توان

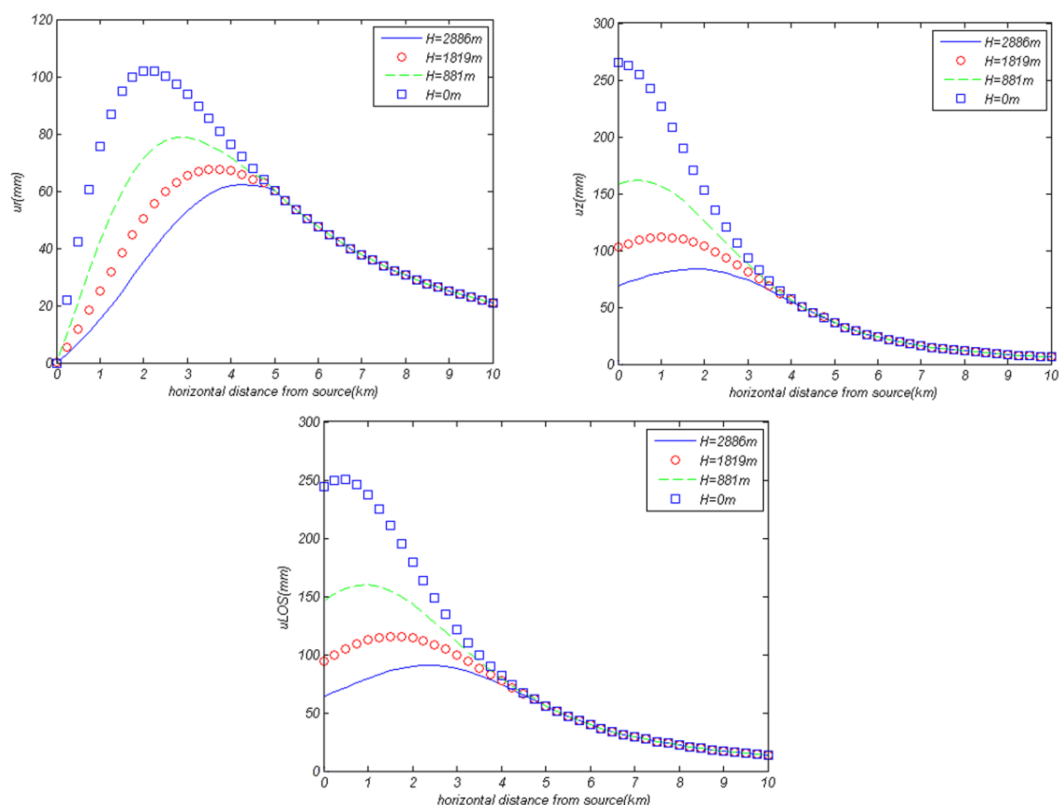
یکصد نقطه مرزی به طور یکنواخت بر روی مخروط توزیع شد. مقادیر مرزی جابجایی با استفاده از روش [۲۷] محاسبه شد که در این روش عمق‌های متفاوت مخزن ماگما برای هر نقطه مرزی در نظر گرفته می‌شود. مجدداً خطای تصادفی نیز مشابه با ارزیابی‌های قبلی به مقادیر مرزی اعمال شد. برای حل اساسی جابجایی در فضای توپوگرافی از رابطه (۸)

در فاصله شعاعی ۲ کیلومتری مخزن ماگما ماکزیمم جابجایی ارتفاعی اتفاق می‌افتد. برای جابجایی‌های شعاعی این کاهش مقدار در نزدیکی قله کمتر است. جابجایی‌ها در راستای خط دید ماهواره رفتاری مشابه با جابجایی‌های ارتفاعی دارند.

دریافت توپوگرافی تاثیر قابل توجهی بر جابجایی‌های سطحی آتشفشان دارد. با افزایش ارتفاع به‌خصوص در نزدیکی قله، جابجایی‌های ارتفاعی کاهش می‌یابند. برای شیب متوسط سی درجه ، قله محل وقوع مینیمم محلی است در حالی که



شکل ۸: هندسه شماتیک مساله . آتشفشانی با ارتفاع  $H$  و عمق مخزن ماگمای  $c$  . مبدا سیستم مختصات مورد استفاده منطبق بر تصویر مرکز مخزن ماگما بر سطح نیم‌فضاست و جهت محور  $Z$  به سمت خارج دامنه در نظر گرفته شده است (بالاچپ): نقاط آبی رنگ نشان‌دهنده نقاط مرزی بر روی فضای پر توپوگرافی و مربعات نشان‌دهنده نقاط منابع نیرو می‌باشند (بالاراست): نیم فضا همراه با مخزن ماگمای کروی (پایین) برهم نهی دو محیط.



شکل ۹: اثر توپوگرافی بر جابجایی (بالاچپ): مولفه جابجایی ارتفاعی (بالا راست) مولفه جابجایی شعاعی (پایین) جابجایی ایجاد شده در راستای خط دید ماهواره.  $H$  ارتفاعات آتشفشانها می باشد. مخزن ماگما در عمق ۳ کیلومتری سطح نیم فضا در نظر گرفته شده است.

## ۵- کاربرد روش حل اساسی بر روی آتشفشان کامپی فلگری

علاوه بر محاسن ذکر شده در قسمت‌های پیشین، روش حل اساسی سه بعدی برخلاف روش‌هایی مانند المان محدود نیاز به مش بندی مساله که زمان بر است ندارد. بنابراین در این مطالعه از روش حل اساسی سه بعدی برای تعیین میدان جابجایی آتشفشان کامپی فلگری استفاده شد.

مدل ارتفاعی دیجیتالی ( $DEM$ ) ایجاد شده به وسیله  $SRTM$  به عنوان توپوگرافی منطقه در نظر گرفته شد (شکل (۱۰)). روش استفاده شده مشابه با حالت ارزیابی می باشد. یک سیستم مختصات کارتزین با مبدا واقع شده در سطح متوسط دریا، زیر قله آتشفشان کامپی فلگری به کار گرفته شد. محورهای  $x$  و  $y$

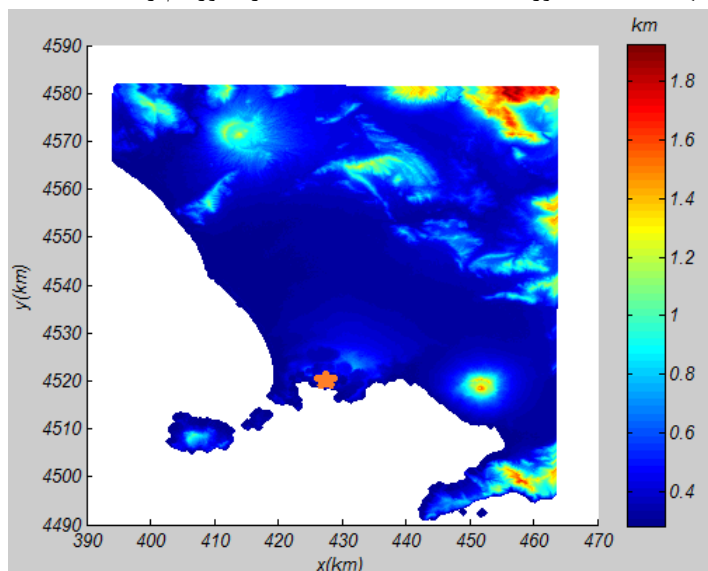
کایول و کرنس<sup>۱</sup> در ۱۹۹۸ اشاره کردند که تفسیر جابجایی‌های سطح زمین بدون در نظر گرفتن اثر توپوگرافی می تواند به نتایج اشتباه منجر شود [۲۸] منحنی‌های مربوط به جابجایی‌های قائم کمی در نزدیکی قله مسطح تر هستند. محل ماکزیمم جابجایی برای جابجایی‌های شعاعی با ارتفاع قله متغیر است. جابجایی‌های قائم ایجاد شده به وسیله مخزن ماگما در فواصل مسطحاتی بزرگ ( $r > c$ ) هنگامی که اثر توپوگرافی در نظر گرفته نشود سریعتر محو می شود.

این نتایج با نتایج حاصل از مطالعه [۲۸] مطابقت دارد با این تفاوت که در مطالعه حاضر به جای روش المان مرزی از روش حل اساسی که به محاسن آن در قسمت‌های قبل اشاره شده بود، استفاده شده است.

<sup>1</sup> Cayol & Cornet

بالای محیط است. برای انتخاب پارامترهای مخزن ماگما از الگوریتم ژنتیک استفاده شد.

به ترتیب در راستاهای شرق به غرب و شمال به جنوب قرار دارند در حالی که جهت مثبت محور z به سمت



شکل ۱۰: مدل ارتفاعی دیجیتال منطقه آتشفشان کامپی فلگری. ستاره نارنجی رنگ نشان دهنده محل قله می باشد.

$1 \times 10^{-5}$  و  $2 \times 10^{-3}$  کیلومتر مکعب در نظر گرفته شد که در بازه پیشنهادی [۹ و ۲۱] برای این منطقه بود. جدول (۲) پارامترهای مورد استفاده در این مدلسازی را نشان می دهد. چهارصد نقطه مرزی به صورت یک شبکه نقاط منظم انتخاب شد. نسبت پواسن مانند سایر آتشفشانها  $0.25$  و مدول برشی مانند مطالعه [۲۱] در این منطقه  $7$  گیگا پاسکال در نظر گرفته شد. طبق نتایج [۲۸] عمق مخزن ماگما باید نسبت به قله سنجیده شود بنابراین در این مطالعه عمق مخزن برابر با  $3/2$  کیلومتر نسبت به قله در نظر گرفته شد.

حدود بالا و پایین فضای جستجو برای موقعیت مرکز مخزن برابر با پوشش مشاهدات تداخل سنجی راداری و برای عمق مخزن برابر با  $2$  تا  $5$  کیلومتر در بازه پیشنهادی [۷ و ۲۱] در نظر گرفته شد. معادله (۱۲) براساس مطالعه [۹] حد پایین فضای جستجو را برای تغییر حجم مخزن ماگمای کروی  $\Delta v$  با استفاده از مشاهدات جایجایی در راستای خط دید ماهواره  $u_{LOS}$  مشخص می کند.

$$\Delta v = 0.72 \iint_{R^2} u_{LOS} dx dy \quad (12)$$

که در این مطالعه برابر با  $2 \times 10^{-3}$  کیلومتر مکعب است. بازه تغییر حجم مخزن بین

جدول ۲: پارامترهای مورد استفاده برای مخزن ماگمای کروی در آتشفشان کامپی فلگری

نوع پارامتر	$X$ (km)	$Y$ (km)	Depth (km)	$VC$ ( $km^3$ )	$RMSE$ (mm)
مقادیر انتخاب شده	۴۲۷/۲۰۹	۴۵۱۹/۹۰۹	۳/۲	-۰/۰۰۰۹۷	۱/۴۷

مشاهداتی و میدان جایجایی حاصل از روش حل اساسی در اشکال ۱۱ (الف) و (ب) نشان داده شده است. همان طور که در این اشکال دیده می شود نتایج حاصل از روش حل اساسی با

به منظور کنترل نتایج، پس از به کار گیری روش حل اساسی، میدان جایجایی با رزولوشن مکانی  $0.1$  کیلومتر مشابه با مشاهدات راداری نمونه برداری و در راستای خط دید ماهواره تصویر گردید. میدان جایجایی

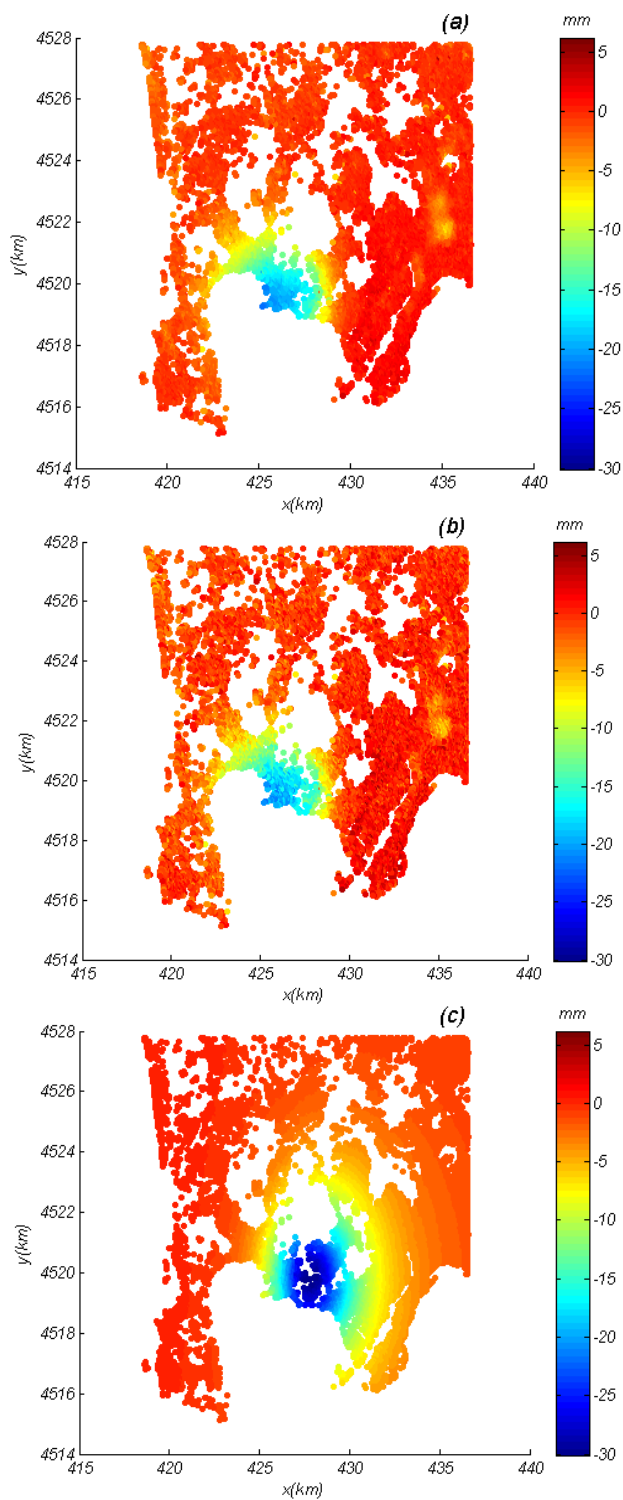
حالت برابر با ۳/۴۲ میلی متر می‌باشد. در شکل (۱۱-ه) جابجایی‌ها در شرایطی که سطح مبنای ارتفاعی برابر با ارتفاع قله در نظر گرفته شود نشان داده شده‌اند. نتایج در این حالت کمتر از مقدار واقعی و کمتر از نتایج حاصل از روش حل اساسی می‌باشد. خطای مربعی متوسط در این حالت برابر با ۲/۹۷ میلی متر است. بر اساس حالت‌های بررسی شده در شکل (۱۱) می‌توان نتیجه گرفت که توپوگرافی واقعی منطقه در تعیین میدان جابجایی آتشفشان می‌بایست در نظر گرفته شود. همچنین به‌کارگیری روش حل اساسی نسبتاً ساده بوده و هزینه محاسباتی کمی دارد بنابراین می‌توان از این روش به‌سادگی در محاسبه میدان تغییر شکل آتشفشان استفاده کرد.

#### ۶- نتیجه گیری

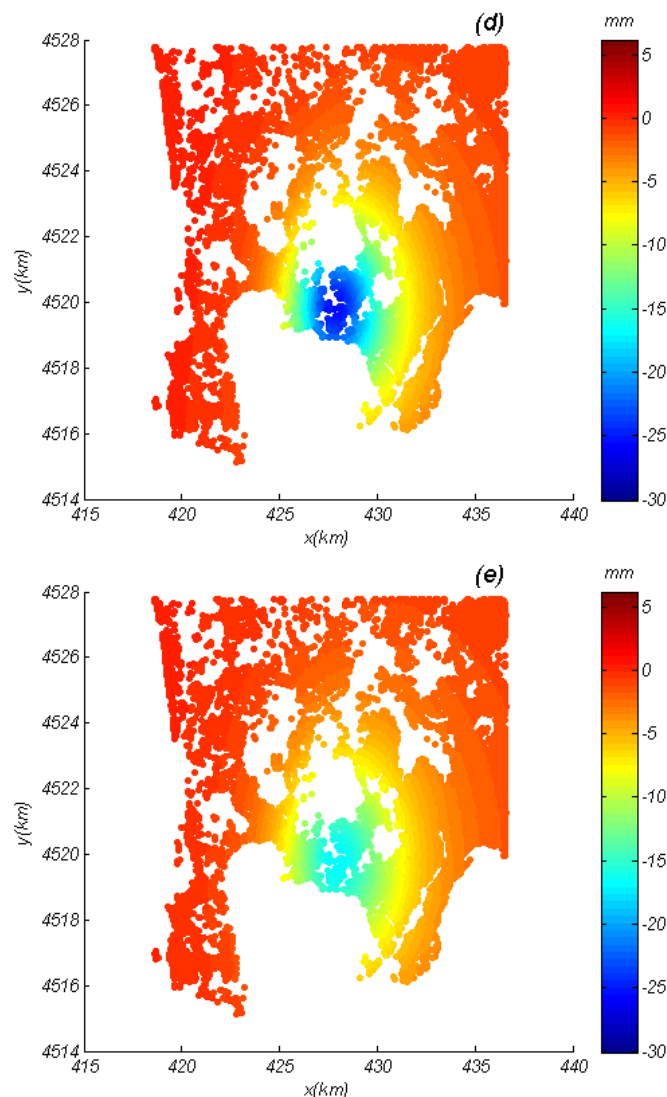
در این مطالعه با در نظر گرفتن اثر توپوگرافی واقعی منطقه، از روش حل اساسی برای محاسبه میدان جابجایی آتشفشان کامپی‌فلگری استفاده شد. با توجه به مطالب گفته شده می‌توان دریافت که اجرای روش نسبتاً ساده بوده، نیاز به آماده‌سازی داده زیاد ندارد و برخلاف روش المان مرزی، از آنجا که نقاط منابع نیرو خارج از دامنه در نظر گرفته می‌شوند با انتگرال‌های پیچیده رو به رو نخواهد شد. پیش از به‌کارگیری روش حل اساسی بر روی آتشفشان کامپی‌فلگری، این روش بر روی آتشفشان‌های شبیه‌سازی شده با مخازن ماگمای کروی و بیضوی اجرا شد و نتایج آن با یافته‌های حاصل از مدل‌های تحلیلی مقایسه گردید.

نتایج، باقیمانده ای در بازه  $\pm 3$  میلی‌متر را نشان دادند که حاکی از هماهنگی دست آورد حاصل از دو روش بود. سپس اثر توپوگرافی بر روی میدان جابجایی بررسی شد که نشان داد در نظر نگرفتن اثر توپوگرافی به‌خصوص در آتشفشان‌های مرتفع می‌تواند باعث ایجاد خطای زیاد در محاسبه میدان جابجایی شود.

نتایج حاصل از مشاهدات راداری مطابقت دارد و نشان‌دهنده نرخ فرونشستی برابر با ۲ سانتیمتر در سال می‌باشد. مقدار خطای مربعی متوسط کوچک و برابر با ۱/۴۷ میلی متر است. در این حالت فرونشست با فاصله گرفتن از قله کاهش می‌یابد. معمولاً میدان جابجایی آتشفشان با استفاده از مدل تحلیلی مگی [۱] و بدون در نظر گرفتن اثر توپوگرافی محاسبه می‌شود. همچنین یک روش معمول برای در نظر گرفتن اثر توپوگرافی، انتخاب یک سطح مبنای ارتفاعی ثابت بالای سطح متوسط دریاست. برای مقایسه مقادیر به‌دست آمده از این روش‌ها با روش ارائه شده در مطالعه حاضر، سه حالت مختلف بدون در نظر گرفتن اثر توپوگرافی، ارتفاع مبنای ۲۲۰ متر (محلی بین سطح متوسط دریا و قله) و ارتفاع مبنای ۴۵۸ متر (برابر با ارتفاع قله) در نظر گرفته شد. جابجایی‌های مربوط به هر حالت در اشکال (۱۱-ج و ۱۱-ه) نشان داده شده است. همه جابجایی‌ها در راستای خط دید ماهواره تصویر شده‌اند. شکل (۱۱-ج) حالتی را نشان می‌دهد که در آن اثر توپوگرافی در نظر گرفته نشده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود جابجایی‌ها در این حالت حدود چهل درصد بزرگتر از نتایج حاصل از روش حل اساسی هستند. رخ دادن این پدیده به این دلیل است که جابجایی تابعی از عمق مخزن ماگماست و در این حالت عمق مخزن برابر با ۲/۷ کیلومتر از سطح متوسط دریا در نظر گرفته شده است. در این وضعیت جابجایی بیش از مقدار حقیقی به‌دست آمده و خطای مربعی متوسط برابر با ۶/۱۷ میلی‌متر است. شکل (۱۱-د) نتایج را در حالتی نشان می‌دهد که سطح مبنای ارتفاعی ۲۲۰ متر بالاتر از سطح متوسط دریا در نظر گرفته شود. در این حالت یک ارتفاع ثابت به‌عنوان توپوگرافی متوسط به سطح اضافه شده است. تقریباً بیش از اندازه جابجایی‌های حقیقی در این حالت کمتر از حالتی است که توپوگرافی در نظر گرفته نشود. این تقریب حدود بیست درصد بیش از نتایج حاصل از روش حل اساسی است. خطای مربعی متوسط در این



شکل ۱۱: (الف) میدان جابجایی حاصل از مشاهدات راداری در راستای خط دید ماهواره [۲۱] (ب) میدان جابجایی حاصل از روش حل اساسی با در نظر گرفتن مخزن ماگمای واقع شده در عمق ۳٫۲ کیلومتری قله یا ۲٫۷ کیلومتری از سطح متوسط دریا (ج) میدان جابجایی مخزن ماگمای کروی هنگامی که سطح آزاد منطبق با سطح متوسط دریا در نظر گرفته شده و اثر توپوگرافی نادیده گرفته شود



شکل ۱۱ (ادامه): (د) میدان جابجایی تحلیلی حاصل از مخزن ماگمای کروی هنگامی که ارتفاع مینا برابر با ۲۲۰ متر از سطح متوسط دریا (محلی بین سطح متوسط دریا و قله) در نظر گرفته شود. (ه) میدان جابجایی تحلیلی حاصل از مخزن ماگمای کروی هنگامی که ارتفاع مینا برابر با ۴۵۸ متر از سطح متوسط دریا (برابر با ارتفاع قله) در نظر گرفته شود.

یافته‌ها با خطای مربعی متوسط کمتر از ۲ میلی‌متر نشان می‌دهد که می‌توان از روش حل اساسی به‌عنوان یک روش کارآمد در مطالعه تغییر شکل آتشفشان استفاده کرد. همچنین تغییر شکل در سه حالت در نظر نگرفتن اثر توپوگرافی، در نظر گرفتن توپوگرافی به‌صورت ارتفاع مینا در سطحی بین سطح متوسط دریا و قله و در نظر گرفتن توپوگرافی در ارتفاعی برابر با قله محاسبه شد. این محاسبات منجر به نتایج بیشتر یا کمتر از جابجایی حقیقی آتشفشان شد و خطای

از آنجا که آتشفشان کامپی‌فلگری در منطقه‌ای پرجمعیت قرار گرفته و دارای فعالیت‌های مداوم است و در صورت فوران خسارات جبران‌ناپذیری بر مردم منطقه تحمیل خواهد کرد برای اجرای روش حل اساسی انتخاب گردید. روش حل اساسی برای این آتشفشان با در نظر گرفتن مخزن ماگمای کروی در عمق ۳/۲ کیلومتری زیر قله به‌کار گرفته شد. نتایج حاصل با میدان جابجایی به‌دست آمده از مشاهدات تداخل سنجی راداری مقایسه گردید.

حل اساسی در مطالعه تغییر شکل آتشفشان کامپی‌فلگری از تحقیقات اولیه در زمینه مسائل ژئودینامیک بوده و می‌توان در سایر مطالعات این شاخه از این روش بهره جست. همچنین استفاده از روش حل اساسی برای مسائلی که دارای معادلاتی غیر از کوشی-ناویر هستند می‌تواند از موارد قابل توجه در مطالعات آتی باشد.

مربعی متوسطی بیش از روش حل اساسی و توپوگرافی واقعی منطقه را نشان داد. از این تحقیق می‌توان دریافت که نتایج حاصل از روش حل اساسی همراه با در نظر گرفتن توپوگرافی واقعی منطقه با نتایج حاصل از مدل‌های تحلیلی معمول که یا اثر توپوگرافی در نظر گرفته نمی‌شود و یا به‌عنوان یک سطح متوسط فرض می‌شود متفاوت بوده و به میدان جابجایی واقعی منطقه نزدیک‌تر است. اجرای روش

### مراجع

- [1] K. Mogi, "Relation between the Eruptions of Various Volcanoes and the Deformations of the Ground Surfaces around them", *Bull. earthq. Res. Inst.*, Vol. 36, pp. 99-134, 1958
- [2] P.M. Davis, "Surface deformation due to inflation of an arbitrarily oriented triaxial ellipsoidal cavity in an elastic half-space, with reference to Kilauea Volcano, Hawaii", *J. geophys. Res.*, Vol. 91, pp.7429-7438, 1986
- [3] J. Dvorak, and D. Dzurisin, "Volcano geodesy: the search for magma reservoirs and the formation of eruptive vents", *Rev. Geophys.*, Vol. 35, pp. 343-384, 1997
- [4] F. Omori, "The Sakur-jima eruptions and earthquakes", *Bulletin of the Imperial Earthquake Investigation Committee*, Vol. 8, pp.1-34, 1914
- [5] D. Carbone, G. Currenti, and S. Del Negro, "Multi objective genetic algorithm inversion of ground deformation and gravity changes spanning the 1981 eruption of Etna volcano", *J.Geophys. Res.*, Vol. 113, 2008
- [6] C. Rizos, S. Han, C. Roberts, X. Han, H. Z. Abidin, O. K. Suganda, and A. D. Wirakusumah, "Continuously operating GPS-based volcano deformation monitoring in Indonesia: the technical and logistical challenges", *Geodesy Beyond 2000. International Association of Geodesy Symposia*, Vol. 121. Springer, Berlin, Heidelberg, 2000
- [7] F. Beauducel, G. De natale, F. Obrizzo, and F. Pingue, "3-D Modelling of CampiFlegrei Ground Deformations: Role of Caldera Boundary Discontinuities", *Pure appl. Geophys.*, Vol. 161, pp.1329-1344, 2004
- [8] K.M. Larson, M. Poland, and A. Miklius , "Volcano monitoring using GPS: developing data analysis strategies based on the June 2007 Kilauea volcano intrusion and eruption", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 115, pp. B07406, 2010
- [9] M. Shirzaei, T.R. Walter, H.R. Nankali, and E. P. Holohan, "Gravity-driven deformation of Damavand volcano, Iran, detected through InSAR time series", *Geology*, Vol. 39, pp.251-254, 2010
- [10] A. Karageorghis, D. Lesnic, and L. Marin, "A survey of applications of the MFS to inverse problems", *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 19, pp. 309-336, 2011
- [11] L. Marin, and D. Lesnic, "The method of fundamental solutions for the Cauchy problem in two-dimensional linear elasticity" *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, pp.3425-3438, 2004
- [12] B. T. Johansson, and D. Lesnic, "A method of fundamental solutions for transient heat conduction", *Eng.Anal. Boundary Elements*, Vol. 32, pp. 697-703, 2008
- [13] M. Nili Ahmadabadi, M. Arab, and F.M. Maalek Ghaini, "The method of fundamental solutions for transient heat conduction in functionally graded materials: some special cases", *Journal of Linear and Topological Algebra*, Vol. 02, No. 02, pp. 117- 127, 2013

- [14] G. Ala, G. Fasshauer, E. Francomano, S. Ganci, and S. McCourt, "The Method of Fundamental Solutions in Solving Coupled Boundary Value Problems for M/EEG", *SIAM Journal on Scientific Computing*, Vol. 37, Issue. 4, 2015
- [15] T. H. Reeve, "The method of fundamental solutions for some direct and inverse problems" Birmingham, UK, 2013.
- [16] A. Poullikkas, A. Karageorghis, and G. Georgiou, "the method of fundamental solutions for three-dimensional elastostatics problems", *Computers and Structures Journal*, Vol. 80, pp. 365-370, doi: 10.1016/S0045-7949(01)00174-2, 2002
- [17] R. Mathon, R.L. Johnston, "The approximate solution of elliptic boundary-value problems by fundamental solutions, *Siam J. Number. Anal.* Vol. 14, No. 4, 1977
- [18] Luzo'n, F. T., F. Sa'nchez-Sesma, J. Rodr'iguez-Zu'n'iga, A. Posadas, J. Garc'ia, J. Mart'ın, M. Romacho, and M. Navarro, "Diffraction of P, S and Rayleigh waves by three-dimensional topographies", *Geophys. J. Int.*, Vol.129, pp.571- 578,1997
- [19] A. Poullikkas, A. Karageorghis, and G. Georgiou, "the method of fundamental solutions in three-dimensional elastostatics", *Parallel Processing and Applied Mathematics*, pp.747-755, doi.org/10.1007/3-540-48086-2\_83
- [20] R.D. Mindlin, "Force at a point in the interior of a semi-infinite solid", *J Applied physics*. Vol.7. Issue 5,1936
- [21] A. Manconi, T. R. Walter, M. Manzo, G.Zeni, P. Tizzani, E. Sansosti, and R. Lanari, " On the effects of 3 - D mechanical heterogeneities at CampiFlegrei caldera, southern Italy" , *J. Geophys. Res.*, Vol. 115, B08405, doi: 10.1029/2009JB007099, 2010
- [22] F. Casu, M. Manzo, and R. Lanari, "A quantitative assessment of the SBAS algorithm performance for surface deformation retrieval from DInSAR data", *Remote Sens. Environ.*, Vol.102 (3-4), pp. 195-210, doi: 10.1016/j.rse.2006.01.023, 2006
- [23] Y. Okada, "Internal deformation due to shear and tensile faults in a half-space", *Bull. seismological society of America*, Vol. 82, pp. 1018-1040, 1992.
- [24] P. Berardino, G. Fornaro, R. Lanari, and E. Sansosti, "A new algorithm for surface deformation monitoring based on small baseline differential SAR interferograms", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol.40 (11), pp.2375-2383,2002
- [25] X.M.Yang, P.M. Davis, and J.H. Dieterich, "Deformation from inflation of a dipping finite prolate spheroid in an elastic half-space as a model for volcanic stressing", *J geophys Res*, Vol.93, pp. 4249-4257,1988, doi: 10.1029/JB093iB05p04249
- [26] R.F. Hanssen, "Radar interferometry: Data interpretation and error analysis", Vol. 2. Netherlands: Springer Science & Business Media, 2001 Available from: <http://www.springer.com/gp/book/9780792369455>.
- [27] C.Williams, and G. Wadge, "The effects of topography on magma chamber deformation models: Application to Mt. Etna and radar interferometry, *Geophys. Res. Lett.*, Vol.25, pp.1549- 1552,1998
- [28] V. Cayol, and F.H. Cornet, "Effects of topography on the interpretation of the deformation field of prominent volcanoes: Application to Etna. *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 25(11) pp.1979-1982,1998



## ***Investigating the topography effect in modeling of deformation field of CampiFlegrei volcano using the method of fundamental solution***

*Maryam Yazdanparast<sup>1</sup>, Behzad Voosoghi\*<sup>2</sup>, Farshid Mossaiby<sup>3</sup>*

*1- PhD student of Department of Geodesy, Faculty of Geodesy and Geomatics Eng., K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran.*

*2- Associate professor in Department of Geodesy, Faculty of Geodesy and Geomatics Eng., K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran.*

*3- Associate professor in Department of Civil Eng., University of Isfahan, Isfahan, Iran*

### **Abstract**

*Considering the importance of predicting volcano eruption and the large number of volcanic peaks across the world, having enough researches in this field is vital. Based on geodetic researches, surface deformation of the earth in the form of uplift or subsidence in the volcanic region, is an indicator of the magma's movement respectively towards the crater or the exit from the tank around. In this study, using the new method of the fundamental solution, the determination of the deformation field of the Campi Flegrei volcano, taking into account the topographic effect has been considered. Method of fundamental solution is a numerical Meshless method which is used to solve boundary value problems. No need for high computational cost in this method causes it becomes an effective tool in solving many problems in a variety of fields. To verify the efficiency of the method, the resulted displacement field was compared with the Interferometric Synthetic Aperture Radar (InSAR) observations at the Italian Campi Flegrei volcano. The root mean square error was less than 2 mm which indicates a good satisfactory with the displacement field resulting from the observations.*

**Key words:** *Deformation field, Volcano, Method of fundamental solution, Topography, Meshless method*