نشریه علمی مهندسی فناوری اطلاعات مکانی

سال یازدهم، شماره دوم، تابستان ۱۴۰۲

Vol.11, No.2, Summer 2023

۸۳ -۱۰۱

مقاله پژوهشی

DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]

[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]

[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]

مقایسه روش‌های آماری کولوکیشن کمترین مربعات و کریجینگ در درونیابی میدان جابجایی حاصل از پراکنشگرهای دائمی تداخل سنجی راداری

حمید مهرابی[1*]، مینا نادیان[2]، فاطمه دلال‌زاده عطوفی[3]

۱- استادیار، گروه مهندسی نقشه برداری، دانشکده عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان

۲- کارشناسی ارشد ژئودزی، گروه مهندسی نقشه برداری، دانشکده عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی، گروه مهندسی نقشه برداری، دانشکده عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۲/۰۶ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۰۶/۲۱

چکیده

آنالیز سری زمانی تصاویر راداری مبتنی بر پراکنشگرهای دائمی، یکی از روش‌های ژئودتیکی سنجش از دوری است که برای بررسی تغییرات تدریجی سطح زمین (مثل فرونشست) بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد. پراکنشگرهای دائمی(*PS*) بصورت پراکنده و گسسته هستند که برای تولید یک میدان پیوسته جابجایی، باید از روش‌های درونیابی بر روی پراکنش‌گرهای دائمی استفاده نمود. در این مقاله دو روش درونیابی آماری کولوکیشن کمترین مربعات(*LSC*) و کریجینگ بر روی پراکنش‌گرهای دائمی مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. در این راستا فرونشست بخشی از شهر اصفهان، به عنوان منطقه مطالعاتی مورد بررسی قرار گرفت و تعداد ۷۳ تصویر از ماهواره سنتینل۱-*A* در بازه زمانی ۲۰۱۴/۱۰/۱۹ تا ۲۰۲۰/۱۲/۱۰ پردازش شد. در روش کولوکیشن کمترین مربعات از مدل‌های توابع کوواریانس تحلیلی هیروانن، گاوسی و نمایی استفاده شد و مقادیر *RMSE* آن به ترتیب، ۴٫۵۲ سانتی‌متر، ۵٫۳۱ سانتی‌متر و ۴٫۲۸ سانتی‌متر حاصل شد. در روش کریجینگ از مدل‌های توابع واریوگرام تحلیلی کروی بعلاوه اثر قطعه‌ای، نمایی، گاوسی و ترکیبی استفاده شد که مقادیر *RMSE* آن‌ها به ترتیب، ۴٫۳۵ سانتی‌متر، ۴٫۳۱ سانتی‌متر، ۹٫۷۰ سانتی‌متر و ۴٫۴۰ سانتی‌متر حاصل شد. با توجه به مقدار *RMSE* در روش کولوکیشن و روش‌های کریجینگ معمولی و کوکریجینگ معمولی از تابع کوواریانس و واریوگرام نمایی استفاده گردید. در این تحقیق نتایج درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات، کریجینگ معمولی و کوکریجینگ معمولی با یکدیگر مقایسه گردید و *RMSE* آنان به ترتیب ۴٫۲۸ سانتی‌متر، ۴٫۳۱ سانتی‌متر و ۴٫۳۸سانتی‌متر بدست آمد. مقدار *RMSE* برای درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات از کریجینگ معمولی و کوکریجینگ معمولی کمتر شد؛ پس می‌توان نتیجه گرفت که درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات برای این داده ها دقیق‌تر است.

کلید واژه‌ها : روش درونیابی کریجینگ، روش کولوکیشن کمترین مربعات، تداخل‌سنجی دهانه مصنوعی راداری، روش‌های درونیابی آماری و پراکنشگرهای دائمی *InSAR*.

* نویسنده مکاتبه کننده: اصفهان، دانشگاه اصفهان، دانشکده عمران و حمل ونقل، گروه مهندسی نقشه برداری.

تلفن: ۰۳۱۳۷۹۳۵۲۹۷

Email: h.mehrabi@eng.ui.ac.ir

۱- مقدمه

امروزه آنالیز جابجایی‌ها و تغییر شکل پوسته زمین از مسائل مهم برای متخصصین زمین، بویژه ژئودزین‌ها و زمین‌شناسان می‌باشد. برخی از این جابجایی‌ها و تغییرشکل‌ها یکباره اتفاق می‌افتند مثل زمین‌لرزه و آتشفشان و برخی دیگر مثل لغزش و فرونشست در طول زمان دچار تغییر می‌شوند. با تحلیل و بررسی برخی از این جابجایی‌ها و تغییر شکل‌هایی که بصورت تدریجی نمایان می‌شوند؛ می‌توان بردارهای جابجایی را پیش‌بینی کرد و از خسارت های غیرقابل جبران آنها جلوگیری نمود. گستردگی پدیده‌های تدریجی چون فرونشست در مناطق مختلف جهان، باعث شده تا اینگونه مسائل به روش‌های مختلفی مورد ارزیابی و پیش‌بینی قرار گیرند. در پردازش سری زمانی تداخل سنجی راداری(*InSAR*[۱]) ، با داشتن تعداد کافی تصویر از منطقه مورد مطالعه، یک مجموعه از تداخل‌نما[۲] حاصل می‌شود که مربوط به بازه‌های زمانی مختلف می‌باشد. معمولاً در تداخل‌نمای تولید شده، مناطق وسیعی وجود دارد که در آن همبستگی[۳] زمانی و مکانی پایین است و اندازه‌گیری انجام شده در این مناطق قابل اطمینان و یا اصلاً قابل انجام نیست. این محدودیت‌ها سبب می‌شود تا روش تداخل‌سنجی به تنهایی ابزاری کامل جهت نظارت و اندازه‌گیری اعوجاجات سطح زمین و تغییرات توپوگرافی نباشد[۱ و۲]. روش تداخل سنجی تفاضلی راداری[۴] مناسب پدیده‌های هم‌لرزه می‌باشد. در پدیده‌های غیرهم‌لرزه بدلیل عدم همدوسی تصاویر، تداخل‌سنجی تفاضلی راداری روش مناسبی نیست؛ بنابراین از روش‌های سری زمانی استفاده می‌شود. هرجا که خواص فیزیکی و شیمیایی سطح زمین بین دو تصویر تغییر کند، همدوسی از دست می‌رود. پراکنش‌گرهای دائمی پیکسل‌هایی هستند که در طول ارزیابی میدان تغییر شکل، همدوسی خود را حفظ می‌کنند. بدین صورت که از میان میلیون‌ها پیکسل در هر تصویر فقط تعداد محدودی (در حد چند صد هزار) پیکسل به عنوان پراکنشگر دائمی (*PS*[۵]) انتخاب می‌شوند؛ بنابراین در عمل بردارهای جابجایی برای تمام پیکسل‌های یک تصویر برآورد نمی‌شوند؛ در نتیجه فقط یک تصویر تُنُک از کل میدان جابجایی بدست خواهد آمد. برای پیکسل-هایی که همدوسی خود را از دست داده‌اند، استفاده از درونیابی روی *PS* برای پر نمودن تصویر و محاسبه جابجایی ، ضرورت دارد. در این پژوهش، انجام درونیابی براساس روش‌های آماری کریجینگ[۶] و کولوکیشن کمترین مربعات[۷] بررسی شد. تکنیک‌های سری‌زمانی *InSAR* مانند تداخل‌سنجی پراکنشگرهای دائمی[۸] *(PSI)*، تداخل‌سنجی بر اساس طول مبناهای کوچک[۹] *(SBAS)* و تکنیک‌های مختلط در بسیاری از جاها برای ارزیابی تغییر شکل سطح زمین استفاده شده است[۳ و ۴]. شیمادا[۱۰] (۲۰۱۲) و گومز[۱۱] و همکاران (۲۰۱۵) از کولوکیشن کمترین مربعات برای بررسی جابه‌جایی-های سطح زمین استفاده کردند [۵ و ۶]. دنگ[۱۲] و همکاران (۲۰۱۷) از ترکیب تداخل‌سنجی راداری مبتنی بر پراکنشگرهای دائمی با مدل گری-مارکو[۱۳]

---

۱ *Interferometric synthetic aperture radar*

۲ *Interferogram*

۳ *Correlation*

۴ *Differential inSAR*

۵ *Permanent scatterer*

۶ *Kriging*

۷ *Least squares collocation*

۸ *Permanent scatterer interferometry*

۹ *Small baseline subset*

۱۰ *Shimada*

۱۱ *Gómez*

۱۲ *Deng*

۱۳ *Gray-Markov model*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]

فرونشست دشت بیجینگ[۱] را مورد بررسی قرار دادند و برای پیش‌بینی فرونشست از سری‌های زمانی برای ساخت مدل پیش‌بینی بر مبنای مدل بهبود یافته گری-مارکو استفاده نموده‌اند[۷]. کائو[۲] و همکاران (۲۰۱۸) که برای رفع مشکل مدل‌سازی تصادفی تداخل‌سنجی سری‌های زمانی راداری، یک روش برای برآورد واریانس کواریانس مبتنی بر شبکه[۳] *(NVCE)* به منظور مدل‌سازی مکانی سیگنال‌های تروپوسفری ارائه کرده اند، ماتریس واریانس کواریانس مشاهدات سری زمانی[۴] *(TS-InSAR)* را نیز به کمک مدل *NVCE* برآورد کردند. گلی (۲۰۲۲) از روش کولوکیشن کمترین مربعات در انتقال فروسوی داده‌های گرانی هوابرد استفاده نمود و آن را با روش انتگرال پواسن مقایسه کرد و نتایج، برتری روش انتگرال پواسن را نسبت به روش کولوکیشن کمترین مربعات نشان داد [۸]. دربهشتی و فدرستون[۵] (۲۰۱۰) از مدل سازی تابع کوواریانس غیر ایستا در کولوکیشن کمترین مربعات دو بعدی برای بررسی آنومالی جاذبه در نزدیکی گسلی در استرالیا استفاده کردند [۹]. رگوزونی[۶] و همکاران (۲۰۰۵) از روش کریجینگ برای تعیین ژئوئید محلی استفاده کردند [۱۰]. عبدالعظیم[۷] و همکاران (۲۰۱۸) از روش کریجنینگ و مشاهدات ماهواره‌ای برای مدل-سازی یونسفر استفاده کردند [۱۱]. لیگاس و کولچیکی[۸](۲۰۱۴) از روش کریجینگ برای انتقال ارتفاع محلی استفاده کردند [۱۲]. بررسی مدل گوس-مارکو[۹] برای سری‌های زمانی *InSAR*، اصلاح مدل تصادفی سیگنال-های تروپوسفریک زمانی در *TS-InSAR* و توسعه روش *NVCE* برای برآورد مولفه‌های واریانس کواریانس از جمله اقدامات آنها در این مقاله بوده است. بعلاوه عدم اطمینان از مولفه‌های واریانس کواریانس مبتنی بر روش *NVCE* قابل ارزیابی می‌باشد[۱۳]. هدف عمده و اصلی این تحقیق مقایسه دو روش درونیابی به روش-های کولوکیشن کمترین مربعات و کریجینگ بر روی میدان جابجایی استخراج شده از روش پراکنشگرهای دائمی می‌باشد. این تحقیق به دنبال آن است که با انتخاب بهترین توابع واریانس کواریانس(در روش *LSC*) یا توابع واریوگرام (در روش کریجینگ)، نتایج درونیابی مناسب و قابل اطمینان‌تری را برای پراکنشگرهای دائمی بدست آورد.

علی‌رغم تفاوت مبانی تئوری دو روش کولوکیشن کمترین مربعات و کریجینگ، خلط مبحث در بسیاری از منابع مشاهده شده‌است؛ بنابراین، در این تحقیق، دو روش فوق الذکر تفکیک شده‌اند و نتایج و میدان‌های جابجایی استخراج شده این دو روش، با یکدیگر مقایسه شده‌اند. مراحل کلی کار با هر یک از این روش‌ها بصورت مجزا و در قالب یک الگوریتم پیشنهادی برای هر کدام از روش‌های مورد نظر ارائه شده‌است.

۲- درونیابی کریجینگ

تخمین‌گر زمین آماری کریجینگ به افتخار یکی از پیشگامان علم زمین آمار به نام دیجی کریج[۱۰] (۱۹۵۱) به نام کریجینگ نام‌گذاری شده و سپس توسط ماترون در سال ۱۹۶۵ توسعه یافت. کریجینگ یک روش تخمین زمین آماری است که بر پایه میانگین متحرک وزن‌دار استوار است. بطوریکه می‌توان گفت این روش یکی از بهترین برآوردگرهای نااُریب خطی[۱۱] *(BLUE)* می‌باشد.

---

۱ *Beijing*

۲ *Cao*

۳ *Network variance covariance estimation*

۴ *Time series inSAR*

۵ *Featherstone*

۶ *Reguzzoni*

۷ *Abdelazeem*

۸ *Ligas,Kulczycki*

۹ *Gauss-Markov model*

۱۰ *D.G. krige*

۱۱ *Best Linear Unbiased Estimator*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]

این تخمین‌گر بصورت رابطه(۱) تعریف می‌شود:

رابطه(۱) $\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i Z(x_i)$

مهم‌ترین قسمت کریجینگ تعیین وزن‌های آماری λ_i می‌باشد که جهت اطمینان از ناأریب بودن این تخمین‌ها، این وزن‌ها باید به نحوی تعیین گردند که مجموع آنها برابر یک شود($\sum_{i=1}^{N} \lambda_i = 1$). توابع واریوگرام مهم‌ترین نقش آماری را در روش کریجینگ ایفا می‌کنند که برای محاسبه وزن از نیم‌واریانس استفاده می‌کند؛ به همین دلیل به جای توابع واریانس کواریانس، توابعی از جنس واریانس داریم که با عنوان نیم‌واریانس (واریوگرام) معرفی می‌شوند. با استفاده از رابطه (۲) می‌توان مقادیر واریوگرام تجربی را محاسبه کرد.

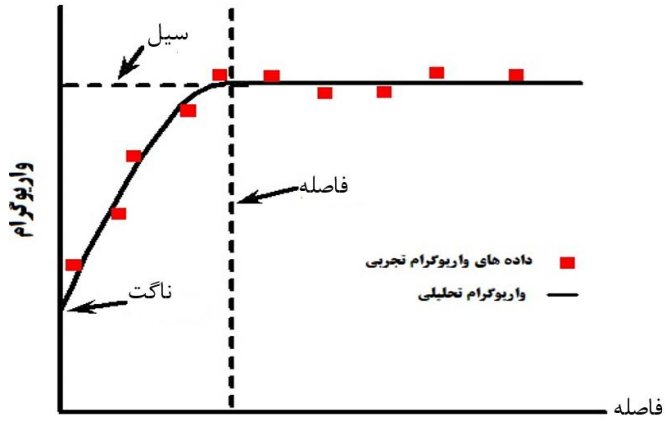
رابطه(۲)

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2m(h)} \sum_{i=1}^{m(h)} \left(Z(x_i) - Z(x_i + h)\right)^2$$

در رابطه (۲)، $m(h)$ تعداد جفت نقاط است که با فاصله h (Lag) از یکدیگر قرار گرفته‌اند. اکثر توابع واریوگرام نموداری مشابه شکل(۱) دارند که تا محدوده مشخصی روند صعودی دارند و پس از آن به مقدار ماکزیمم مجانب می‌شوند. برای محاسبه بردار وزن‌های λ_i $(\boldsymbol{\lambda})$ از روش سرشکنی کمترین مربعات برای مدل پارامتریک $A\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{b}$ استفاده می‌شود، که در آن ماتریس A و بردار $\boldsymbol{b}$ بصورت رابطه (۳) تعریف می‌شوند[۱۴]:

رابطه(۳)

$$A = \begin{bmatrix} \gamma(x_1,x_1) & \gamma(x_1,x_2) & \cdots & \gamma(x_1,x_N) & 1 \\ \gamma(x_2,x_1) & \gamma(x_2,x_2) & \cdots & \gamma(x_2,x_N) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_N,x_1) & \gamma(x_N,x_2) & \cdots & \gamma(x_N,x_N) & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \gamma(x_1,x_0) \\ \gamma(x_2,x_0) \\ \vdots \\ \gamma(x_N,x_0) \\ 1 \end{bmatrix}$$



شکل۱: نمودار واریوگرام تجربی و اجزای اصلی آن

مدل‌های زیادی برای تقریب واریوگرام‌های تحلیلی معرفی شده‌اند که در جدول(۱) بعضی از این مدل‌های تحلیلی آورده شده است.

به‌منظور سهولت در روند انجام عملیات درونیابی به روش کریجینگ، یک الگوریتم کلی و کاربردی ارائه شده‌است. الگوریتم مشخص‌شده در شکل(۲) نمایش‌دهنده مراحل مربوط به روش درونیابی کریجینگ می‌باشد.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]

جدول۱: مدل های مطرح وایوگرام تحلیلی

مدل خطی	$\gamma(h)=\begin{cases} c\left(\frac{h}{a}\right) & for\ h\le a \\ c & for\ h>a \end{cases}$
مدل دایره ای	$\gamma(h)=\begin{cases} c\left\{1-\frac{2}{\pi}cos^{-1}\left(\frac{h}{a}\right)+\frac{2h}{\pi a}\sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}}\right\} & for\ h\ge a \\ c & for\ h>a \end{cases}$
مدل کروی	$\gamma(h)=\begin{cases} c\left\{\frac{3h}{2a}-\frac{1}{2}\left(\frac{h}{a}\right)^3\right\} & for\ h\ge a \\ c & for\ h<a \end{cases}$
مدل پنتا کروی	$\gamma(h)=\begin{cases} c\left\{\frac{15h}{8a}-\frac{5}{4}\left(\frac{h}{a}\right)^3+\frac{3}{8}\left(\frac{h}{a}\right)^5\right\} & for\ h\ge a \\ c & for\ h<a \end{cases}$
مدل نمایی	$\gamma(h)=\begin{cases} c_0+c\left\{1-exp\left(-\frac{h}{a}\right)\right\} & for\ h>0 \\ 0 & for\ h=0 \end{cases}$
مدل گوسی	$\gamma(h)=\begin{cases} c_0+c\left\{1-exp\left(-\left(\frac{h}{a}\right)^2\right)\right\} & for\ h>0 \\ 0 & for\ h=0 \end{cases}$
مدل مکعبی	$\gamma(h)=\begin{cases} c\left\{7\left(\frac{h}{a}\right)^2-8.75\left(\frac{h}{a}\right)^3+3.5\left(\frac{h}{a}\right)^5-0.75\left(\frac{h}{a}\right)^7\right\} & for\ h\le a \\ c & for\ h>a \end{cases}$
تابع ماترن	$\gamma(h)=\begin{cases} c\left\{1-\frac{1}{2^{v-1}\Gamma(v)}\left(\frac{h}{a}\right)^v K_v\left(\frac{h}{a}\right)\right\} & for\ h>0 \\ 0 & for\ h=0 \end{cases}$
مدل کروی پلاس ناگت	$\gamma(h)=\begin{cases} c_0+c\left\{\frac{3h}{2a}-\frac{1}{2}\left(\frac{h}{a}\right)^3\right\} & for\ 0<h\le a \\ c_0+c & for\ h>a \\ 0 & for\ h=0 \end{cases}$
مدل ترکیبی	$\gamma(h)=\begin{cases} c_0\left\{\frac{3h}{2a_1}-\frac{1}{2}\left(\frac{h}{a_1}\right)^3\right\}+c\left\{\frac{3h}{2a_2}-\frac{1}{2}\left(\frac{h}{a_2}\right)^3\right\} & for\ 0<h\le a_1 \\ c_0+c\left\{\frac{3h}{2a_2}-\frac{1}{2}\left(\frac{h}{a_2}\right)^3\right\} & for\ a_1<h\le a_2 \\ c_0+c & for\ h>a_2 \end{cases}$

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]



شکل۲: الگوریتم اجرای روش درونیابی کریجینگ

۳-درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات

کولوکیشن کمترین مربعات، یک روش پیش‌بینی بر پایه تئوری‌های آماری است که با استفاده از آن پیش-بینی اندازه یک کمیت در حوزه مکانی داده‌ها بصورت پیوسته قابل انجام است[۱۵]. مدل جامع کولوکیشن کمترین مربعات که اصطلاحاً مدل ترند[۱] سیگنال و نویز نامیده می‌شود، بصورت رابطه (۴) بیان می‌گردد[۱۵]:

$$y = Ax + t + n \qquad \text{رابطه(۴)}$$

که در رابطه (۴)، y بردار مشاهدات در نقاط مشخص p ، A ماتریس طرح ترند[۲]، x بردار پارامترهای مجهول ترند، t بردار سیگنال‌های تصادفی در موقعیت مکانی مشاهدات و n بردار نویز و یا همان خطاهای اندازه‌گیری می‌باشد. به منظور پیش‌بینی جابجایی نقاط y در هر نقطه دلخواه در حوزه مشاهدات از فرمول زیر استفاده می‌گردد[۱۵].

$$\hat{y}(x_0) = A_0\hat{x} + C_{s_0 s}C_{yy}^{-1}(y - A\hat{x}) \qquad \text{رابطه(۵)}$$

که در رابطه (۵)، A_0 ماتریس ترند در موقعیت مکانی x_0 است، $C_{s_0 s}$ ماتریس کراس‌کواریانس[۳] بین بردار مشاهدات و سیگنال مورد پیش‌بینی می‌باشد، C_{yy} ماتریس اتوکواریانس[۴] بردار مشاهدات و $\hat{x}$ بردار

[۱] *Trend*

[۲] *Trend design matrix*

[۳] *Cross covariance matrix*

[۴] *Auto covariance matrix*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]

پارامترهای مجهول برآورد شده است که از رابطه (۶) بدست می‌آید:

$$\hat{x} = \left(A^T C_{yy}^{-1} A\right)^{-1} A^T C_{yy}^{-1} y \qquad \text{رابطه(۶)}$$

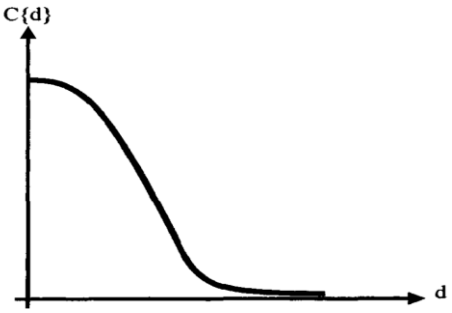
ماتریس C_{yy} نیز از رابطه(۷) محاسبه می‌شود.

$$C_{yy} = C_{ss} + C_{nn} \qquad \text{رابطه(۷)}$$

که در رابطه (۷)، C_{ss} ماتریس کواریانس سیگنال مشاهدات و C_{nn} ماتریس کواریانس نویز مشاهدات و عموماً ماتریسی قطری است که با توجه به اینکه سیگنال و نویز از چه فرآیند تصادفی پیروی می‌کنند، به دست می‌آیند. ماتریس‌های اتوکواریانس و کراس-کواریانس مهم‌ترین نقش را در پیش‌بینی کمیت تصادفی یا همان سیگنال پیش‌بینی دارند[۱۶]. به منظور برآورد توابع واریانس کواریانس مناسب، اولین گام برآورد توابع واریانس، رسم نمودارهای توابع واریانس کواریانس بر مبنای فاصله (h) می‌باشد. به کمک رابطه(۸) می‌توان مقادیر توابع واریانس کواریانس تجربی را بدست آورد.

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{m(h)} \sum_{i=1}^{m(h)} Z(x_i).Z(x_i + h) \qquad \text{رابطه(۸)}$$

در رابطه(۸) مشابه برآورد واریوگرام در روش کریجینگ، $m(h)$ تعداد جفت نقاطی است که از یکدیگر فاصله ای به اندازه h دارند، $Z(x_i)$ و $Z(x_i + h)$ مقدار جابجایی نقاط معلوم است که در محدوده فاصله h از یکدیگر قرار گرفته‌اند. معمولاً توابع کواریانس تجربی روند نزولی دارند و برای نقاطی با فواصل بسیار زیاد تقریباً وابستگی به صفر می‌رسد. این توابع نموداری مشابه شکل(۳) دارند.



شکل۳: نمودار توابع کواریانس تجربی

همانطور که در شکل(۳) مشخص است، هرچقدر فاصله کمتر شود، مقدار توابع کواریانس بیشتر است؛ در واقع بیشترین وابستگی را در نقطه نودال[۱](فاصله صفر) داریم. رابطه (۹) مقدار واریانس $(h=0)$ را برای توابع واریانس کواریانس تجربی نشان می‌دهد که از رابطه(۸) بدست آمده است.

$$C(0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} Z_i^2 \qquad \text{رابطه(۹)}$$

مدل‌های مختلفی برای توابع کوواریانس تحلیلی وجود دارند، جدول(۲) بعضی از مدل‌های مطرح را نمایش می‌دهد. انتخاب بهترین مدل توابع کوواریانس تحلیلی در برآورد درست بردار و میدان‌های جابجایی نقش بسزایی ایفا می‌کند.

الگوریتم مشخص‌شده در شکل(۴) مراحل کلی مربوط به روش درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات می‌باشد.

[۱] *Nodal*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]

جدول۲: بعضی از انواع توابع کوواریانس تحلیلی

تابع گوسی	$C(d)=c_0 e^{-\frac{s^2}{d^2}}$
تابع هیروانن	$C(d)=c_0 / \left(1+\frac{s^2}{d^2}\right)$
تابع لاوور	$C(d)=c_0 / s^d$
تابع مارکو	$C(d)=c_0 e^{-\frac{s}{d}}$
تابع مدل دوم مارکو	$C(d)=c_0 \left(1+\frac{s}{d}\right) e^{-\frac{s}{d}}$
تابع نمایی	$C(d)=c_0 e^{-\frac{s}{d}}$



شکل۴: الگوریتم پیشنهادی روش درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات

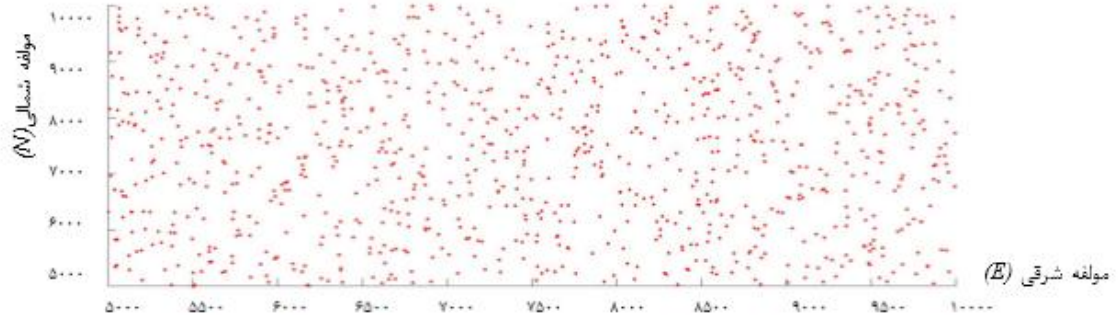
[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]

۴- داده‌ها و نتایج

به منظور ارزیابی درونیابی میدان جابجایی با دو روش آماری کریجینگ و کولوکیشن کمترین مربعات از داده-های شبیه‌سازی شده و داده‌های واقعی استفاده شد، نتایج حاصل از دو روش با یکدیگر مورد مقایسه قرار گرفتند. نتایج دو دسته داده‌های واقعی و شبیه‌سازی شده، در دو بخش جداگانه از یکدیگر تفکیک شده‌اند.

۴-۱- داده‌های شبیه‌سازی شده

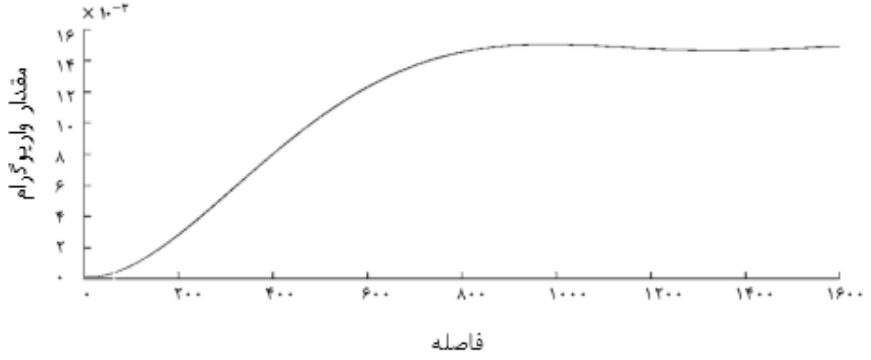
به منظور آنالیز و بررسی انجام عملیات درونیابی، از یک سری داده ایجاد شده به کمک توابع مشخص و از پیش تعیین شده، استفاده شده است. مختصات داده‌ها بین مقادیر ۵۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰ و تعداد ۱۰۰۰ داده در نظر گرفته شده است. شکل (۵) پراکندگی نقاط را نشان می‌دهد که در آن نقاط قرمز رنگ، نقاط پراکنده و گسسته هستند که مقادیر جابجایی آن‌ها به کمک تابع گاوسی معلوم است. همانطور که مشاهده می‌شود داده-ها به صورت نامنظم وجود دارند، برای آنکه در مکان-هایی که داده وجود ندارد نیز بتوان داده داشت، می-توان از درونیابی استفاده نمود.



شکل۵: پراکندگی نقاط برای داده های شبیه سازی شده

۴-۱-۱- نتایج حاصل از روش درونیابی کریجینگ

با استفاده از ۱۰۰ نقطه که کمترین فاصله را تا هر یک از نقاط مجهول مورد نظر دارند، درونیابی کریجینگ بصورت محلی انجام شد. با توجه به پراکندگی داده‌ها، تعداد فواصل به روش سعی و خطا تعداد ۸۰ عدد در نظر گرفته شده است و با محاسبه مقادیر واریوگرام، نمودار واریوگرام تجربی بصورت شکل(۶) حاصل شده است. (در این شکل *Lags* (محور افقی) همان پارامتر h است که در بالا توضیح داده شد.)



شکل۶: نمودار واریوگرام تجربی برای داده‌های شبیه‌سازی شده

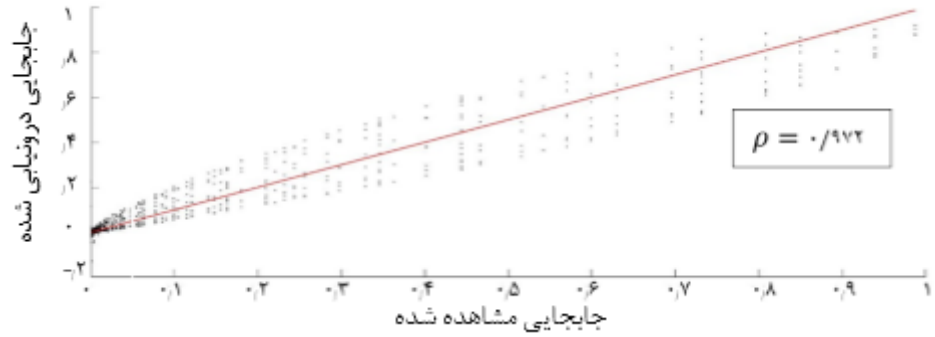
[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]

به کمک نمودار واریوگرام تجربی، مقادیر اولیه مورد استفاده برای پارامترهای مجهول توابع واریوگرام تحلیلی به کمک نمودار ترسیم شده برای واریوگرام تجربی بدست آمده است و مقادیر برآورد شده پارامتر-های مجهول (c_0 , c_1 , a_0 , a_1) از طریق روش سرشکنی کمترین مربعات مدل پارامتریک بدست آمده است و در نهایت، نمودارهای ترسیم شده برای هر یک از توابع تحلیلی مذکور با استفاده از مقادیر پارامترهای مجهول سرشکن شده به روش کمترین مربعات صورت گرفته است؛ هم در روش کریجینگ و هم در روش کالوکیشن کمترین مربعات. برای انتخاب بهترین مدل واریوگرام تحلیلی، از روش بررسی معیارهای دقت و صحت‌سنجی استفاده شده است و ادامه روند درونیابی با استفاده از مدل منتخب صورت پذیرفته‌است. ارزیابی و مقایسه مدل‌های مختلف در جدول(۳) آمده‌است و مدل منتخب باید دارای کمترین مقدار خطای ریشه مربع متوسط *(RMSE)* باشد.

جدول۳: مقایسه مدل‌های مختلف واریوگرام تحلیلی

	مدل کروی پلاس ناگت*(m)*	مدل نمایی *(m)*	مدل گوسی*(m)*	مدل ترکیبی *(m)*
RMSE	۰/۰۵۹۴۲	۰/۰۱۸۳۴	۰/۰۱۸۲۱	۰/۰۶۲۷۴

با انتخاب مدل واریوگرام گاوسی، درونیابی به روش های کریجینگ معمولی و کوکریجینگ معمولی انجام شد. در روش کریجینگ با انتخاب ۱۰۰ نقطه مشاهداتی که کمترین فاصله را تا نقطه موردنظر دارند، درونیابی انجام شد و میزان جابجایی بصورت محلی بدست آمد. به منظور کنترل صحت محاسبات، مقادیر جابجایی نقاط مجهول، با استفاده از تابع دلخواه در نظر گرفته شده(گاوسی) محاسبه شدند؛ از طرفی مقادیر جابجایی برای نقاط مجهول، به کمک روش‌های درونیابی کریجینگ معمولی و کوکریجینگ معمولی بدست آمد و در نهایت نتایج بدست آمده به کمک تابع مورد نظر با نتایج حاصل از برآورد روش‌های درونیابی کریجینگ معمولی و کوکریجینگ معمولی، مورد ارزیابی و قیاس قرار گرفتند. شکل(۷) مقدار جابجایی اولیه (مشاهدات) و جابجایی بدست آمده به کمک روش درونیابی کریجینگ معمولی(پیش بینی) نشان داده شده‌است.

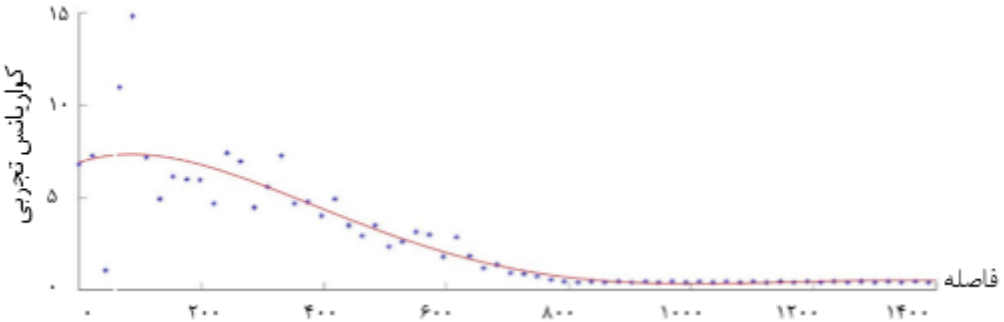


شکل۷: نمودار جابجایی مشاهداتی (نقاط مشکی) و پیش‌بینی شده (خط قرمز) به روش درونیابی کریجینگ معمولی

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]

۴-۱-۲- نتایج حاصل از درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات

درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات، مشابه درونیابی کریجینگ، یک روش درونیابی محلی می‌باشد که به کمک ۱۰۰ نقطه که کمترین فاصله را تا هر یک از نقاط موردنظر دارند، انجام شد. با توجه به نامنظم بودن داده‌ها، یک محدوده فاصله مشخص بجای یک فاصله مشخص در نظر گرفته شد و مقادیر توابع واریانس کوواریانس تجربی برای داده‌ها محاسبه شد. تعداد فواصل موردنظر برای داده‌ها، ۸۰ عدد در نظر گرفته شد که این تعداد با توجه به تعداد داده‌ها و توزیع و پراکندگی آن‌ها متغیر است و با استفاده از روش سعی و خطا انتخاب شده‌است، نمودار تابع کوواریانس تجربی بصورت شکل(۸) بدست آمد.



شکل۸: نمودار توابع کواریانس تجربی (خط قرمز) برای داده‌های شبیه‌سازی شده (نقاط شبیه‌سازی شده)

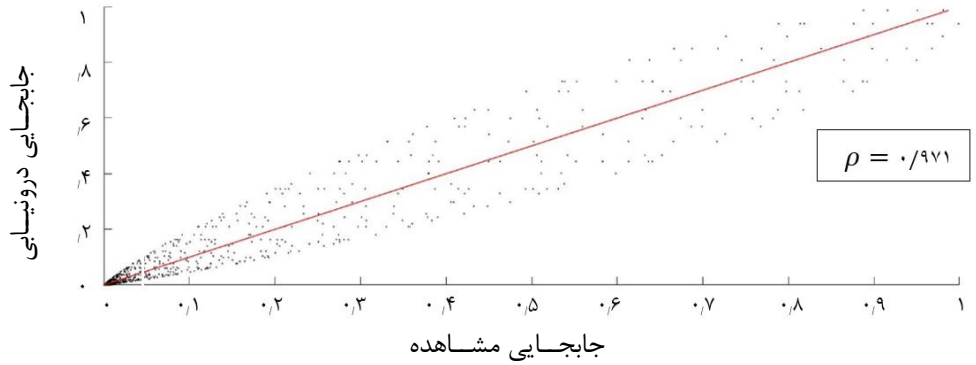
بر اساس نمودار توابع کواریانس تجربی، مقادیر اولیه مورد استفاده برای پارامترهای مجهول توابع واریانس کواریانس تحلیلی بدست آمد و مقادیر برآورد شده پارامترهای مجهول $(c_0 \text{ و } d)$ برای هر کدام از توابع کواریانس تحلیلی، از طریق روش سرشکنی کمترین مربعات بدست آمد. پس از انتخاب مدل توابع واریانس کوواریانس تحلیلی، ادامه روند درونیابی با استفاده از مدل منتخب صورت پذیرفت. در این پژوهش برای این دسته از داده‌ها، مدل کوواریانس گاوسی به عنوان مناسب‌ترین مدل تحلیلی برگزیده شد. ارزیابی و مقایسه مدل‌های مختلف در جدول(۴) آمده‌است.

جدول۴: مقایسه مدل‌های مختلف کوواریانس تحلیلی

مدل نمایی (m)	مدل گوسی (m)	مدل هیروان (m)	
۰/۰۱۸۶۱	۰/۰۱۸۱۶	۰/۰۱۸۴۲	*RMSE*

همانند روش کریجینگ، در این روش نیزدرونیابی برای نقاطی که مقدار جابجایی آنها نامشخص است، بصورت محلی بدست آمده‌است. به منظور کنترل درستی محاسبات، مقادیر جابجایی نقاط مجهول که به کمک تابع گاوسی بدست آمده‌است، با نتایج حاصل از درونیابی به روش کولوکیشن کمترین مربعات، مورد مقایسه و ارزیابی قرار گرفت. شکل(۹) مقدار جابجایی مشاهداتی و پیش‌بینی شده به کمک روش درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات را نشان می‌دهد.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]



شکل۹: جابجایی مشاهداتی (نقاط مشکی) و پیش‌بینی شده (خط قرمز) به روش درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات

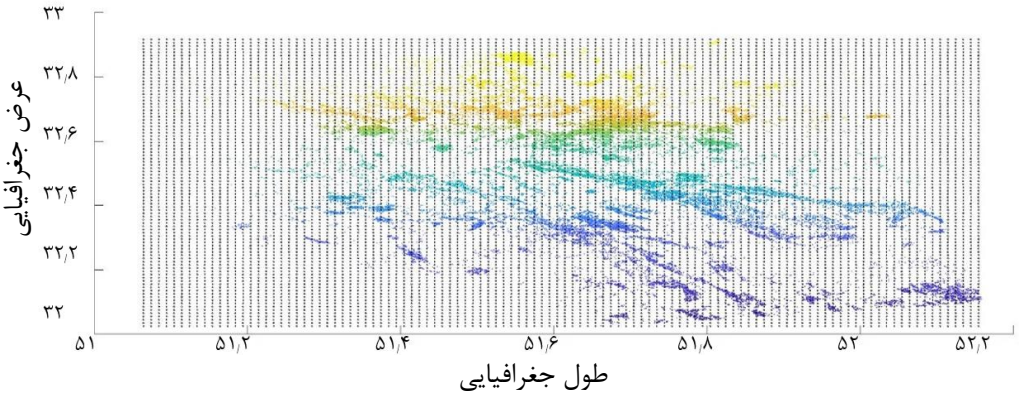
در نهایت مقایسه روش‌های کریجینگ و کولوکیشن برای یک دسته از داده‌های کاملاً یکسان، بر اساس معیار صحت صورت پذیرفت. جدول(۵) نتایج *RMSE* حاصل از روش‌های درونیابی کریجینگ و کولوکیشن کمترین مربعات را نشان می‌دهد.

جدول۵: مقایسه روش‌های درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات و کریجینگ معمولی و کوکریجینگ معمولی

	کولوکیشن کمترین مربعات *(m)*	کریجینگ معمولی *(m)*	کو کریجینگ معمولی *(m)*
RMSE	۰/۰۱۸۱۶	۰/۰۱۸۲۱	۰/۰۱۸۲۲

۴-۲- داده‌های واقعی

به منظور مقایسه تحلیلی دو روش درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات و کریجینگ از داده‌های ماهواره سنتینل ۱-*A* استفاده شد. تصاویر راداری در بازه زمانی ۲۰۱۴/۱۰/۱۹ تا ۲۰۲۰/۱۲/۱۰ در نظر گرفته شده‌است. شکل (۱۰) پراکندگی نقاط پراکنشگرهای دائمی را برای بخشی از شهر اصفهان نشان می‌دهد، نقاط رنگی، نقاط پراکنشگرهای دائمی تولید شده می‌باشند و نقاط مشکی رنگ نقاط درونیابی شده در یک شبکه رستری می‌باشند.

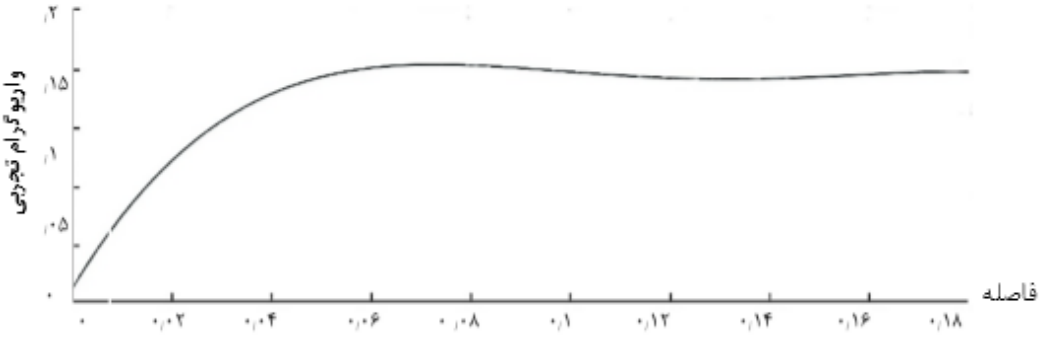


شکل۱۰: پراکندگی نقاط پراکنشگرهای دائمی و نقاط رستری

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]

۴-۲-۱- نتایج حاصل از روش درونیابی کریجینگ

درونیابی کریجینگ بر روی پراکنشگرهای دائمی، به صورت محلی و بر اساس یک شعاع همسایگی شامل ۱۰۰ داده نزدیک به نقطه مورد نظر انجام شد. از آنجایی که داده‌ها بصورت نامنظم و پراکنده می‌باشند، با در نظرگیری یک محدوده فاصله مشخص بجای یک فاصله مشخص، مقادیر واریوگرام تجربی برای داده‌ها محاسبه شده‌است (شکل(۱۱)).



شکل۱۱: نمودار واریوگرام تجربی

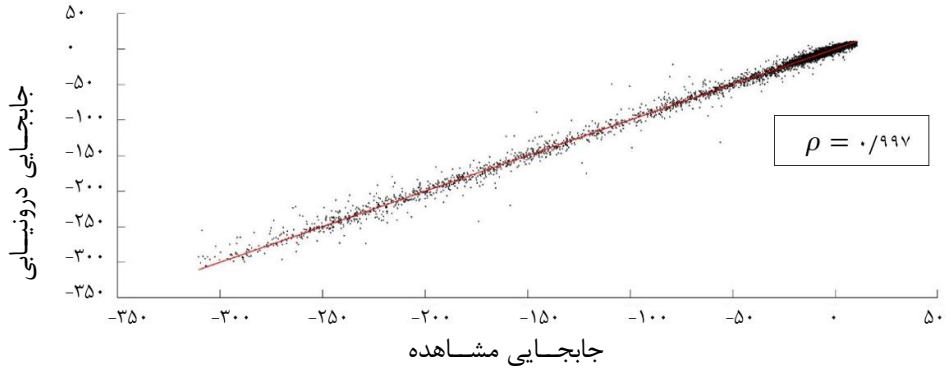
در این پژوهش از چهار مدل واریوگرام تحلیلی مدل نمایی، مدل گاوسی، مدل کروی بعلاوه اثر قطعه‌ای و مدل ترکیبی استفاده شده‌است. مقادیر اولیه مورد استفاده برای پارامترهای مجهول توابع واریوگرام تحلیلی (c_0 , c_1 , a_0 , a_1) به کمک نمودار ترسیم شده برای واریوگرام تجربی بدست آمده‌است و مقادیر برآورد شده پارامترهای مجهول از طریق روش سرشکنی کمترین مربعات بدست آمد. در نهایت، نمودارهای هر یک از توابع تحلیلی مذکور با استفاده از مقادیر پارامترهای مجهول سرشکن شده به روش کمترین مربعات به دست آمد. در این پژوهش برای این دسته از داده‌ها و با توجه به *RMSE* مندرج در جدول (۶)، مدل واریوگرام نمایی به عنوان مناسب‌ترین مدل تحلیلی برگزیده شد.

جدول۶: مقایسه مدل‌های مختلف واریوگرام تحلیلی

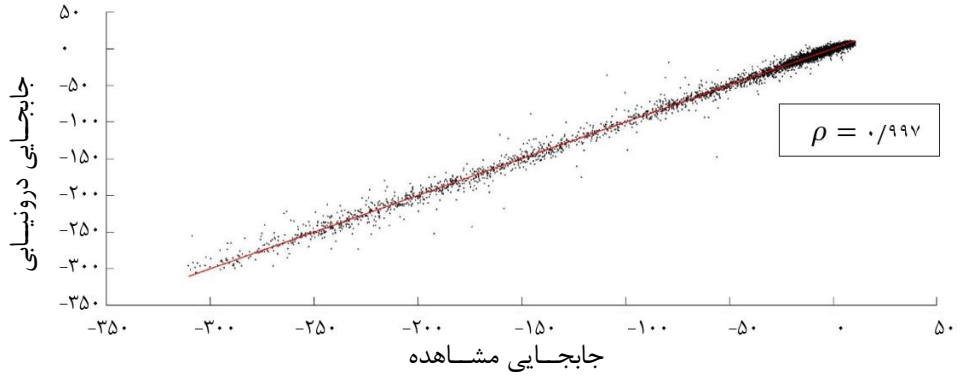
	کروی پلاس ناگت *(cm)*	مدل نمایی *(cm)*	مدل گوسی *(cm)*	مدل ترکیبی *(cm)*
RMSE	۴٫۳۵۲	۴٫۳۱۰	۹٫۹۶۹	۴٫۳۹۵

با انتخاب مدل واریوگرام نمایی، درونیابی به روش های کریجینگ معمولی و کوکریجینگ معمولی انجام شد. به منظور کنترل درستی محاسبات، از ابتدا تعدادی از نقاط مشاهداتی (که مقدار جابجایی آنها مشخص می-باشد) بصورت تصادفی انتخاب شد تا به عنوان نقاط چک مورد استفاده قرار گیرد. نقاط چک به عنوان نقاط مجهول وارد فرآیند درونیابی شدند و عملیات درونیابی روی آن ها اجرا گردید. نتایج حاصل (مقدار جابجایی بدست آمده از طریق روش کریجینگ معمولی و کوکریجینگ معمولی) با مقادیر اولیه که از ابتدا مشخص بود، مورد مقایسه و ارزیابی قرار گرفت. شکل(۱۲) مقدار جابجایی اولیه (مشاهدات) و جابجایی بدست آمده به کمک روش درونیابی کریجینگ معمولی(پیش بینی) برای نقاط چک را نشان می‌دهد. شکل (۱۳) مقدار جابجایی مشاهداتی و پیش‌بینی شده به کمک روش درونیابی کوکریجینگ معمولی را برای نقاط چک نشان می‌دهد.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]



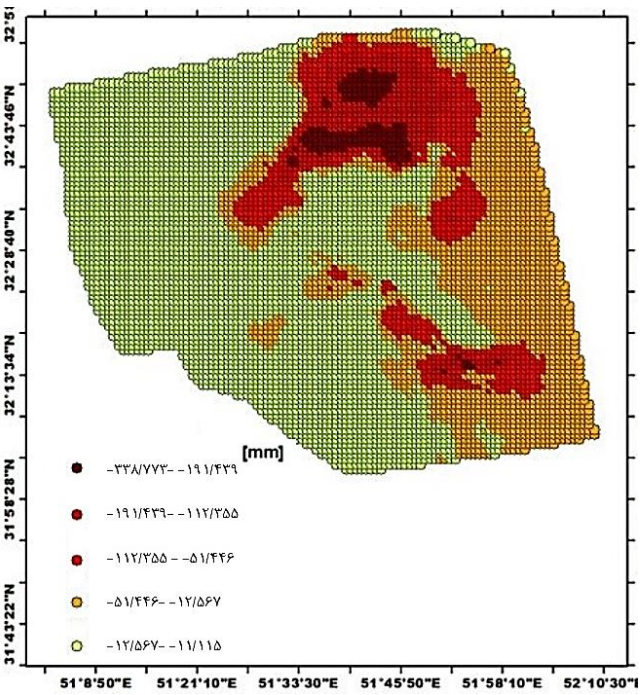
شکل۱۲: نمودار جابجایی مشاهداتی(نقاط مشکی) و پیش‌بینی شده (خط قرمز) به روش درونیابی کریجینگ معمولی برای نقاط چک



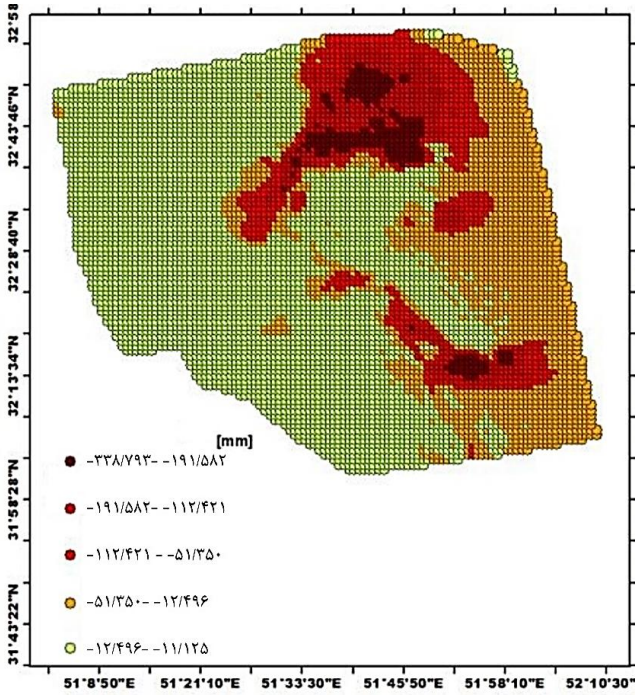
شکل۱۳: نمودار جابجایی مشاهداتی (نقاط مشکی) و پیش‌بینی شده (خط قرمز) به روش درونیابی کوکریجینگ معمولی برای نقاط چک

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]

شکل(۱۴) میدان جابجایی بدست آمده از درونیابی کریجینگ معمولی و شکل (۱۵) میدان جابجایی حاصل از درونیابی روش کوکریجینگ معمولی را نشان می‌دهند.



شکل۱۴: میدان جابجایی حاصل از درونیابی روش کریجینگ معمولی

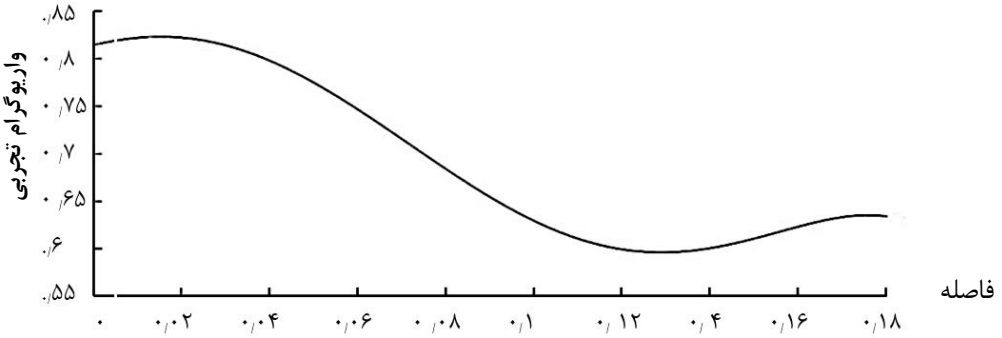


شکل۱۵: میدان جابجایی حاصل از درونیابی روش کوکریجینگ معمولی

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]

۴-۲-۲- نتایج حاصل از درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات

مشابه روش درونیابی کریجینگ، درونیابی با کولوکیشن کمترین مربعات نیز یک روش درونیابی محلی می‌باشد. از آنجایی که داده‌ها بصورت نامنظم و پراکنده می‌باشند، با در نظرگرفتن یک تعداد مشخص از نقاط واقع در همسایگی به جای یک شعاع همسایگی، مقادیر توابع واریانس کوواریانس تجربی برای داده‌ها محاسبه شد. در نهایت نمودار تابع کوواریانس تجربی برای روش درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات بصورت زیر به دست آمد:



شکل۱۶: نمودار توابع کواریانس تجربی

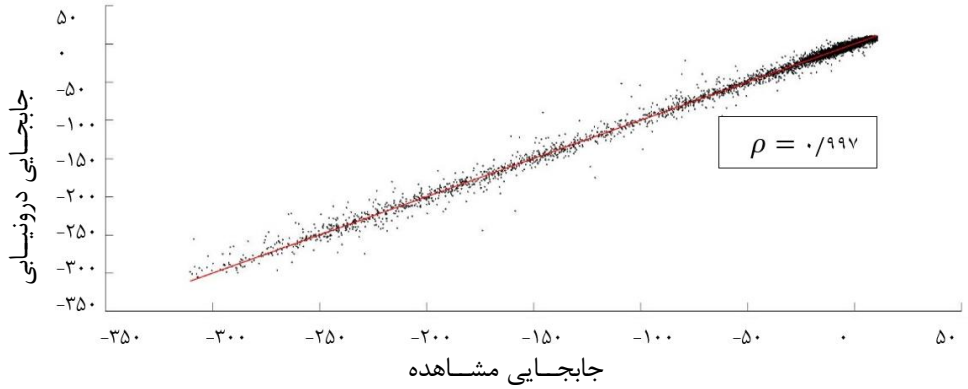
در این پژوهش از سه مدل نمایی، مدل گاوسی و مدل هیروانن به عنوان توابع واریانس کوواریانس تحلیلی استفاده شد. مقادیر اولیه برای پارامترهای مجهول توابع واریانس کواریانس تحلیلی به کمک نمودار تجربی توابع واریانس کواریانس بدست آمد و مقادیر برآورد شده پارامترهای مجهول $(c_0 \square d)$ از طریق روش سرشکنی کمترین مربعات بدست آمد. بر اساس *RMSE* حاصل مندرج در جدول(۷)، مدل کوواریانس نمایی به عنوان مدل تحلیلی مناسب انتخاب شد.

جدول۷: *RMSE* **حاصل از مدل‌های مختلف کوواریانس تحلیلی**

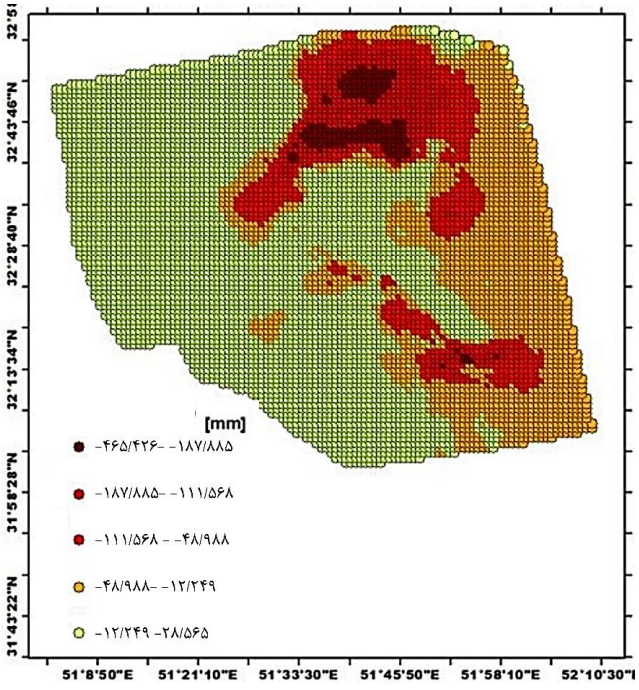
	مدل هیروانن *(cm)*	مدل گوسی*(cm)*	مدل نمایی*(cm)*
RMSE	**۴/۵۱۷**	**۵/۳۱۴**	**۴/۲۷۵**

به منظور کنترل درستی محاسبات، از ابتدا تعدادی از نقاط مشاهداتی (که مقدار جابجایی آنها مشخص می‌باشد) بصورت تصادفی انتخاب شده و به عنوان نقاط چک کنار گذاشته شد و با استفاده از نقاط چک که به عنوان نقاط مجهول درنظر گرفته شد، عملیات درونیابی صورت گرفت و نتایج آن (مقدار جابجایی بدست آمده از طریق روش کولوکیشن کمترین مربعات) با مقادیر اولیه که از ابتدا مشخص بود، مورد مقایسه و ارزیابی قرار داده گرفت. شکل (۱۷) مقدار جابجایی مشاهداتی و پیش‌بینی شده به کمک روش درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات برای نقاط چک را نشان می‌دهد. شکل(۱۸) میدان جابجایی حاصل از درونیابی روش کولوکیشن کمترین مربعات را نشان می‌دهد.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]



شکل۱۷: نمودار جابجایی مشاهداتی (نقاط مشکی) و پیش‌بینی شده (خط قرمز) به روش درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات برای نقاط چک



شکل۱۸: میدان جابجایی حاصل از درونیابی روش کولوکیشن کمترین مربعات

نتیجه درونیابی با روش‌های کریجینگ و کولوکیشن برای یک دسته از داده‌های یکسان، بر اساس معیار *RMSE* با هم مقایسه شده‌اند.

جدول(۸) این مقادیر را برای روش‌های درونیابی کریجینگ و کولوکیشن کمترین مربعات نشان می‌دهد.

جدول۸: *RMSE* روش‌های درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات و کریجینگ معمولی و کوکریجینگ معمولی

	کولوکیشن کمترین مربعات *(cm)*	کریجینگ معمولی *(cm)*	کوکریجینگ معمولی *(cm)*
RMSE	۴٫۲۷۵	۴٫۳۱۰	۴٫۳۷۹

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]

۵- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

هدف این پژوهش تبیین دو روش درونیابی آماری کولوکیشن کمترین مربعات و کریجینگ بوده است. مبانی این دو روش با یکدیگر متفاوت است اما در بسیاری از منابع عنوان این دو روش به‌جای یکدیگر به کار برده شده‌است و چه‌بسا در بیشتر مباحث مبانی و تئوری این دو روش به اشتباه به‌جای هم استفاده شده‌است. مبنای روش کریجینگ، توابع واریوگرام و مبنای روش کولوکیشن کمترین مربعات، توابع واریانس-کواریانس می‌باشد. به منظور مقایسه این دو روش، با توجه به به‌روز بودن مسئله تحلیل سری‌های زمانی *InSAR* از نتایج حاصل از پراکنشگرهای دائمی، استفاده شده است. در این راستا، شهر اصفهان به عنوان منطقه مطالعاتی در نظر گرفته شد و میزان فرونشست در بازه زمانی ۲۰۱۴ تا ۲۰۲۰ با تعداد ۷۳ تصویر از ماهواره سنتینل۱-*A* در جهت *LOS* تعیین و میدان‌های پیوسته جابجایی بر روی پراکنش‌گرهای دائمی برای بخشی از شهر اصفهان، با استفاده از دو روش درونیابی کولوکیشن کمترین مربعات و کریجینگ، تولید شد. درونیابی به روش کریجینگ، با استفاده از چهار تابع واریوگرام تحلیلی، مدل کروی بعلاوه اثر قطعه‌ای، مدل گاوسی، مدل نمایی و مدل ترکیبی انجام شد. مقادیر *RMSE* مدل‌های کروی بعلاوه اثر قطعه‌ای، مدل توابع نمایی، مدل توابع گاوسی و مدل توابع ترکیبی به ترتیب ۴٫۳۸ سانتی‌متر، ۴٫۳۱ سانتی‌متر، ۹٫۷۰ سانتی-متر و ۴٫۴۰ سانتی‌متر حاصل شد. با توجه به مینیمم شدن مقدار *RMSE* برای مدل نمایی به عنوان بهترین مدل توابع واریوگرام برای این دسته از داده‌ها، برگزیده شد و درونیابی به روش‌های کریجینگ معمولی و کوکریجینگ معمولی با استفاده از مدل نمایی صورت گرفت. در روش کریجینگ معمولی۴٫۳۱ سانتی‌متر= *RMSE* و در روش کوکریجینگ معمولی ۴٫۸۰ سانتی‌متر= *RMSE* به دست آمد، بنابراین می-توان ادعا نمود که برای این مجموعه داده‌ها، روش کریجینگ معمولی، به اندازه حدود ۱۰٪، مناسب‌تر از روش کوکریجینگ معمولی بوده است. درونیابی به روش کولوکیشن کمترین مربعات، با در نظرگرفتن سه مدل هیروانن، گاوسی و نمایی از توابع واریانس-کوواریانس تحلیلی انجام شد. در این روش نیز مشابه روش کریجینگ، به منظور انتخاب بهترین مدل توابع واریانس کوواریانس تحلیلی، مقادیر اولیه و درجه پلی-نومیال برای همه توابع کوواریانس تحلیلی یکسان در-نظر گرفته شد. مقادیر *RMSE* مدل‌های کوواریانس تحلیلی هیروانن، گاوسی و نمایی به ترتیب ۴٫۵۲ سانتی‌متر ، ۵٫۳۱ سانتی‌متر و ۴٫۲۸ سانتی‌متر حاصل شد. با توجه به مینیمم شدن مقدار *RMSE* برای مدل تابع نمایی، این مدل به عنوان بهترین مدل تابع کوواریانس تحلیلی انتخاب شد و تشکیل ماتریس‌ها وادامه روند عملیات درونیابی به روش کولوکیشن کمترین مربعات با استفاده از مدل نمایی انجام شد. با در نظرگرفتن نقاط چک، که بصورت تصادفی انتخاب شده‌اند؛ *RMSE* نقاط چک به کمک روش‌های درونیابی کریجینگ و کوکریجینگ و کولوکیشن کمترین مربعات با یکدیگر مقایسه شد؛ علاوه بر این، با تشکیل نمودار پیش‌بینی و مشاهداتی برای نقاط چک، صحت با استفاده از روش‌های مذکور مقایسه شد. از مقایسه شکل‌های درونیابی با استفاده از روش کریجینگ با شکل حاصل از درونیابی روش کولوکیشن کمترین مربعات، مشخص شد که تفاوت قابل ملاحظه بین نمودارهای حاصل مشاهده نمی‌شوند و این از مقایسه نتایج *RMSE* حاصل از سه روش مذکور نیز نمایان است. میدان‌های پیوسته حاصل از روش‌های درونیابی کریجینگ معمولی و کوکریجینگ معمولی بسیار مشابه یکدیگر می‌باشند و این معقول به نظر می‌رسد؛ چرا که نتایج حاصل و *RMSE* اختلاف بسیار کمی دارند. میدان پیوسته ایجاد شده به کمک روش کولوکیشن کمترین مربعات با میدان‌های حاصل از روش‌های درونیابی کریجینگ اندکی تفاوت دارد، اما اختلاف فاحش در نتایج نهایی حاصل نمی‌باشد.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]

مراجع

[1] S. Alipour, M. Motgah, M. Sharifi, and T. R. Walter, "InSAR time series investigation of land subsidence due to groundwater overexploitation in Tehran, Iran," in 2008 Second Workshop on Use of Remote Sensing Techniques for Monitoring Volcanoes and Seismogenic Areas, 2008, pp. 1-5: IEEE.

[2] Z. Zhou, "The applications of InSAR time series analysis for monitoring long-term surface change in peatlands," University of Glasgow, 2013.

[3] A. H.-M. Ng, L. Ge, X. Li, and K. Zhang, "Monitoring ground deformation in Beijing, China with persistent scatterer SAR interferometry," Journal of Geodesy, vol. 86, pp. 375-392, 2012.

[4] Z. Yang, Z. Li, J. Zhu, H. Yi, J. Hu, and G. Feng, "Deriving dynamic subsidence of coal mining areas using InSAR and logistic model," Remote Sensing, vol. 9, no. 2, p. 125, 2017.

[5] S. Shimada, "Comparison of the coordinates solutions between the absolute and the relative phase center variation models in the dense regional GPS network in Japan," in Geodesy for Planet Earth: Proceedings of the 2009 IAG Symposium, Buenos Aires, Argentina, 31 August 31-4 September 2009, 2012, pp. 651-656: Springer.

[6] D. Gómez et al., "Co-seismic deformation of the 2010 Maule, Chile earthquake: validating a least squares collocation interpolation," GeoActa, vol. 40, no. 1, pp. 25-35, 2015.

[7] Z. Deng, Y. Ke, H. Gong, X. Li, and Z. Li, "Land subsidence prediction in Beijing based on PS-InSAR technique and improved Grey-Markov model," GIScience & Remote Sensing, vol. 54, no. 6, pp. 797-818, 2017.

[8] |M. Goli, "Comparison of least squares collocation and Poisson's integral ethods in downward continuation of airborne gravity data", Journal of Earth and Space Physics,48(1), 63-73, 2022, in persian.

[9] N. Darbeheshti and W. Featherstone, "Non-stationary covariance function modelling in 2D least-squares collocation," Journal of Geodesy, vol. 83, no. 6, pp. 495-508, 2009.

[10] M. Reguzzoni, F. Sansó, and G. Venuti, "The theory of general kriging, with applications to the determination of a local geoid," Geophysical journal international, vol. 162, no. 2, pp. 303-314, 2005.

[11] M. Abdelazeem, R. N. Çelik, and A. El-Rabbany, "An accurate Kriging-based regional ionospheric model using combined GPS/BeiDou observations," Journal of Applied Geodesy, vol. 12, no. 1, pp. 65-76, 2018.

[12] M. Ligas and M. Kulczycki, "Kriging approach for local height transformations," Geodesy and Cartography, vol. 63, no. 1, 2014.

[13] Y. Cao, Z. Li, J. Wei, J. Hu, M. Duan, and G. Feng, "Stochastic modeling for time series InSAR: with emphasis on atmospheric effects," Journal of Geodesy, vol. 92, no. 2, pp. 185-204, 2018.

[14] R. Webster and M. A. Oliver, Geostatistics for environmental scientists. John Wiley & Sons, 2007.

[15] H. Moritz, "Advanced physical geodesy," Advances in Planetary Geology, 1980.

[16] B. Behnabian, M. Mashhadi Hossainali, and A. Malekzadeh, "Simultaneous estimation of cross-validation errors in least squares collocation applied for statistical testing and evaluation of the noise variance components," Journal of geodesy, vol. 92, pp. 1329-1350,, 2018.

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]

K. N. TOOSI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
FACULTY OF GEODESY AND GEOMATICS ENGINEERING

Journal of Geospatial Information Technology
Vol.11, No.2, Summer 2023

Research Paper

Comparison of collocation and kriging statistical methods in the interpolation of InSAR time series displacement fields

Hamid Mehrabi [1*], Mina Nadian [2], Fatemeh Dallalzade Atoufi [3]

1- Assistant Professor, Department of Geomatics, faculty of civil and transportation engineering, University of Isfahan
2- MSc. of Geodesy, Department of Geomatics, faculty of civil and transportation engineering, University of Isfahan
3- Student of MSc. of Geodesy, Department of Geomatics, faculty of civil and transportation engineering, University of Isfahan

Abstract

This article compares two statistical interpolation methods, i.e. Least Squares Collocation (LSC) and Kriging, for analyzing time series radar images based on permanent scatterers in order to investigate subsidence in Isfahan City. The study processed 73 images from Sentinel 1-A satellite between 10/19/2014 and 12/10/2020. The LSC method used Hirvanen, Gaussian, and the exponential models of the analytical covariance functions with RMSE values of 4.52, 5.31, and 4.28 respectively. The Kriging method used the models of the spherical analytical variogram functions in addition to the segmental, exponential, Gaussian, and combined effects with RMSE values of 4.35, 4.31, 9.70, and 4.40 respectively. Due to the lower RMSE value, in the Kriging method, ordinary Kriging and ordinary Co-kriging methods the exponential model function was used for further interpolation. The results showed that both LSC and Kriging methods can be effectively used for interpolating the permanent scatterer data to investigate the subsidence in urban areas such as Isfahan City; however, due to its lower RMSE value for this dataset, the exponential model function was found to be more effective when using Kriging interpolation methods than the other models tested in this study.

Key words: *Kriging interpolation method, least squares collocation method, Synthetic aperture radar interferometry, statistical interpolation methods, and InSAR permanent scatterers.*

Correspondence Address*: Department of Geomatics, Faculty of Civil Engineering and Transportation, University of Isfahan, Isfahan, Iran.*
Tel*: +98 3137935297.*
Email*: h.mehrabi@eng.ui.ac.ir*

[Downloaded from jgit.kntu.ac.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.20089635.1402.11.2.5.8]
[DOI: 10.61186/jgit.11.2.83]